

Поліноми Фабера та їх властивості

Керівник курсової роботи
О. І. Кашпіровський
Виконав студент
І. А. Бабін

Мета дослідження

- Створення алгоритма
- Доведення працездатності
- Програмна реалізація

Загальна постановка задачі

- K - допустимий континуум
- $\Phi(z)$ - конформне відображення K в коло радіуса R в центрі у початку координат і виконується умова

$$\lim_{z \rightarrow \infty} \frac{\Phi(z)}{z} = 1$$

- n -тий поліном Фабера $[\Phi^n(z)]$

Відомий алгоритм

- Базується на визначенні
 1. Розкладаємо функцію в ряд Лорана
 2. Відкидаємо члени зі степенем до $-n - 1$
 3. Підносимо поліном з $n + 1$ додану до n степеня

Кращий алгоритм

$$\left[\frac{\Phi(z)}{\Phi'(z)} \Phi_n'(z) \right] = n\Phi_n(z)$$

- Базується на відомій властивості
- Знаходимо відношення ряду Лорана функції $\Phi(z)$ до похідної цього ряду
- Знаходимо коефіцієнти при відповідних степенях n - го полінома Фабера

Алгоритм формально

1. Розклад функції $\Phi(z)$ у ряд Лорана
2. Знаходження коефіцієнтів ділення двох рядів

$$b_i = (i + 1)c_i + \sum_{j=1}^{i-1} j b_{i-j-1} c_j$$

1. Знаходження коефіцієнтів n - го полінома Фабера

$$\alpha_i = \left(\sum_{k=1}^{n-i} (i+k) * \alpha_{i+k} * b_{k-1} \right) / (n-i)$$

Порівняння алгоритмів

- Менша кількість операцій і менший час виконання

Час для першого алгоритма

а $n = 100$, час - 615 ms
 $n = 200$, час - 9608 ms
 $n = 300$, час - 47156 ms

Час другого

$n = 100$, час - 0.1 ms
 $n = 500$, час - 26 ms
 $n = 1000$, час - 165 ms
 $n = 5000$, час - 16716 ms

Значимість алгоритма

- Інтерполяція функцій в комплексній площині

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \Phi_n(z),$$

Дякую за увагу!