

Міністерство освіти і науки України
Національний університет «Києво-Могилянська академія»
Факультет інформатики
Кафедра математики

Кваліфікаційна робота

освітній ступінь – бакалавр

на тему: **«Оптимальні стратегії для систем керування декількома
запасами»**

Виконала: студентка 4-го року
навчання
освітньої програми «Прикладна
математика»,
спеціальності 113 Прикладна
математика
Федай Єва Сергіївна

Керівник: Чорней Р. К.
Доцент кандидат наук в. о.
завідуючого кафедри

Рецензент: _____

Кваліфікаційна робота захищена
з оцінкою _____

Секретар ЕК _____
(підпис)

«_____» _____ 20__ р.

Міністерство освіти і науки України
Національний університет «Києво-Могилянська академія»
Факультет інформатики
Кафедра математики

ЗАТВЕРДЖУЮ
Зав.кафедри математики,
доцент, кандидат фіз.-мат. наук
_____ Чорней Р.К.
(підпис)
“ ____ ” _____ 2025

ІНДИВІДУАЛЬНЕ ЗАВДАННЯ
для кваліфікаційної роботи
студентки 4-го курсу, факультету інформатики
Федай Єви Сергіївни

Тема: «Оптимальні стратегії для систем керування декількома запасами»

Зміст кваліфікаційної роботи:

1. Вступ
2. Теоретичні основи управління запасами
3. Моделі управління запасами для багатопродуктових систем
4. Розробка та реалізація нейронних мереж у системах управління запасами
5. Результати програмної реалізація
6. Висновки

Джерела

Дата видачі “ ____ ” _____ 2025 Керівник _____
(підпис)

Завдання отримав _____
(підпис)

Графік підготовки кваліфікаційної роботи до захисту

Графік узгоджено «_____» _____2024р.

№ з/п	Перелік робіт	Термін виконання етапу	Підпис наукового керівника	Дата ознайомлення наукового керівника	Примітка
1.	Отримання теми кваліфікаційної роботи.	25.09.2024			
2.	Ознайомлення з темою кваліфікаційної роботи. Огляд списку джерел	30.09.2024			
3.	Розробка плану та структури роботи.	09.10.2024			
4.	Опрацювання наукових джерел, формулювання ключових визначень. Підготовка вступної частини та анотації.?	15.10.2024			
5.	Дослідження моделей управління запасами та сучасних підходів	31.10.2024			
6.	Дослідження нейронних мереж для управління системами запасів	02.12.2025			

7.	Оформлення теоретичної частини. Початок програмної реалізації	25.02.2025			
8.	Робота над оптимізацією алгоритму навчання. Написання методології експериментів	30.02.2025			
9.	Робота над помилками Написання отриманих результатів, теоретичних досягнень.	15.03.2025			
10.	Попередній аналіз кваліфікаційної роботи. Виправлення помилок.	04.04.2025			
11.	Попередній захист кваліфікаційної роботи.	23.05.2025			
12.	Захист кваліфікаційної роботи.	05.06.2025			

Науковий керівник Чорней Роман Костянтинович
(ПІБ)

Виконавець кваліфікаційної роботи Федай Єва Сергіївна
(ПІБ)

Зміст

Вступ.....	4
Розділ 1. Теоретичні основи управління запасами	6
1.1. Марковські моделі в управлінні запасами.....	6
1.2. Методи оптимізації запасів	9
1.3. Сучасні підходи до моделювання систем управління запасами	14
Розділ 2. Моделі управління запасами для багатопродуктових систем.....	17
2.1. Математичне представлення багатопродуктових моделей управління запасами	17
2.2. Особливості управління запасами в умовах невизначеності	22
2.3. Оцінка ефективності багатопродуктової моделі управління запасами	25
Розділ 3. Розробка та реалізація нейронних мереж у системах управління запасами	30
3.1. Розробка вимог до нейронної мережі для багатопродуктової моделі ..	30
3.2. Алгоритми навчання нейронних мереж для багатопродуктових моделей	40
3.3. Результати програмної реалізації та оцінка її ефективності	43
Висновки	53
Використані джерела	57

Вступ

Актуальність теми. У сучасному світі ефективне управління запасами є важливою задачею для різних галузей, зокрема логістики, виробництва та торгівлі. Оптимізація процесів керування запасами дозволяє зменшити витрати, мінімізувати ризики дефіциту товарів та покращити загальну продуктивність систем. Особливо актуальною ця проблема стає для багатопродуктових моделей, де необхідно враховувати взаємозалежності між різними товарами, коливання попиту та обмеженість ресурсів.

У цій роботі розглядаються оптимальні стратегії управління декількома запасами з використанням сучасних методів машинного навчання, зокрема навчання з підкріпленням та теорії керованих напівмарковських процесів. Основна мета дослідження – пошук таких стратегій, які мінімізують сукупні витрати системи, враховуючи витрати на зберігання, замовлення та можливі втрати через дефіцит.

Обраний підхід включає побудову математичних моделей, які відображають реальні сценарії управління запасами, та використання алгоритмів навчання для знаходження ефективних політик керування. Цей підхід дозволяє агенту самостійно адаптуватися до змін у середовищі, постійно покращуючи свої рішення. Результати дослідження мають потенціал для практичного впровадження у системи управління запасами, що працюють у динамічних і невизначених умовах.

Метою роботи є розробка процесів автоматизації управління багатопродуктовою системою запасів підприємства.

Виходячи з мети, можемо сформулювати наступні **завдання**:

- оглянути марковські моделі в управлінні запасами;
- дослідити методи оптимізації запасів;
- виокремити сучасні підходи до моделювання систем управління запасами;

- розглянути математичне представлення багатопродуктових моделей управління запасами;
- визначити особливості управління запасами в умовах невизначеності;
- дати оцінку ефективності багатопродуктової моделі управління запасами;
- здійснити розробку вимог до нейронної мережі для багатопродуктової моделі;
- порівняти алгоритми навчання нейронних мереж для багатопродуктових моделей;
- проаналізувати результати програмної реалізації та надати оцінку її ефективності.

Предмет дослідження – оптимальні стратегії для систем керування декількома запасами.

Об’єкт дослідження – багатопродуктові стратегії управління запасами.

Методи дослідження обрані відповідно завданням і включають загальнотеоретичний, аналітичний, синтетичний та інші методи наукових досліджень.

Структурно робота складається з 3 основних розділів, а також вступу, висновків, використаних джерел.

Розділ 1. Теоретичні основи управління запасами

1.1. Марковські моделі в управлінні запасами

Керування запасами та передбачення їхньої потреби можна описати за допомогою марковської моделі. Саме прогнозування передбачає випереджаюче відображення реальності. За рівнем зв'язку з об'єктом прогноз займає проміжне місце між гіпотезою та планом. Гіпотеза виконує роль наукового передбачення на рівні загальних закономірностей або теорії. Теоретична база формує основу прогнозу, проте він є більш точним і надійним, включаючи як якісні, так і кількісні характеристики.

Методи вирівнювання часових рядів і прогнозування можна класифікувати за джерелом інформації та механізмом функціонування. На рисунку 1.1 представлено базову двоетапну класифікацію таких методів



Рис. 1.1 Класифікація методів прогнозування, в яких використовуються апроксимаційні задачі

При дослідженні динамічних рядів, що описують розвиток соціально-економічних явищ, важливо визначити основну тенденцію змін (тренд) і характер залежності (лінійна чи нелінійна). Такий аналіз дозволяє окреслити контури майбутнього розвитку системи, що є основою для планування

управлінських дій. Динаміка ряду зазвичай складається з тренду, короткострокових систематичних змін і випадкових коливань. Для узагальненого опису цих змін застосовуються методи вирівнювання часових рядів, які дозволяють виділити основну закономірність та усунути вплив випадкових факторів.

При дослідженні динамічних рядів, що описують розвиток соціально-економічних явищ, важливо визначити основну тенденцію змін (тренд) і характер залежності (лінійна чи нелінійна). Такий аналіз дозволяє окреслити контури майбутнього розвитку системи, що є основою для планування управлінських дій. Динаміка ряду зазвичай складається з тренду, короткострокових систематичних змін і випадкових коливань. Для узагальненого опису цих змін застосовуються методи вирівнювання часових рядів, які дозволяють виділити основну закономірність та усунути вплив випадкових факторів.

Для наближеного розрахунку коефіцієнтів моделі використовується метод, який ґрунтується на дослідженні відповідної **однорідної марковської моделі надійності** об'єкта. Цей підхід дозволяє оцінити ймовірнісні характеристики змін стану системи, забезпечуючи аналітичну основу для прогнозування її роботи. Основною умовою побудови такої апроксимуючої марковської моделі є те, що всі процеси в ній мають бути описані експоненціальним законом розподілу. Це дозволяє розглядати потік подій без післядії.

Потік без післядії означає, що для будь-яких двох неперетинних часових інтервалів кількість подій у кожному з них є незалежною від того, скільки подій відбулося в іншому. Іншими словами, події у потоці виникають у довільні моменти часу незалежно одна від одної.

Популярність однорідних марковських моделей пояснюється їхньою зручністю для чисельних розрахунків. Використання експоненціального закону розподілу спрощує апроксимацію експериментальних даних, особливо у випадках, коли їхній обсяг обмежений або рівень достовірності низький. У

таких ситуаціях застосування складніших розподілів може ускладнити аналіз без суттєвого підвищення точності моделювання.

Крім того, згідно з дослідженнями у сфері марковських моделей надійності, вони описують найгірший можливий сценарій, тобто встановлюють нижню межу рівня безвідмовності або готовності досліджуваного об'єкта.

Метод Монте-Карло застосовується для аналізу моделей надійності шляхом багаторазового моделювання випадкових процесів із використанням генератора випадкових чисел. Його перевага — гнучкість у виборі розподілів і адаптивність до різних типів моделей. Проте метод характеризується високою обчислювальною складністю та стохастичною похибкою, що знижує його ефективність порівняно з однорідними марковськими моделями, які є простішими та надійнішими при апроксимації експоненціальним розподілом.

Фазові моделі прогнозування базуються на розширених однорідних марковських моделях, які включають фіктивні стани та переходи для точнішого опису випадкових процесів. Вони дозволяють моделювати системи з нестабільними переходами між станами і поєднують переваги однорідних і неоднорідних марковських моделей. Завдяки цьому підходу можна аналізувати процеси, що не підпорядковуються експоненційному закону розподілу, з використанням ефективного математичного апарату, зокрема диференціальних рівнянь Колмогорова.

Основним обмеженням фазових моделей є складність побудови еквівалентної однорідної моделі, яка точно відповідала б вихідній неоднорідній системі. Крім того, для оптимізації процесів у складних моделях іноді використовуються нелінійні алгоритми, такі як методи Краскала, Дейкстри або Флойда

1.2. Методи оптимізації запасів

Управління запасами є важливим напрямом дослідження операцій, що має суттєвий вплив на ефективність функціонування підприємств. Визначення оптимальної стратегії дозволяє зменшити заморожені оборотні кошти та раціонально використовувати ресурси. Підтримка належного рівня матеріальних запасів забезпечує безперервність виробництва: надмірний запас блокує капітал, а нестача може спричинити простої й втрату прибутку.

Основні поняття моделей управління запасами включають:

Попит — кількість спожитих запасів за одиницю часу, може бути сталим або випадковим;

Поповнення запасів — здійснюється періодично або при досягненні порогового рівня;

Обсяг замовлення — визначається поточним рівнем запасів;

Час постачання — може бути миттєвим або з фіксованою/випадковою затримкою.

Витрати поділяються на:

- оформлення замовлення — фіксовані (адміністративні, логістичні);
- придбання запасів — залежні від обсягу закупівлі, іноді зі знижками за великі партії;

- зберігання — включають витрати на обслуговування складу та інвестований капітал;

- дефіцит — пов'язані з простоем, порушенням процесів або втратою клієнтів.

У простих випадках запас представлений одним видом товару, що спрощує управління. У складніших моделях враховується багатомономенклатурність, що потребує розподілу ресурсів між продуктами. Складська система часто моделюється як один склад, проте в реальних умовах можуть бути мережі складів з різними циклами постачання та можливістю перерозподілу, що підвищує гнучкість і ефективність.

Для досягнення балансу між витратами й наявністю ресурсів слід обрати модель, яка враховує характер попиту, логістику та структуру постачань. Стратегія управління полягає у визначенні оптимального обсягу замовлення та моменту його розміщення, з метою мінімізації загальних витрат — на закупівлю, зберігання, доставку та втрати від дефіциту.

Завдання управління запасами полягає в багаторазовому розміщенні та отриманні замовлень певного обсягу продукції у визначені моменти часу. У цьому контексті стратегія управління запасами полягає у визначенні оптимального обсягу замовлення та найбільш вигідного моменту його розміщення.

Економічно обґрунтований розмір замовлення має на меті мінімізацію загальних витрат на управління запасами, що включають витрати на закупівлю, зберігання, логістику та можливі втрати через дефіцит. Структура цих витрат проілюстрована на відповідному рисунку 1.2.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Сумарні} \\ \text{витрати} \\ \text{управління} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Витрати на} \\ \text{придбання} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{Витрати на} \\ \text{оформлення} \\ \text{заказу} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{Витрати на} \\ \text{зберігання} \\ \text{заказу} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{Втрати від} \\ \text{дефіциту} \\ \text{запасу} \end{array} \right\}$$

Рисунок 1.2 - Структура функції витрат управління запасами

Усі складові функції витрат залежать від обсягу замовлення та інтервалу між замовленнями, який визначається типом системи управління запасами — періодичною або безперервною. У першому випадку замовлення розміщується на початку фіксованого періоду, у другому — при досягненні точки поновлення запасів.

Критерієм ефективності стратегії виступає функція витрат, яка враховує: витрати на зберігання (псування, моральне старіння, заморожений капітал),

витрати на поповнення (закупівля, логістика),

штрафні витрати за дефіцит (збої, втрата клієнтів).

Мета оптимізації — знайти стратегію, яка мінімізує сумарні витрати.

Моделі поділяються на:

детерміновані (зі сталим або змінним у часі попитом),

стохастичні (з випадковим попитом, що краще відображає реальність).

Отже, вибір моделі залежить від характеру попиту, постачання та логістичної стратегії підприємства.

Розглянемо статичні детерміновані моделі оптимізації управління запасами.

Статична детермінована модель без дефіциту передбачає, що на продукцію залишається сталим протягом усього часу, поповнення запасів здійснюється миттєво, а дефіцит ресурсів не виникає. Позначимо n як обсяг замовлення (в одиницях ресурсу), r – інтенсивність попиту (кількість одиниць ресурсу на одиницю часу), а t_0 – тривалість циклу постачання (в одиницях часу).

У цій моделі замовлення розміщується, коли рівень запасів зменшується до нуля, і миттєво поповнюється на обсяг n . Зміна рівня запасу в часі для класичної моделі відображена на відповідному рисунку 2.2.

Оскільки інтенсивність попиту r є постійною, можна обчислити тривалість циклу t_0 , який визначається як час, протягом якого запаси зменшуються до нуля при заданій швидкості споживання.

$$t_0 = \frac{n}{r} \quad (1.1)$$

Оскільки зниження запасів у часі відбувається лінійно через постійний попит, середній рівень запасу визначається як половина від початкового обсягу запасу, оскільки рівень запасу змінюється рівномірно від максимального значення до нуля протягом циклу $\bar{n} = n/2$.

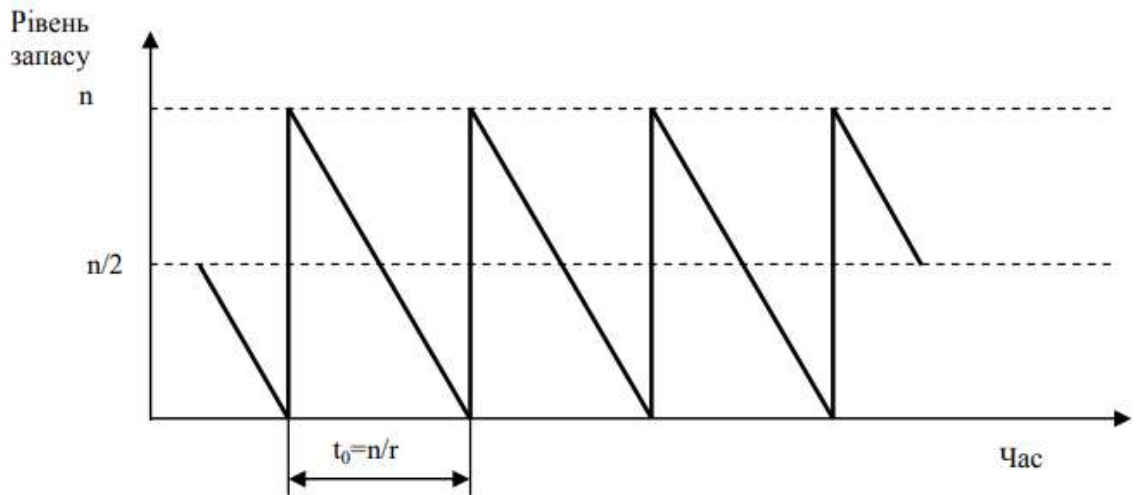


Рисунок 1.3 - Зміна запасу n у часі

Сформулюємо функцію витрат управління запасами. Нехай:

c_1 – витрати на оформлення кожного замовлення, що становлять певну кількість грошових одиниць.

c_2 – витрати на зберігання запасів, які складають c_2 грошових одиниць за одиницю продукції на одиницю часу.

Ці витрати будуть враховані при формуванні загальної функції витрат для ефективного управління запасами. У такому разі загальні витрати на управління запасами в одиницю часу можна виразити наступним чином:

$$C(n) = \frac{c_1}{t_0} + c_2 * \frac{n}{2} = \frac{c_1}{n/r} + c_2 * \frac{n}{2} \quad (1.2)$$

Для визначення оптимального обсягу замовлення, що мінімізує сумарні витрати на управління запасами, використовується класична формула Вілсона (EOQ). Вона дозволяє розрахувати такий обсяг замовлення, який забезпечує баланс між витратами на поповнення запасів і витратами на їх зберігання.

$$n^* = \sqrt{\frac{2c_1r}{c_2}} \quad (1.3)$$

Графіки складових функції витрат $C(n) = \frac{c_1r}{n} + \frac{c_2n}{2}$ наведені на рисунку 1.4.

У точці мінімуму функції витрат $C(n)$ її похідна за обсягом замовлення n дорівнює нулю.

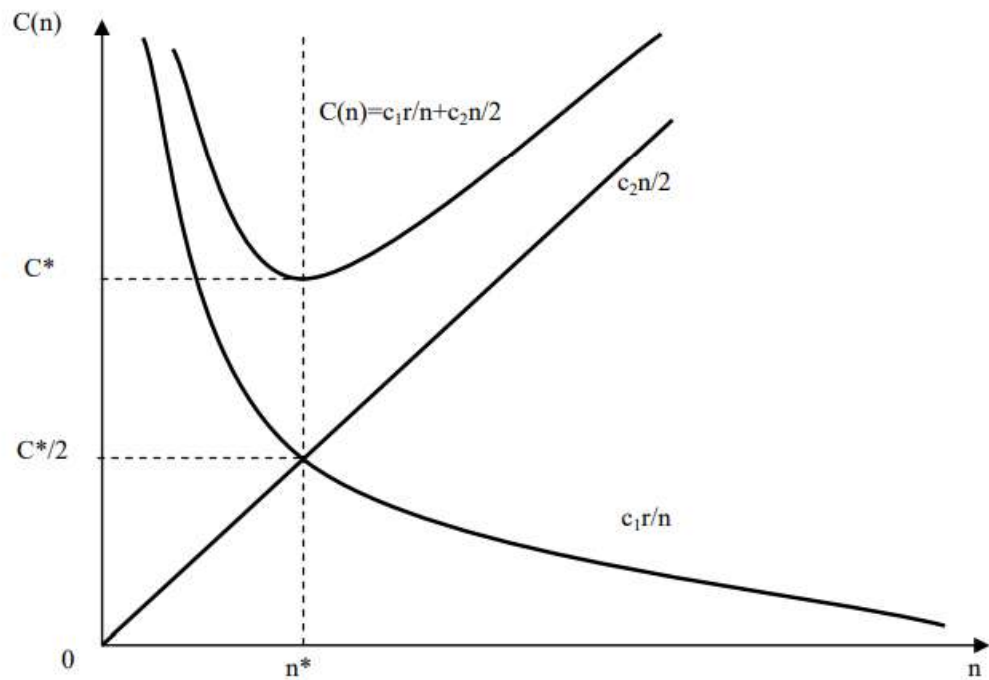


Рисунок 1.4 - Графіки функцій витрат

У реальних умовах постачання запасів зазвичай відбувається з певною затримкою, тому класична EOQ-модель доповнюється розрахунком точки поновлення замовлення. Ця точка настає, коли рівень запасів знижується до значення, яке забезпечує безперервність роботи на період очікування постачання. Якщо час доставки більший за цикл споживання, використовують ефективний термін виконання замовлення, який дозволяє скоригувати момент формування нового замовлення для уникнення дефіциту.

У деяких ситуаціях постачальники пропонують знижки за великі обсяги замовлення, що змінює структуру витрат і впливає на оптимальний обсяг замовлення. У таких моделях загальна функція витрат враховує змінну ціну закупівлі залежно від порогового значення кількості. Залежно від того, чи потрапляє точка знижки в оптимальний інтервал, рішення може змінюватися: або знижка використовується, або ігнорується, якщо вона не зменшує сумарні витрати. Вибір остаточного обсягу базується на порівнянні варіантів із та без знижки.

1.3. Сучасні підходи до моделювання систем управління запасами

Моделювання систем управління запасами є ключовим напрямком математичного аналізу в логістиці та операційному менеджменті. Сучасні підходи базуються на стохастичних та детермінованих методах, які дозволяють оптимізувати витрати на зберігання та поповнення запасів. Класичні моделі, такі як EOQ (Economic Order Quantity) та EPQ (Economic Production Quantity), використовуються для розрахунку оптимального обсягу замовлень з урахуванням вартості зберігання та постачання. Проте ці моделі припускають ідеальні умови, що в реальності не завжди можливо. Тому сучасні дослідники розширюють їх, використовуючи випадкові процеси, ймовірнісні розподіли попиту та часу постачання. Зокрема, моделі типу (s, S) та (Q, R) базуються на порогових значеннях рівня запасів, що дозволяє гнучко реагувати на зміну попиту.

Одним із ефективних інструментів є стохастичне програмування, яке враховує невизначеність попиту та коливання строків доставки. За допомогою методів випадкових процесів, зокрема Марковських ланцюгів, можна оцінити ймовірність дефіциту запасів і сформулювати оптимальну політику управління. Імітаційне моделювання також широко застосовується для аналізу систем із випадковими параметрами, наприклад, у середовищі дискретно-подійних симуляцій. Це дозволяє оцінити вплив змін у постачанні та споживанні на загальну продуктивність системи. Застосування Баєсових методів дає змогу оновлювати оцінки попиту в реальному часі, що особливо актуально для швидкоплинних ринків. Таким чином, ймовірнісні підходи суттєво підвищують ефективність систем управління запасами.

Окрім стохастичних методів, значну роль відіграють оптимізаційні алгоритми, такі як динамічне програмування та евристичні методи. Динамічне програмування ефективне в багатоступеневих системах, коли рішення про поповнення запасів приймаються в різні моменти часу. Наприклад, модель Беллмана дозволяє розраховувати оптимальні стратегії на основі рекурсивних

рівнянь. Генетичні алгоритми та методи рою частинок застосовуються для наближеного розв'язання складних задач, коли точні алгоритми неефективні. Використання нейромереж для прогнозування попиту та управління запасами також набирає популярності. Поєднання машинного навчання з класичними методами дає змогу створювати адаптивні системи, що реагують на зміну середовища.

Машинне навчання у сфері управління запасами застосовується для прогнозування попиту, оптимізації обсягів постачання та мінімізації ризиків дефіциту. Наприклад, нейронні мережі здатні виявляти приховані закономірності у змінах попиту, аналізуючи великі обсяги даних. Алгоритми кластеризації допомагають визначити групи товарів із подібною динамікою попиту, що спрощує управління запасами. Застосування reinforcement learning (навчання з підкріпленням) дає змогу автоматично адаптувати політики управління запасами до змін ринку. Такий підхід особливо ефективний у ритейлі та e-commerce, де потрібно швидко реагувати на зміни споживчих уподобань. Впровадження глибокого навчання дозволяє підвищити точність прогнозів та скоротити витрати на логістику.

Багато сучасних моделей управління запасами включають багатокритеріальну оптимізацію, яка враховує різні фактори, такі як вартість, надійність постачання та рівень обслуговування клієнтів. Використання методів багатокритеріального аналізу, таких як метод аналізу ієрархій (АНР) або метод компромісного програмування, дає змогу збалансувати суперечливі вимоги. Наприклад, підприємства можуть одночасно прагнути мінімізувати витрати на зберігання та забезпечити високий рівень сервісу для клієнтів. Комбінування традиційних економіко-математичних моделей із сучасними аналітичними підходами дозволяє створювати ефективні системи управління запасами. При цьому адаптивні алгоритми дають змогу враховувати сезонні коливання та змінювані ринкові умови.

Загалом, сучасні підходи до моделювання систем управління запасами базуються на поєднанні математичних методів оптимізації, стохастичного

аналізу та штучного інтелекту. Динамічні моделі, нейронні мережі та машинне навчання забезпечують високу адаптивність систем до змін попиту та постачання. Інтеграція імітаційного моделювання та аналізу великих даних дозволяє підвищити точність прогнозів та ефективність управління запасами. Окрім цього, розвиток технологій Інтернету речей (IoT) дає змогу автоматизувати збір даних у реальному часі, що покращує управлінські рішення. Майбутнє моделювання систем запасів лежить у глибшій інтеграції аналітичних інструментів, штучного інтелекту та автоматизації процесів. Завдяки цьому підприємства можуть знижувати витрати та підвищувати ефективність своєї діяльності.

Розділ 2. Моделі управління запасами для багатопродуктових систем

2.1. Математичне представлення багатопродуктових моделей управління запасами

Система управління запасами є важливим елементом логістики, що забезпечує ефективне використання ресурсів і мінімізацію витрат. У випадку багатопродуктових моделей управління запасами виникає необхідність у розробці математичних підходів, які враховують різноманітні характеристики продукції, обмеження та взаємозв'язки між товарами. Багатопродуктові моделі відіграють ключову роль у великих логістичних системах, де управління запасами впливає на загальну ефективність ланцюга постачання. Розуміння взаємозв'язку між попитом, вартістю зберігання та витратами на замовлення дозволяє підприємствам оптимізувати фінансові ресурси та зменшувати ризики дефіциту чи надлишкових запасів.

Математичне представлення багатопродуктових моделей управління запасами включає основні рівняння та методи оптимізації. Окрім класичних методів, розглядаються алгоритми, що використовують стохастичні підходи та методи штучного інтелекту для адаптації до змінних умов ринку.

Багатопродуктова система управління запасами може бути формалізована наступними основними змінними:

- x_i – кількість запасу продукту i на складі;
- d_i – попит на продукт i за певний період;
- c_i – вартість одиниці продукту i ;
- h_i – витрати на зберігання одиниці продукту i за одиницю часу;
- S – загальний обсяг доступного складу;
- Q_i – розмір партії замовлення для продукту i ;
- T – довжина розглянутого періоду управління запасами.

Базова модель управління запасами для багатопродуктової системи з урахуванням економічного обсягу замовлення (EOQ) має наступний вигляд:

$$Q_i^* = \sqrt{\frac{2D_i S_i}{h_i}}$$

де D_i – річний попит на продукт i , а S_i – витрати на розміщення замовлення продукту i .

При обмеженому складському просторі модель доповнюється умовою:

$$\sum x_i \leq S.$$

Також враховується функція загальних витрат системи запасів:

$$TC = \sum_{i=1}^n \left(\frac{D_i}{Q_i} S_i + \frac{Q_i}{2} h_i \right)$$

Оптимізація полягає у знаходженні таких значень Q_i , які мінімізують функцію TC , з урахуванням обмежень.

Для випадків зі змінним попитом застосовується динамічна модель запасів, що включає рівняння балансу запасів:

$$x_i(t+1) = x_i(t) + Q_i - d_i(t),$$

де $x_i(t)$ – рівень запасу продукту i у момент часу t .

Оптимізація може здійснюватися через лінійне програмування, зокрема з використанням таких методів:

- Метод динамічного програмування Беллмана;
- Лінійне програмування для багатопродуктових моделей;
- Генетичні алгоритми для пошуку оптимальних стратегій поповнення

запасів.

На практиці управління запасами має враховувати додаткові обмеження:

- Мінімальний рівень запасів: $x_i \geq x_{\min,i}$;
- Обмеження постачальників на мінімальний розмір замовлення: $Q_i \geq$

$Q_{\min,i}$;

- Обмеження грошових ресурсів: $\sum Q_i c_i \leq B$, де B – загальний бюджет

на поповнення запасів.

Математичні моделі багатопродуктового управління запасами дозволяють ефективно прогнозувати потреби, оптимізувати витрати та

забезпечувати безперебійне функціонування логістичних процесів. Використання аналітичних та обчислювальних методів допомагає знаходити оптимальні рішення навіть у випадках зі складними обмеженнями. Додаткове використання стохастичних підходів та алгоритмів машинного навчання дозволяє досягти більшої адаптивності до реальних ринкових умов.

Подальші дослідження можуть бути спрямовані на вдосконалення алгоритмів оптимізації та інтеграцію моделей із сучасними інформаційними системами. Також перспективним є застосування технологій інтернету речей (IoT) для автоматичного моніторингу запасів та штучного інтелекту для прогнозування змін попиту та оптимального коригування рівня запасів.

Багатопродуктова статична модель з обмеженнями на місткість складських приміщень

Ця модель призначена для системи управління запасами, що включає n ($n > 1$) видів продукції, яка зберігається на одному складі обмеженої площі. Дана умова визначає взаємозв'язки між різними видами продукції і може бути включена в модель як обмеження.

Позначимо A – максимально допустима площа складського приміщення для n видів продукції; a_i – площа, необхідна для зберігання одиниці продукції i -го виду. Тоді обмеження на потреби у складському приміщенні:

$$\sum a_i y_i \leq A.$$

Нехай запас продукції кожного виду поповнюється миттєво і зниження цін немає. Нехай також дефіцит не допускається.

Позначимо β_i – інтенсивність попиту; k_i – витрати на оформлення замовлення; h_i – витрати на зберігання продукції i -го виду за одиницю часу. Загальні витрати для продукції кожного виду будуть такими ж, як і у випадку еквівалентної однопродуктової моделі. Таким чином, наша задача набуває вигляду:

$$TCU(y_1, \dots, y_m) = \sum (k_i \beta_i / y_i + h_i y_i / 2) \rightarrow \min$$

при (*)

$$\sum a_i y_i \leq A, \quad y_i > 0 \text{ для всіх } i.$$

Загальний розв'язок цієї задачі знаходимо методом множників Лагранжа.

Однак перед застосуванням цього методу необхідно встановити, чи діє вказане обмеження, перевірявши виконання обмеження на площу складу для розв'язку $y_i^* = \sqrt{2k_i\beta_i/h_i}$ необмеженої задачі. Якщо обмеження виконується, то воно надлишкове і ним можна знехтувати. Обмеження діє, якщо воно не виконується для значень y_i^* . У цьому випадку потрібно знайти нове оптимальне значення y_i , що задовольняє обмеження на площу складу у вигляді рівності (*). Цей метод призводить до конкретного розв'язку, оскільки $TCU(y_1, \dots, y_m)$ опукла і задача має єдине лінійне обмеження (опуклий простір розв'язків). Метод може стати некоректним при інших обмеженнях або коли число обмежень більше одиниці.

Цей результат досягається побудовою функції Лагранжа вигляду:

$$L(\lambda, y_1, y_2, \dots, y_n) = TCU(y_1, \dots, y_m) - \lambda(\sum a_i y_i - A) = \\ = \sum(k_i\beta_i/y_i + h_i y_i/2) - \lambda(\sum a_i y_i - A),$$

де $\lambda < 0$ – множник Лагранжа.

Оптимальні значення y_i і λ можна знайти, якщо прирівняти до нуля відповідні частинні похідні:

$$dL/dy_i = -k_i\beta_i/y_i^2 + h_i/2 - \lambda a_i = 0;$$

$$dL/d\lambda = -\sum a_i y_i + A = 0.$$

З другого рівняння випливає, що значення y_i^* має задовольняти обмеження на площу складу у вигляді рівності. З першого рівняння випливає, що

$$y_i^* = \sqrt{2k_i\beta_i/(h_i - 2\lambda a_i)}.$$

Зазначимо, що y_i^* залежить від оптимального значення λ^* множника λ . Крім того, при $\lambda^* = 0$ значення y_i^* є розв'язком задачі без обмеження. Значення λ^* можна знайти методом систематичних проб та помилок.

Оскільки за визначенням у поставленій задачі мінімізації $\lambda < 0$, то при послідовній перевірці від'ємних значень λ знайдене значення λ^* буде

одночасно визначати значення y_i^* , що задовольняють задане обмеження у вигляді рівності.

Таким чином, в результаті визначення λ^* автоматично отримуємо y_i^* .

Приклад 1. Розглянемо задачу управління запасами для випадку трьох видів продукції ($n = 3$), вихідні дані якої наведені у таблиці:

Вид продукції i	k_i , у.о.	β_i , од.	h_i , у.о.	a_i , м ²
1	10	2	0,3	1
2	5	4	0,1	1
3	15	4	0,2	1

Нехай загальна площа складського приміщення складає 25 м² ($A = 25$).

Виходячи з формули $y_i^* = \sqrt{2k_i\beta_i/(h_i - 2\lambda a_i)}$,

побудована така таблиця:

λ	y_1	y_2	y_3	$\Sigma a_i y_i - A$
0	11,5	20	24,5	31
-0,05	10	14,1	17,3	16,4
-0,1	9	11,5	14,9	10,4
-0,15	8,2	10	13,4	6,6
-0,2	7,6	8,9	12,2	3,7
-0,25	7,1	8,2	11,3	1,6
-0,3	6,7	7,6	10,6	-0,1

При $A = 25$ обмеження на складське приміщення задовольняється у вигляді рівності при деякому λ ($-0,25 \leq \lambda \leq -0,3$). Це значення дорівнює λ^* і його можна оцінити за допомогою лінійної інтерполяції.

Відповідні значення y_i визначають значення y_i^* . Оскільки з таблиці видно, що значення λ^* дуже близьке до $-0,3$, то оптимальні значення y_i^* наближено дорівнюють:

$$y_1^* = 6,7, y_2^* = 7,6 \text{ та } y_3^* = 10,6.$$

Якщо $A \geq 52,4$, то значення y_i без урахування обмежень, що відповідають $\lambda = 0$, визначають y_i . У цьому випадку обмеження надлишкове.

2.2. Особливості управління запасами в умовах невизначеності

У сучасних економічних умовах підприємства стикаються з високою невизначеністю в управлінні запасами. Коливання попиту, перебої в постачанні, зміни у вартості сировини та товарів створюють складнощі для ефективного прогнозування та прийняття рішень. В таких умовах важливим є застосування гнучких стратегій управління запасами, що дозволяють мінімізувати ризики нестачі чи надлишку продукції. Одним із ключових підходів є використання стохастичних моделей прогнозування, які враховують ймовірнісну природу змінних факторів. Застосування методів штучного інтелекту також дозволяє значно підвищити точність прогнозів та адаптивність системи. Важливим фактором є розробка механізмів швидкого реагування на зміну параметрів ринку, що передбачає інтеграцію автоматизованих рішень у бізнес-процеси.

Ризики, пов'язані з управлінням запасами в умовах невизначеності, можна класифікувати на внутрішні та зовнішні. Внутрішні ризики включають помилки у прогнозуванні, неефективні стратегії закупівель та обмеженість фінансових ресурсів. Зовнішні фактори, такі як макроекономічні коливання, природні катастрофи або політичні кризи, безпосередньо впливають на ланцюг постачання. Одним з підходів до мінімізації впливу невизначеності є диверсифікація постачальників та збільшення рівня страхових запасів. Також важливу роль відіграє впровадження адаптивних алгоритмів планування, які дозволяють в режимі реального часу коригувати замовлення на основі актуальних даних. Формалізований підхід до оцінки ризиків допомагає ефективніше приймати рішення, спрямовані на зниження витрат і зменшення дефіциту товарів.

Одним із методів оцінки ризиків у системі управління запасами є використання математичних моделей. Наприклад, стохастична модель попиту може бути представлена рівнянням:

$$D_t = \mu + \epsilon_t, \epsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$$

де D_t – обсяг попиту у момент часу t , μ – середнє значення попиту, а ϵ_t – випадковий шум, що підпорядковується нормальному розподілу з нульовим середнім та дисперсією σ^2 . Такий підхід дозволяє оцінити ймовірні межі коливань попиту та визначити оптимальні рівні запасів. Важливо також враховувати сезонність та довгострокові тренди, що можуть впливати на обсяги замовлень.

Одним із практичних рішень для управління запасами в умовах невизначеності є застосування систем зворотного зв'язку. Наприклад, метод управління запасами з урахуванням адаптивного попиту передбачає коригування рівня замовлень залежно від реального споживання. Формально це можна виразити наступним рівнянням:

$$Q_t = \alpha D_t + (1-\alpha)Q_{t-1}$$

де Q_t – прогнозований рівень замовлення, D_t – фактичний попит у поточному періоді, а α – коефіцієнт коригування. Такий підхід дозволяє гнучко реагувати на зміни ринку та підтримувати оптимальний рівень запасів. Впровадження подібних алгоритмів дозволяє знизити витрати на зберігання та уникнути дефіциту товарів.

Автоматизовані системи управління запасами забезпечують ефективно застосування адаптивних стратегій. Використання штучного інтелекту та машинного навчання дозволяє швидко аналізувати великі обсяги даних та знаходити оптимальні рішення. Наприклад, нейронні мережі можуть навчатися на історичних даних, виявляючи приховані закономірності у зміні попиту. Додатково можуть застосовуватися методи кластеризації для сегментування клієнтів за рівнем попиту та адаптації стратегії закупівель під кожен сегмент. Інтеграція автоматизованих рішень у системи управління дозволяє зменшити вплив людського фактора та підвищити ефективність логістичних процесів.

Ключовим фактором у сучасному управлінні запасами є гнучкість системи. Підприємства повинні бути готові до швидких змін ринку, використовуючи аналітичні моделі для прогнозування потенційних сценаріїв

розвитку подій. Використання симуляційних методів дозволяє перевіряти різні стратегії управління запасами перед їх впровадженням. Наприклад, імітаційне моделювання може допомогти оцінити вплив затримок у постачанні або різкого зростання попиту. Такий підхід дозволяє підприємствам зменшити ризики та оптимізувати процеси управління запасами у нестабільних умовах.

Створена модель надає керівнику структуроване інформаційне поле, в межах якого він може приймати необхідні рішення. На даному етапі аналізуються відповідні зовнішні джерела інформації та досліджуються фактори впливу. Недоліком існуючих систем аналізу відповідних факторів є суб'єктивний підхід до оцінки та неможливість правильно оцінити якісні фактори зовнішнього та внутрішнього середовища [20, с.55].

Після аналізу на другому етапі проводиться остаточне визначення цілей внутрішньої політики підприємства можливості їх досягнення, що є основою для формулювання стратегії, під якою слід розуміти детальний набір рішень, спрямованих на досягнення цілей стабілізаційної політики з урахуванням впливу зовнішніх факторів. Ґрунтуючись на пропозиції конкурентоздатних інструментів, здатності ефективно управляти ресурсами, підтримувати прийнятний рівень ризику та забезпечувати фінансову стабільність [20, с.64].

Розвиток методів управління запасами передбачає подальше вдосконалення прогнозних моделей та автоматизацію процесів. Інноваційні підходи включають використання багатокритеріальних оптимізаційних методів для вибору найкращих рішень. Крім того, сучасні системи управління запасами орієнтовані на інтеграцію з аналітичними платформами, які дозволяють швидко реагувати на зміну ринкових умов. Подальші дослідження у цій сфері спрямовані на створення більш адаптивних та ефективних алгоритмів прогнозування, що зможуть мінімізувати ризики та підвищити економічну ефективність бізнесу. Таким чином, стратегічне планування в умовах невизначеності потребує застосування сучасних методів моделювання

та прогнозування, які сприятимуть покращенню конкурентоспроможності підприємств.

2.3. Оцінка ефективності багатопродуктової моделі управління запасами

Оцінка ефективності класифікатора є основною проблемою в галузі машинного навчання. Модель, отриману під час навчання, можна оцінити за допомогою різних метрик. Ця оцінка має вирішальне значення для вимірювання точності прогнозів і визначення необхідних коригувань обробки даних, вибору гіперпараметрів та інших процесів прийняття рішень.

На додаток до таких факторів, як обчислювальна складність і зрозумілість, у цьому розділі в першу чергу розглядатимуться критерії, які використовуються для оцінки прогнозної точності математичних моделей.

Щоб оцінити продуктивність моделі та переконатися в її ефективності, необхідно встановити методологію для розділення початкового набору даних для подальшого аналізу. Цього можна досягти шляхом поділу даних на набори для навчання та тестування або використання методів перехресної перевірки.

Концепція поділу наборів даних для навчання та тестування (train test split), відома як метод поділу тестування, передбачає поділ початкового набору даних певним чином. Отриману модель потім перевіряють з окремими даними, щоб оцінити її здатність узагальнювати нові, невідомі дані. Однак виникає компроміс між розміром набору для тестування та набору для навчання. Збільшення розміру набору для тестування дозволяє точніше оцінити продуктивність моделі на незнайомих даних, але це відбувається за рахунок зменшення розміру набору для навчання, що потенційно може вплинути на ефективність навчання моделі.

Крос-валідація, яка також називається перехресною перевіркою, охоплює серію методологій, призначених для оцінки ефективності прогнозної

моделі при застосуванні до автентичних ненавчальних даних. Серед цих методів часто використовується k-кратна перехресна перевірка (k-fold cross-validation), коли вибірка випадковим чином розбивається на k рівних сегментів з метою ітераційного навчання та оцінки моделі. Під час кожної ітерації один із k сегментів позначається як набір для тестування, а решта k-1 сегментів використовуються для навчання. Цей процес гарантує, що кожен сегмент служить тестовим набором рівно один раз. Згодом зазвичай береться до уваги середнє значення показників продуктивності моделі, отримане з кожної ітерації. Рисунок 2.4 демонструє ідею k-кратної крос-валідації з k=5.



Рисунок 2.4 K-fold cross-validation

При цьому під час навчання моделей доречним буде застосувати крос-валідацію, щоб отримувати оцінку якості моделі з використанням усіх навчальних даних, перш ніж порівнювати результати її роботи з моделями інших учасників на тестовій вибірці. Таким чином, буде використано комбінацію цих двох підходів. Її проілюстровано рисунком 2.5 нижче.



Рисунок 2.5 Стратегія навчання моделі

Точність є одним з показників для оцінки класифікації моделі. Вона являє собою відношення правильних прогнозів моделі до загальної кількості її прогнозів (2.1).

$$\frac{\text{True Positive} + \text{True Negative}}{\text{True Positive} + \text{True Negative} + \text{False Positive} + \text{False Negative}} \quad (2.1)$$

Цей показник відносно простий для розуміння, однак важливо зазначити, що він має обмеження. Слід визнати, що він не підходить для оцінки продуктивності моделі на незбалансованих наборах даних. У ситуаціях, коли один клас непропорційно представлений у наборі даних порівняно з іншим класом (міноритарним класом), показники точності можуть здаватися високими, навіть якщо передбачувана здатність моделі для екземплярів меншинного класу є потенційно недостатньою.

У контексті класифікації транзакцій, зокрема у сфері виявлення шахрайських транзакцій, загальна проблема виникає через дисбаланс даних, коли випадки шахрайства зазвичай є меншістю порівняно з законними транзакціями. Отже, для оцінки ефективності системи виявлення шахрайства для прогнозування шахрайської діяльності необхідно вибрати альтернативний показник.

Матриця плутанини (confusion matrix) служить інструментом для структурування та відображення результатів моделі класифікації, що дозволяє візуально оцінити ефективність використаного алгоритму. Це дозволяє ідентифікувати кількість точних позитивних прогнозів (True Positive - TP), точних негативних прогнозів (True Negative - TN), неточних позитивних прогнозів (False Positive - FP) і неточних негативних прогнозів (False Negative - FN). Схему заповнення матриці помилок подано на рисунку 2.6.

		PREDICTIVE VALUES	
		POSITIVE (1)	NEGATIVE (0)
ACTUAL VALUES	POSITIVE (1)	TP	FN
	NEGATIVE (0)	FP	TN

Рисунок 2.6 Схema заповнення матриці помилок

За допомогою даного засобу можна оцінити наявність помилок першого (FN) і другого (FP) роду, і обрахувати метрики, що детальніше демонструють особливості роботи навченої моделі, на відміну від раніше згаданої точності. Серед таких можна виділити (2.2-2.4):

$$\text{Precision} = \text{TP}/(\text{TP} + \text{FP}) \quad (2.2)$$

$$\text{True positive rate (Recall)} = \text{TP}/(\text{FN}+\text{TP}) \quad (2.3)$$

$$\text{False positive rate (Recall)} = \text{FP}/(\text{TN}+\text{FP}) \quad (2.4)$$

Ще одним показником якості роботи моделі є ROC (*Receiver operating characteristic*) криві, що ілюструють співвідношення між істинно позитивними та хибно позитивними прогнозами моделі [13].

Рисунок 2.7. ілюструє графік ROC кривої, на якому вісь абсцис відповідає FPR, а вісь ординат - TPR, згадані у підпункті вище. Точкою

найкращого прогнозу на даній площині є $(0, 1)$, що означало б вірну класифікацію всіх екземплярів позитивного класу, та що при цьому жоден екземпляр негативного класу не був помилково класифікований як позитивний. Криву ROC також можна використовувати як надійний метод ідентифікації потенційно оптимальних класифікаторів [14].

Як правило, можна говорити про прийнятну точність класифікатора, якщо його крива лежить здебільшого або повністю вище прямої $y=x$.

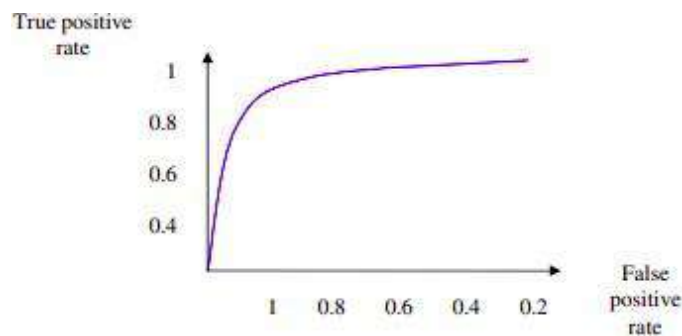


Рисунок. 2.7 Зображення ROC кривої

AUC (Area Under Curve) являє собою площу під графіком ROC кривої. Це означає, що модель ідеально вірно класифікує подані їй на вхід дані, коли показник AUC сягає одиниці.

Також під час інтерпретації результатів роботи моделей слід враховувати, що значення AUC, близьке до 0.5 вказує, що прогнози даної моделі еквівалентні рівномірному розподілу від 0 до 1 і не залежать від даних на вході.

Обравши алгоритми машинного навчання, що можуть бути застосовані до вирішення задачі бінарної класифікації, необхідно також розуміти, що якість їх роботи може також залежати від таких факторів, як попередня підготовка даних та задані гіперпараметри моделі.

Розділ 3. Розробка та реалізація нейронних мереж у системах управління запасами

3.1. Розробка вимог до нейронної мережі для багатопродуктової моделі

Штучні нейронні мережі (ANN, artificial neural networks) є видом машинного навчання, який дозволяє ефективно моделювати як параметричні, так і непараметричні процеси, а також автоматично оптимізувати вхідні дані. На відміну від авторегресійних моделей, що мають певні обмеження у використанні, нейронні мережі таких обмежень не мають. Завдяки цьому їх популярність зростає, особливо в економіці, де часто зустрічаються складні процеси. Окрім завдань класифікації та розпізнавання об'єктів, нейронні мережі активно застосовуються для створення алгоритмів прогнозування на основі часових рядів.

Система обробки даних у таких методах базується на численних взаємопов'язаних елементах, відомих як нейрони, які спільно вирішують поставлені завдання. Штучна нейронна мережа є універсальним інструментом, здатним апроксимувати широкий спектр даних [9]. Цей підхід також ефективно оцінює продуктивність як лінійних, так і нелінійних функцій. Крім того, штучні нейронні мережі можуть розпізнавати приховані закономірності та тренди, які важко ідентифікувати іншими методами. Існує кілька ключових переваг, які визначають ефективність нейронних мереж як методологічного інструменту:

По-перше, вони мають здатність адаптивного навчання, тобто можуть аналізувати початкові дані, використовувані під час тренування, і поступово вдосконалювати свою ефективність у виконанні завдань.

По-друге, нейронні мережі здатні до самоорганізації, що дозволяє їм автономно визначати оптимальну структуру відповідно до вхідних даних. Це означає автоматичний вибір кількості входів, прихованих рівнів і виходів.

Наприклад, у задачах прогнозування кількість виходів зазвичай обмежується одним.

Нарешті, вони чудово функціонують у реальному часі, швидко адаптуючи структуру до нових даних. Це значна перевага, оскільки дозволяє уникати труднощів із параметрами моделі, які часто виникають у методах авторегресії або адаптивного моделювання. Коли такі методи стикаються зі змінами у даних або новими спостереженнями, вони часто потребують корекції параметрів, чого можна уникнути при використанні нейронних мереж.

Таким чином, здатність до оперативного пристосування до змін робить штучні нейронні мережі більш ефективними для прогнозування на основі часових рядів порівняно з альтернативними методами.

Штучні нейронні мережі (ANN) були створені за зразком принципів функціонування біологічних нейронів. У таких мережах вхідні дані нагадують дендрити, а вихідні – аксони. Додатково нейронні мережі мають прихований шар, який містить вагові коефіцієнти або нахили, що впливають на результати. Основний процес навчання ANN полягає у коригуванні цих коефіцієнтів для відповідності моделюваному процесу.

Звичайні нейронні мережі не здатні враховувати попередні події, що обмежує їх застосування. Цю проблему вирішують рекурентні нейронні мережі (RNN), які відрізняються наявністю зворотних зв'язків. Завдяки цьому RNN можуть зберігати та використовувати інформацію з минулого. Їх структура представлена як послідовність одношарових елементів, що передають сигнал наступному елементу.

Рекурентні мережі ефективно застосовуються для аналізу та прогнозування часових рядів, проте вони мають важливий недолік. Коли залежності, необхідні для прогнозу, охоплюють значний часовий проміжок, RNN втрачають здатність з'єднувати інформацію, що знижує точність їх роботи.

Існує вдосконалена модифікація рекурентних нейронних мереж, яка позбавлена недоліків традиційних RNN. У цій моделі нейрони здатні зберігати нещодавно отриману інформацію, але втрачають можливість тривалого збереження даних, оброблених багато циклів тому, навіть якщо вони є важливими.

У LSTM-мережах (Long Short-Term Memory) нейрони мають складну внутрішню структуру, що забезпечує ефективну передачу пам'яті між шарами. Основна концепція LSTM полягає у використанні спеціального показника – "стану клітини", який проходить через усю мережу, зберігаючи необхідну інформацію та передаючи її на наступні етапи навчання та виконання.

Ключовою особливістю таких мереж є наявність фільтрів, які контролюють, як обробляти інформацію, що проходить через нейрон. Ці фільтри приймають рішення, чи видаляти, зберігати або передавати дані на вихід, забезпечуючи адаптивне управління інформаційними потоками.

Кожен нейрон у LSTM-мережах оснащений «станом клітини», який виконує функцію пам'яті, а також трьома основними типами фільтрів: вхідним, вихідним і забуваючим (іноді називається фільтром забування). Завдання цих фільтрів – захист та управління інформацією. Вхідний фільтр регулює, яка частина інформації з попереднього шару буде збережена в клітині. Вихідний фільтр визначає, яка частина збереженої інформації передається наступним шарам. Фільтр забування відповідає за те, яку інформацію слід ігнорувати на наступному етапі алгоритму.

Глибокі нейронні мережі (DNN) знаходять широке застосування у прогнозуванні часових рядів завдяки їхній здатності ефективно працювати з нелінійними та складними даними. Однією з найбільш популярних архітектур є згорткові нейронні мережі (CNN), які спочатку розроблялися для обробки зображень. У контексті часових рядів CNN адаптуються через використання згорткових шарів для виявлення локальних шаблонів у послідовностях даних. Завдяки своїй здатності працювати з багатовимірними даними, CNN ефективно виявляють складні тимчасові залежності, що є важливим для

високоточного прогнозування. Наприклад, згорткові фільтри можуть виділяти тенденції або сезонні компоненти в часових рядах, спрощуючи наступну обробку даних.

Іншою популярною архітектурою є багатошаровий персептрон (MLP), який є основою глибокого навчання. MLP складається з декількох шарів нейронів, які забезпечують здатність моделі до узагальнення й виявлення складних нелінійних взаємозв'язків. У задачах прогнозування часових рядів MLP використовується для моделювання глобальних залежностей між змінними. Модель потребує попереднього перетворення даних, наприклад, формування входів на основі вікон часових рядів, що дозволяє MLP враховувати динаміку системи. Завдяки своїй простоті і гнучкості MLP залишається популярним інструментом, особливо для невеликих наборів даних.

Порівнюючи традиційні підходи до прогнозування, такі як ARIMA, із глибокими моделями, можна виділити кілька ключових аспектів. Традиційні моделі ефективні для стаціонарних часових рядів і потребують значного обсягу попереднього аналізу даних, включаючи перевірку стаціонарності та обчислення параметрів моделі. Вони часто не справляються з нелінійними залежностями, що обмежує їх застосування в складних умовах. Натомість, глибокі моделі здатні автоматично виявляти нелінійні закономірності без значного ручного втручання. Наприклад, CNN можуть працювати з багатовимірними вхідними даними, що забезпечує їхню перевагу в задачах, де є кілька взаємопов'язаних часових рядів.

Однак, глибокі моделі, зокрема CNN і MLP, мають свої виклики. Для їхнього навчання потрібен великий обсяг даних, що може бути недоступним у багатьох практичних ситуаціях. Крім того, моделі є чутливими до налаштувань гіперпараметрів, таких як кількість шарів, кількість нейронів і параметри оптимізації. Це робить процес навчання складнішим і тривалішим порівняно з традиційними моделями. Водночас, якщо модель правильно налаштована та забезпечена достатнім обсягом даних, вона демонструє значно

кращу точність прогнозування, особливо для складних і нестабільних часових рядів.

Гібридні підходи, які поєднують традиційні методи, такі як ARIMA, із глибокими моделями, стають перспективним напрямком. Вони дозволяють поєднувати сильні сторони обох підходів: ARIMA може моделювати лінійні компоненти часових рядів, тоді як CNN або MLP ефективно виявляють нелінійні залежності. Такий симбіоз забезпечує високу точність і гнучкість моделей у різних задачах. Наприклад, спочатку ARIMA може виділяти залишки після лінійного моделювання, які потім передаються до нейронної мережі для аналізу нелінійних компонентів.

Загалом, вибір між традиційними і глибокими підходами залежить від специфіки задачі, доступних даних і ресурсів. Традиційні моделі залишаються актуальними для задач із простими закономірностями та обмеженими ресурсами. У той час, як глибокі моделі, включно з CNN і MLP, є незамінними у випадках, коли необхідно врахувати складну структуру даних і забезпечити високу точність прогнозування. Таким чином, сучасні дослідження спрямовані на оптимізацію та інтеграцію цих підходів для розв'язання реальних проблем.

Щоб використовувати рекурентну нейронну мережу для задач прогнозування та аналізу часових рядів, необхідно модифікувати її таким чином, щоб вона могла отримувати дані з прихованих шарів, які впливають на поточний внутрішній стан. Важливою вимогою є можливість запису та зберігання цих даних, а також можливість їх подальшого використання для аналізу, висновків або побудови прогнозів.

Таку модифікацію рекурентних мереж здійснюють у нейронних мережах з довгою короткостроковою пам'яттю, відомих як LSTM (Long Short-Term Memory). LSTM-мережі мають спеціальні механізми, які дозволяють зберігати важливу інформацію про минулі стани протягом тривалого часу, завдяки чому вони здатні ефективно працювати з довгостроковими

залежностями в даних, що особливо важливо для задач прогнозування та аналізу часових рядів.

Розглянемо переваги та недоліки окремих моделей.

1. **Моделі ARIMA:** Основними перевагами моделей ARIMA є їх чітке математичне та статистичне обґрунтування, що робить їх одними з найбільш науково обґрунтованих серед методів прогнозування часових рядів. Крім того, ARIMA має добре розроблену та формалізовану методологію для вибору найкращої моделі для конкретного ряду. Існують автоматизовані методи підбору оптимальної моделі, що значно спрощує роботу прогнозіста. Точкові та інтервальні прогнози можуть бути отримані без необхідності в окремій оцінці. Недоліками є вимоги до кількості даних, зокрема для ARIMA необхідно мати не менше 40 спостережень, а для SARIMA – близько 6-10 сезонів. Також моделі ARIMA не підходять для нерегулярних або сезонних даних.

2. **Кореляційні та регресійні моделі:** Ці моделі дають можливість оцінити взаємозв'язки між окремими показниками ефективності та рівнем ризику, що є важливим для прийняття рішень. Однак вибір правильної моделі (лінійної, експоненційної тощо) не завжди дає точний прогноз, оскільки неправильний вибір може призвести до помилок у прогнозах. Крім того, ці моделі потребують ретельної перевірки на надійність, неавтокореляцію та інші параметри, що додає складнощів у процесі моделювання.

3. **Рекурентні моделі:** Рекурентні нейронні мережі, зокрема LSTM, є найбільш перспективними для вирішення проблеми втрати взаємозв'язку між подіями, що відбулися через певний проміжок часу. Ці моделі дозволяють зберігати та опрацьовувати інформацію про минулі стани, що особливо важливо для задач прогнозування та аналізу часових рядів. Проте, вони вимагають значних обчислювальних ресурсів, а процес навчання може бути досить повільним. Крім того, рекурентні моделі потребують великих обсягів даних для ефективного навчання, що може бути проблемою для деяких застосувань.

В підсумку, кожна з цих моделей має свої переваги та недоліки. ARIMA підходить для чітко структурованих даних, кореляційні та регресійні моделі ефективні для виявлення зв'язків між змінними, а рекурентні нейронні мережі є найкращим вибором для обробки складних та нелінійних залежностей у часових рядах.

Розглянемо методи оцінки якості моделей, які будуть застосовуватися під час тестування LSTM-мереж.

Середня абсолютна помилка (MAE) – показник, що вимірює середню величину помилок в наборі прогнозів без урахування їх знаку (тобто незалежно від того, чи перевищує прогноз реальне значення, чи недооцінює його). Це середнє значення абсолютних різниць між прогнозованими та фактичними значеннями для тестової вибірки.

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i|$$

де y_i – фактичне значення у в i – й момент часу;

\hat{y}_i – значення прогнозованої моделі у в i – й момент часу.

MAPE (Mean Absolute Percentage Error) – це середня абсолютна помилка у відсотках, яка зазвичай застосовується для оцінки точності прогнозів. Вона вимірює величину помилок у порівнянні з фактичними значеннями ряду, виражену у відсотках. Ця метрика широко використовується для порівняння різних моделей прогнозування на одному й тому ж ряді, а також для оцінки економічного ефекту, що може бути досягнутий завдяки підвищеній точності прогнозів. MAPE дозволяє чітко побачити, наскільки точним є прогноз у відносному вираженні.

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|y_i - \hat{y}_i|}{y_i} * 100\%$$

де y_i – фактичне значення у в i – й момент часу;

\hat{y}_i – значення прогнозованої моделі у в i – й момент часу.

RMSE – метрика, що вимірює квадратний корінь середньої квадратичної різниці між прогнозованими значеннями та фактичними спостереженнями для тестової вибірки.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}$$

де y_i – фактичне значення y в i – й момент часу;

\hat{y}_i – значення прогнозованої моделі y в i – й момент часу.

DW – критерій Дарбіна-Уотсона для тестування автокореляції у залишках моделі.

$$DW = \frac{\sum_{i=1}^n ((\hat{y}_i - y_i) - (\hat{y}_{i-1} - y_{i-1}))^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}$$

де y_i – фактичне значення y в i – й момент часу;

\hat{y}_i – значення прогнозованої моделі y в i – й момент часу.

Критерій приймає значення від 0 до 4, описуючи додатну кореляцію при $DW = 0$ та від'ємну при $DW = 4$. Для моделей з відсутністю автокореляції похибок $DW = 2$.

Розробка вимог до нейронної мережі для багатопродуктової моделі управління запасами є ключовим етапом створення ефективної системи контролю та прогнозування. Враховуючи складність управління запасами в умовах великої кількості товарних позицій, необхідно забезпечити врахування таких аспектів, як динамічність попиту, сезонні коливання, затримки в постачанні та зміни у вартості продукції. Оптимальна модель має враховувати як історичні дані про продажі та запаси, так і поточні тенденції ринку. Для цього необхідно визначити вхідні та вихідні параметри нейронної мережі, структуру її шарів, функції активації, а також методи навчання. Додатково слід оцінити вимоги до обчислювальної потужності та обсягу необхідних даних, що впливають на продуктивність і точність прогнозів. Особливо важливо вибрати архітектуру, яка дозволить ефективно працювати з багатовимірними даними та мінімізувати похибки прогнозування.

Основним завданням нейронної мережі є прогнозування необхідного рівня запасів для кожного з продуктів з урахуванням впливу зовнішніх факторів. Вхідні дані повинні включати історію продажів, інформацію про залишки, терміни доставки, зміну попиту, а також макроекономічні показники, що можуть впливати на закупівельну стратегію. Вихідними даними є оптимальний обсяг замовлень для кожного періоду, що забезпечує мінімізацію витрат на зберігання та уникнення дефіциту товарів. Важливим аспектом є визначення функції втрат, що відображає як вартість зберігання надлишкових запасів, так і втрати від нестачі продукції. Крім того, слід врахувати можливі ризики у прогнозуванні попиту та стратегії управління запасами у випадках різких змін споживчих тенденцій або економічних криз. Важливим є також вибір оптимальної періодичності оновлення прогнозних моделей.

Формально функція втрат може бути представлена у вигляді:

$$L = \sum_{i=1}^n (C_s S_i + C_o O_i)$$

де C_s – вартість зберігання одиниці запасу, S_i – обсяг надлишкових запасів для продукту i , C_o – вартість дефіциту, а O_i – обсяг незадоволеного попиту.

Формула дозволяє знаходити баланс між надлишками та нестачею продукції, що є критично важливим у плануванні закупівель. Додатково необхідно враховувати зміну вартості товарів у часі, особливо для секторів із високою волатильністю цін. Впровадження стратегій адаптації до різких змін ринку може суттєво покращити ефективність нейронної мережі.

При розробці архітектури нейронної мережі слід враховувати складність взаємозв'язків між різними продуктами. Наприклад, деякі товари мають комплементарний або взаємозамінний характер, що впливає на їх спільне прогнозування. Це може вимагати використання рекурентних нейронних мереж (RNN) або трансформерних архітектур, які дозволяють враховувати

часову залежність та взаємозв'язки між продуктами. Крім того, слід розглянути можливість застосування гібридних підходів, які комбінують традиційні методи прогнозування (наприклад, ARIMA або експоненційне згладжування) з глибокими нейронними мережами для підвищення точності. Важливо правильно налаштувати гіперпараметри, зокрема кількість шарів, кількість нейронів у кожному шарі, функції активації та коефіцієнт регуляризації, що забезпечує оптимальну продуктивність системи. Оптимізація нейронної мережі також може включати застосування алгоритмів генетичного програмування для вдосконалення її структури.

Навчання нейронної мережі повинно базуватися на великому обсязі даних, що містять інформацію про продажі, логістичні процеси та поведінку споживачів. Для цього доцільно використовувати різні підходи до обробки даних, зокрема нормалізацію, заповнення пропущених значень та усунення аномалій. Також необхідно розробити методику валідації моделі, яка дозволить оцінити її здатність узагальнювати нові дані. Оцінка якості моделі може здійснюватися за допомогою таких метрик, як середньоквадратична похибка (MSE), середня абсолютна похибка (MAE) або середній абсолютний відсотковий відхил (MAPE). Використання ансамблю моделей або байєсівської оптимізації для налаштування параметрів дозволить покращити точність прогнозування та зробити модель більш адаптивною до змін ринку. Ефективні алгоритми підбору параметрів також дозволяють зменшити витрати на обчислювальні ресурси.

Особливу увагу слід приділити реалізації механізмів адаптації моделі до змін у структурі попиту та сезонності. Для цього можна застосовувати механізми онлайн-навчання, що дозволяють моделі оновлювати ваги на основі нових надходжень даних у режимі реального часу. Додатково варто розглянути можливість використання reinforcement learning (навчання з підкріпленням) для оптимізації політики управління запасами на основі реальних бізнес-процесів. Наприклад, агент може навчатися шляхом взаємодії з симуляцією процесу управління запасами та вибирати стратегії, що

мінімізують загальні витрати. Такий підхід дозволить побудувати систему, яка самостійно пристосовується до нових умов та підвищує свою ефективність у реальних умовах ринку. Крім того, важливо тестувати систему на реальних сценаріях для уникнення можливих системних помилок та неточностей у прогнозуванні.

3.2. Алгоритми навчання нейронних мереж для багатопродуктових моделей

Розвиток багатопродуктових моделей управління запасами вимагає ефективних алгоритмів навчання нейронних мереж. Вибір алгоритму безпосередньо впливає на точність прогнозування, швидкість адаптації моделі до змін попиту та ефективність управління запасами. Основними критеріями оцінки алгоритмів є швидкість збіжності, стійкість до перевчання та можливість роботи з великими наборами даних. У сучасній практиці найбільш розповсюдженими методами навчання є стохастичний градієнтний спуск (SGD), адаптивні методи оптимізації (Adam, RMSprop) та алгоритми навчання з підкріпленням (Reinforcement Learning). Кожен із них має свої переваги та обмеження, які слід враховувати при виборі оптимальної стратегії навчання. Важливим є також використання технік регуляризації та нормалізації даних для забезпечення стабільної роботи моделі та мінімізації ризику переобучення.

У процесі навчання нейронних мереж критичну роль відіграє якість підготовки даних, які використовуються для тренування. Перед початком навчання необхідно виконати нормалізацію вхідних значень, заповнити пропущені дані та зменшити вплив шумів. Додатково можна використовувати методи розширення даних (data augmentation) для збагачення навчальної вибірки, що особливо важливо у випадках недостатньої кількості даних. Крім того, важливим є визначення правильної стратегії розбиття даних на тренувальний, валідаційний та тестовий набори. Оптиміальне співвідношення

між цими наборами дозволяє уникнути як перенавчання, так і недостатнього навчання моделі, що критично важливо у багатопродуктових моделях.

Основні методи навчання нейронних мереж:

1. Стохастичний градієнтний спуск (SGD):

- використовується для оптимізації вагових коефіцієнтів мережі.
- має високу швидкість обчислень, але може застрягати в локальних мінімумах.
- використання моменту (Momentum) допомагає уникнути коливань під час оновлення ваг.
- оптимально підходить для великих наборів даних, де стандартний градієнтний спуск втрачає ефективність.
- дозволяє адаптивно регулювати швидкість навчання при використанні додаткових модифікацій, таких як Nesterov Momentum.

2. Adam (Adaptive Moment Estimation):

- поєднує адаптивну швидкість навчання та момент градієнта.
- менш чутливий до вибору початкових гіперпараметрів.
- добре працює при навчанні моделей на нерівномірно розподілених даних.
- ефективний при обробці складних багатовимірних даних із великою кількістю вхідних параметрів.
- застосовується у глибоких нейронних мережах, де звичайні методи градієнтного спуску можуть бути менш ефективними.

3. RMSprop (Root Mean Square Propagation):

- використовує адаптивне масштабування градієнта для зменшення коливань.
- підходить для рекурентних нейронних мереж (RNN).
- забезпечує стабільну збіжність навіть у складних моделях.
- ефективний у випадках, коли навчальні дані мають значні варіації.
- оптимізований для роботи з нестабільними функціями втрат, які змінюються під час навчання.

4. Навчання з підкріпленням (Reinforcement Learning, RL):

- використовується для адаптивного прийняття рішень на основі взаємодії з середовищем.
- RL-агенти можуть навчатися оптимальної стратегії управління запасами без попередньої розмітки даних.
- підходить для задач із динамічними змінами попиту.
- використовується у випадках, коли традиційні методи навчання є неефективними.
- дає можливість агенту пристосовуватися до змін у реальному часі, що покращує якість прийняття рішень.

Таблиця 3.1

Порівняння алгоритмів навчання

Алгоритм	Переваги	Недоліки
SGD	Простота реалізації, швидкість	Схильність до застрягання в локальних мінімумах
Adam	Адаптивне навчання, стійкість до шуму	Потребує налаштування параметрів
RMSprop	Стабільність у складних моделях	Може бути повільнішим за Adam
RL	Адаптація до змін середовища	Висока складність реалізації, потребує багато даних

Вибір оптимального алгоритму навчання залежить від особливостей багатопродуктової моделі, доступних обчислювальних ресурсів та вимог до швидкості обробки даних. Поєднання різних методів, наприклад, використання Adam із техніками регуляризації або застосування RL для адаптивного управління запасами, може дати найкращі результати. У майбутньому подальший розвиток алгоритмів навчання дозволить ще більше покращити ефективність прогнозування та управління запасами. Важливим напрямком подальших досліджень є поєднання класичних оптимізаційних методів із глибокими нейронними мережами для отримання більш ефективних гібридних підходів.

3.3. Результати програмної реалізації та оцінка її ефективності

Для розв'язання поставленої задачі запускаємо вибірку у програмному середовищі МікТех. На Рис. 3.1 зображено фрагмент навчальної вибірки вхідних стандартизованих даних.

	1 Var1	2 Var2	3 Var3	4 Var4	5 Var5	6 Var6	7 Var7	8 Var8	9 Var9	10 Var10
28	0,43360977	-0,0324352	0,88222997	-1,0932495	-0,1816241	-1,3938505	-0,9412117	-0,4924129	-0,2664466	0
29	-0,977135	-0,8239116	0,50945144	-0,9212506	-1,0980455	-0,1012192	-0,0754035	1,41254209	-1,1667949	0
30	0,36777502	0,57380213	-1,1637173	-0,9885545	0,16203393	1,21099738	-0,661489	0,70267679	-0,9232581	0
31	-1,3345236	0,47276258	-0,2100978	0,61178271	-1,0980455	-1,3677367	-0,8346507	-0,5822693	0,88481842	0
32	-1,0147548	-1,1438702	1,15964656	0,24535036	-0,9605823	-0,3231862	-0,548268	-0,6811113	1,46045094	0
33	0,21729558	-0,731292	0,51812071	-0,9062942	0,5820604	0,27743035	-1,0943931	-0,9956085	-1,2627337	0
34	0,21729558	-0,731292	0,51812071	-0,4426451	0,94099211	-1,2632817	-0,8080104	0,1904955	0,16158781	1
35	0,21729558	-0,731292	0,51812071	-0,9511634	-1,4264298	-0,3949991	0,11773833	-0,5103842	-0,3328658	1
36	0,21729558	-0,731292	0,51812071	0,76134693	-0,8078454	-0,1599752	0,31088016	-1,2651777	0,98813708	1
37	0,21729558	-0,731292	0,51812071	-0,8464685	-0,0212504	-1,2893954	-0,8812711	-0,9057522	-1,0265768	1
38	0,21729558	-0,731292	0,51812071	0,15561182	2,21634522	-1,002144	-0,1486642	2,02356539	-0,9896772	1
39	0,21729558	-0,731292	0,51812071	0,77630336	-0,5634663	-1,3938505	1,12340784	-0,4025565	0,92171794	1
40	0,21729558	-0,731292	0,51812071	-1,1755098	-1,0064033	-0,1338614	-0,7214296	-1,0674936	-1,1151356	1
41	0,21729558	-0,731292	0,51812071	-0,3828194	-0,1739872	-1,1522982	-0,867951	0,46905024	-0,6575815	1
42	0,21729558	-0,731292	0,51812071	0,48465312	0,16203393	0,64955147	-0,2885255	-0,9057522	-0,1262284	1
43	0,21729558	-0,731292	0,51812071	0,72395588	-1,3500614	1,36115151	0,22429934	0,8015188	0,69294091	1
44	-0,4504569	-0,958631	1,723149	-1,2577701	-0,9147612	0,67566523	-0,2485651	-0,6990825	-0,1557481	0
45	1,21422185	-0,1334747	-0,0800588	-0,1958641	-0,0288872	-0,6691936	0,87032545	-0,0970449	0,89219832	0
46	-1,0147548	0,54012228	-0,9816627	0,70899945	0,91808158	0,12074777	-0,9478717	-0,5013985	-0,0893289	0
47	-0,9865399	-1,1354502	1,35037046	-0,0388217	0,14676024	-1,0543716	-0,2419051	0,8015188	0,64128158	0

Рис. 3.1 – Фрагмент навчальної вибірки

Запускаємо модуль Нейронні мережі STATISTICA. На стартовому вікні вибираємо тип завдання: *Regression (Регресія)*. Натискаємо *Ок*.

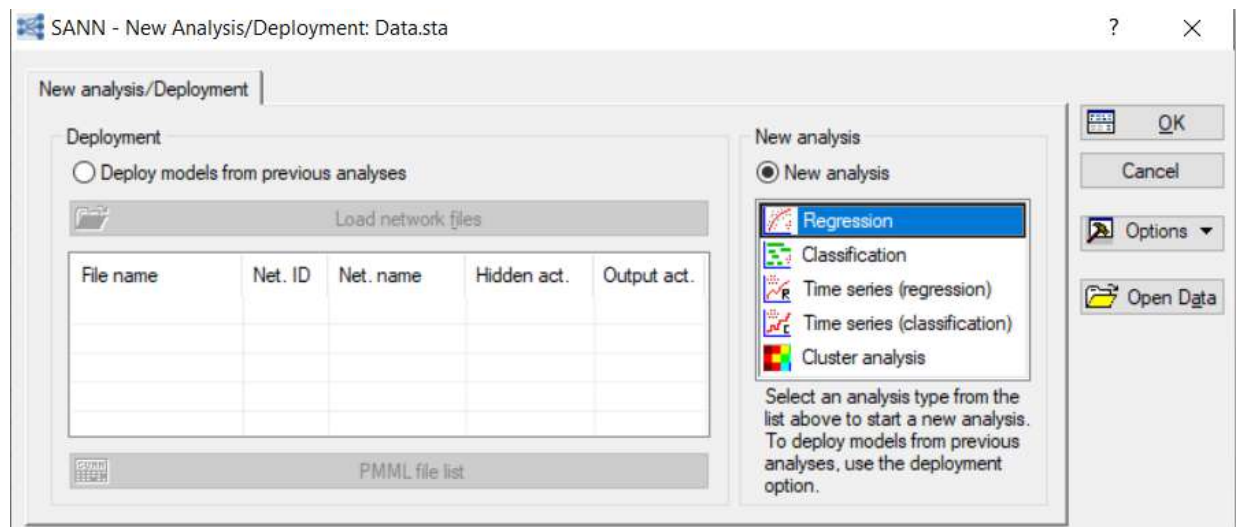


Рис. 3.2 – Вікно вибору нейронних мереж

Далі, переходимо до завдання змінних. Для цього у вікні, що відкрилося, натискаємо *Variables (Змінні)*.

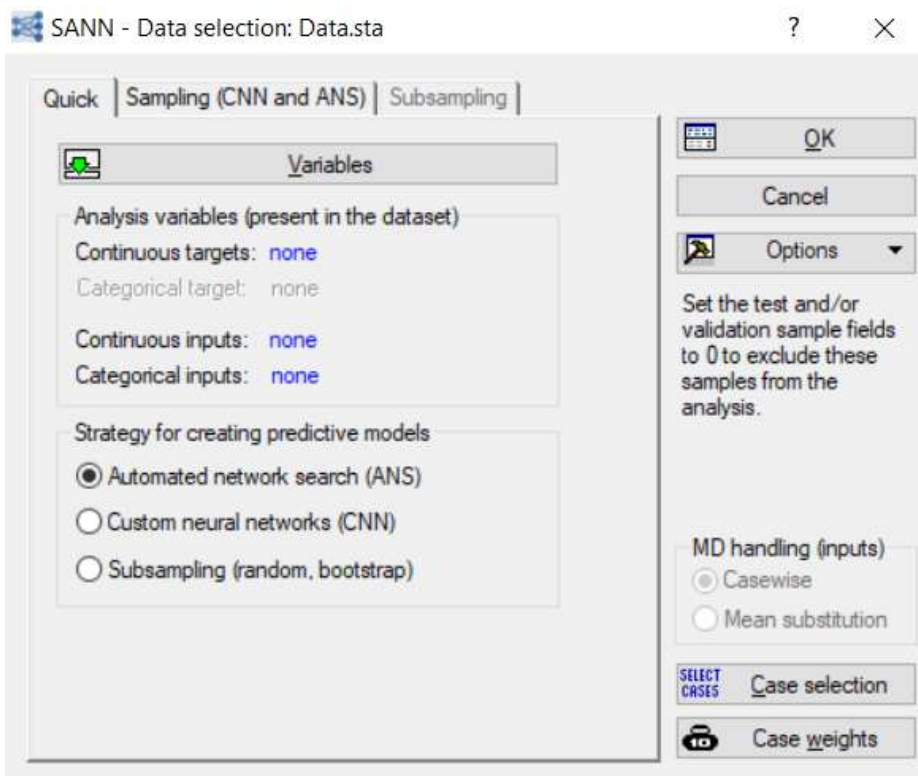


Рис. 3.3 – Вікно налаштування нейронної мережі

У діалоговому вікні вибираємо змінні, з якими буде працювати мережа. Маємо 10 змінних, з яких одна залежна (стан підприємства) і 9 незалежних. Далі у наступній вкладці обираємо тривалість навчання мережі: *N* мереж – 100, *Зберегти мереж* – 7.

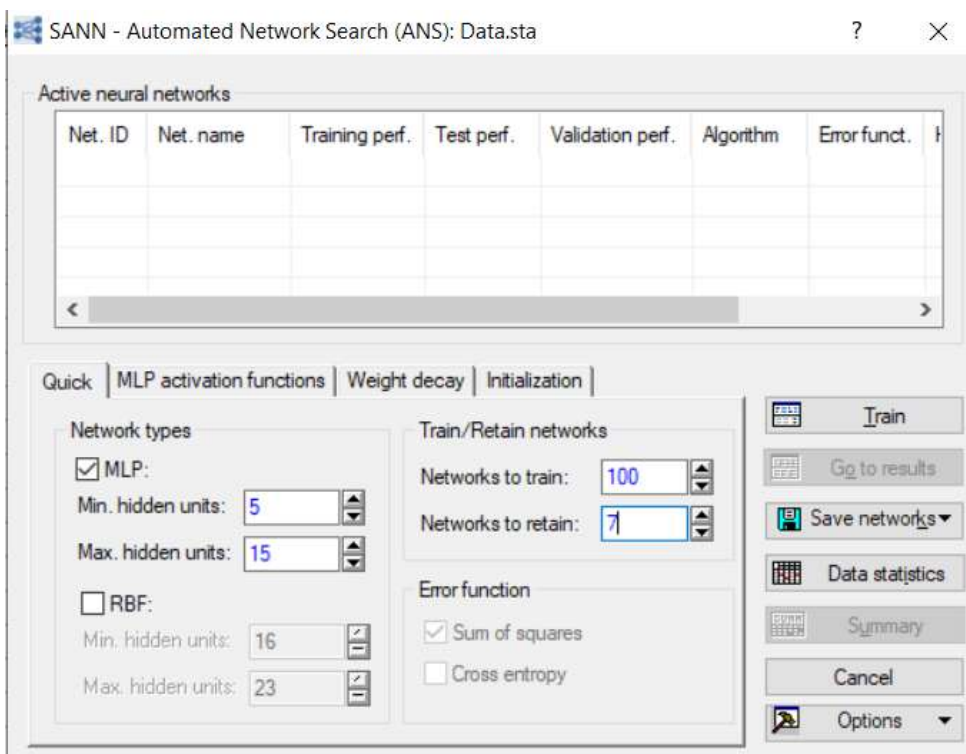
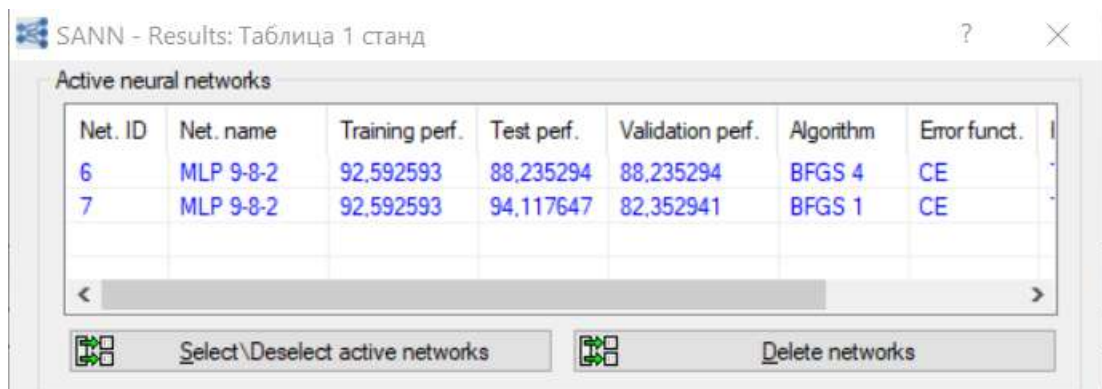


Рис. 3.4 – Вікно налаштувань навчання

Далі натискаємо на *Train (Навчати)*.



SANN - Results: Таблица 1 станд

Active neural networks

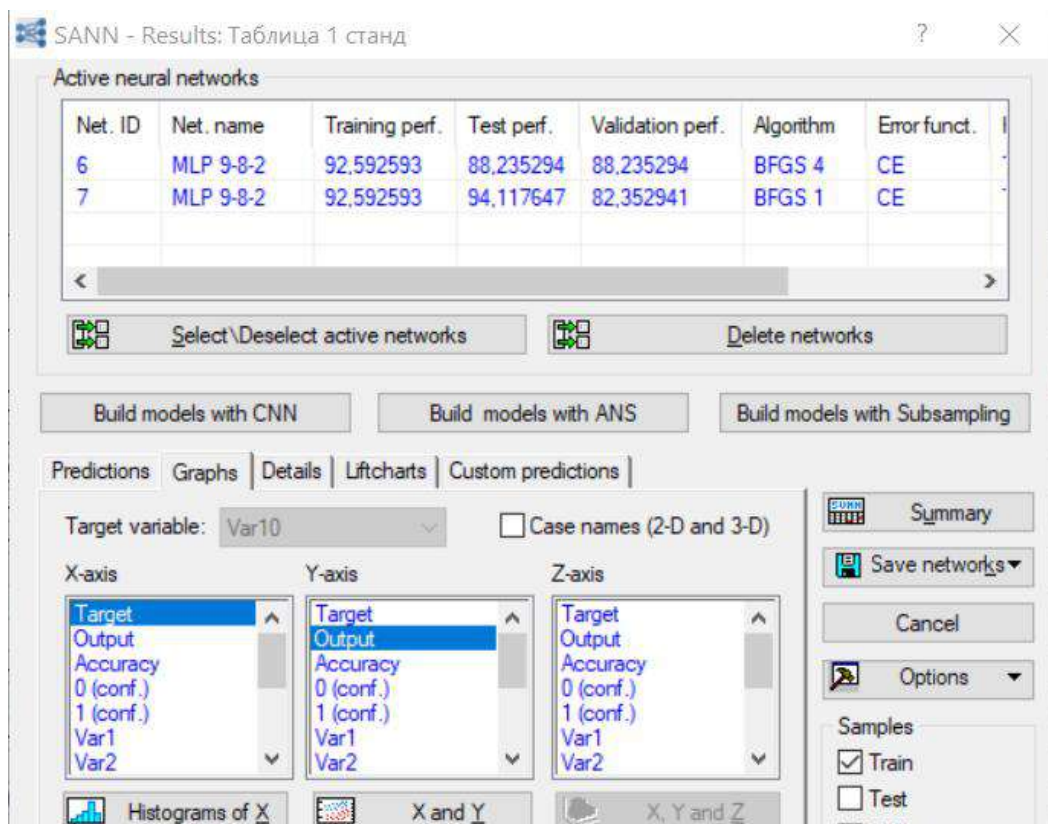
Net. ID	Net. name	Training perf.	Test perf.	Validation perf.	Algorithm	Error funct.
6	MLP 9-8-2	92,592593	88,235294	88,235294	BFGS 4	CE
7	MLP 9-8-2	92,592593	94,117647	82,352941	BFGS 1	CE

Select\Deselect active networks Delete networks

Рис. 3.5 – Результати навчання мережі

Отже, отримали найкращу мережу MLP 9-8-2 з показником продуктивності 92,59%. У вікні, що відкрилося натискаємо *Summary (Результати)* для відображення детальних результатів моделей.

Наступним кроком буде тестування навченої моделі на тестових даних. Отже, у вікні *Результати* вкладка *Custom predictions (Користувацькі передбачення)* натискаємо *Custom inputs (Користувацькі вхідні змінні)*.



SANN - Results: Таблица 1 станд

Active neural networks

Net. ID	Net. name	Training perf.	Test perf.	Validation perf.	Algorithm	Error funct.
6	MLP 9-8-2	92,592593	88,235294	88,235294	BFGS 4	CE
7	MLP 9-8-2	92,592593	94,117647	82,352941	BFGS 1	CE

Select\Deselect active networks Delete networks

Build models with CNN Build models with ANS Build models with Subsampling

Predictions Graphs Details Liftcharts Custom predictions

Target variable: Var10 Case names (2-D and 3-D)

X-axis: Target, Output, Accuracy, 0 (conf.), 1 (conf.), Var1, Var2

Y-axis: Target, Output, Accuracy, 0 (conf.), 1 (conf.), Var1, Var2

Z-axis: Target, Output, Accuracy, 0 (conf.), 1 (conf.), Var1, Var2

Histograms of X X and Y X, Y and Z

Summary Save networks Cancel Options

Samples: Train Test

Рис. 3.6 – Вікно *Результати*

На рисунках 3.7 – 3.9 зображені графіки навчання мережі для різних умов, по графіку видно, що навчальна і контрольна помилки із зростанням кількості епох зменшуються.

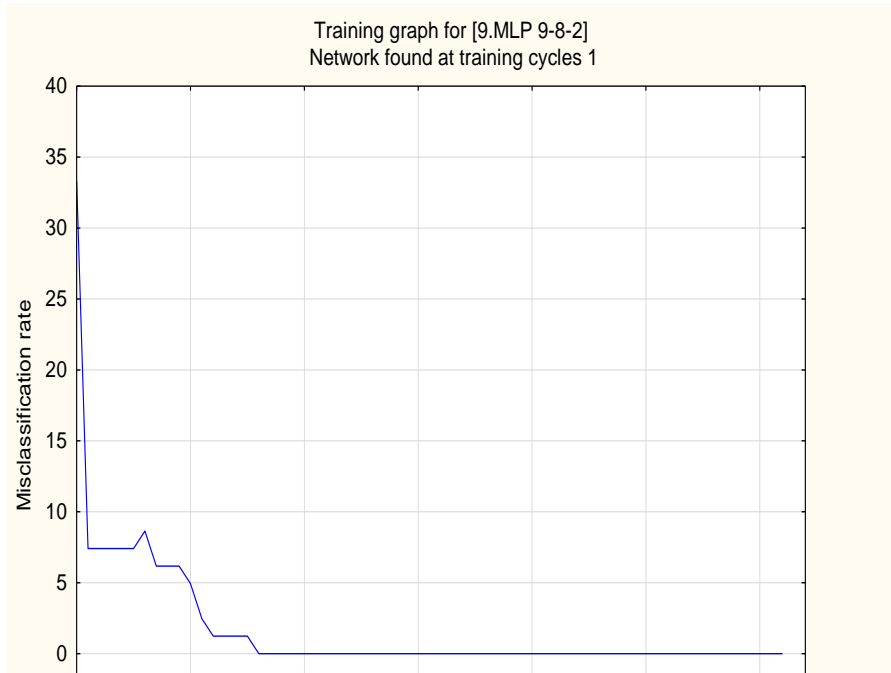


Рис. 3.7. – Графік навчання мережі №9

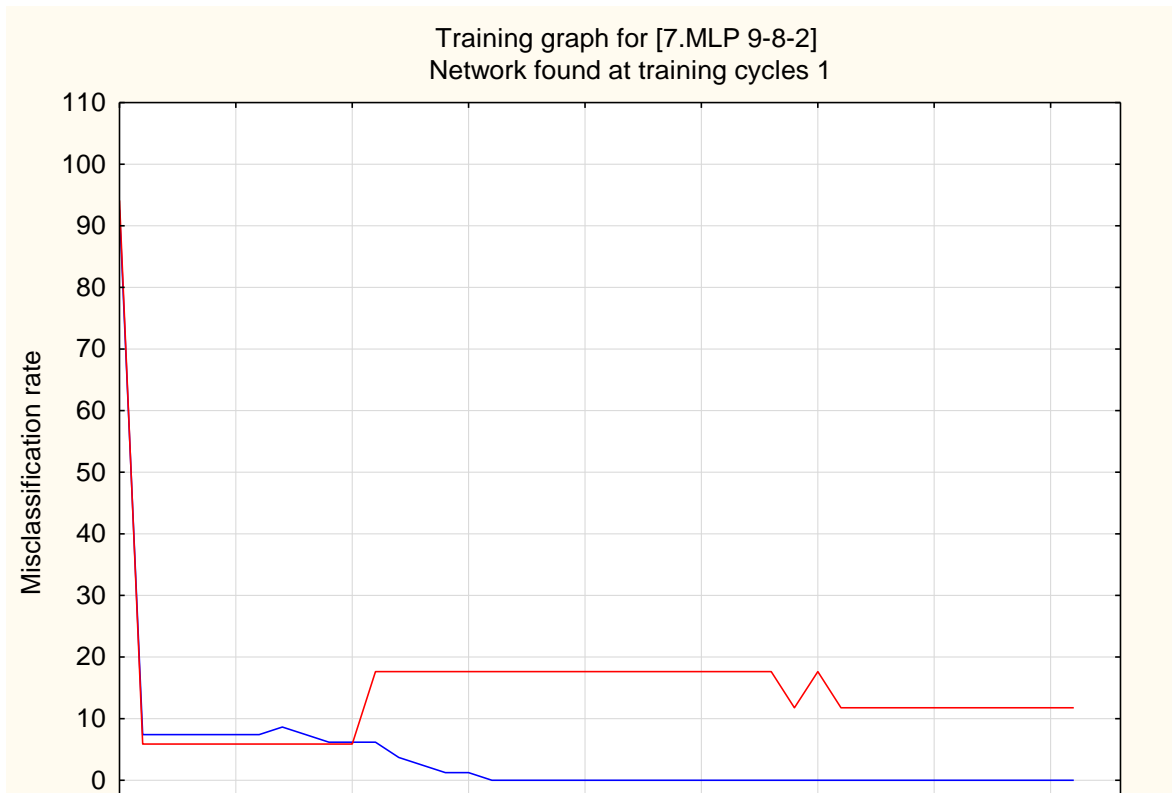


Рис. 3.8. – Графік навчання мережі №7

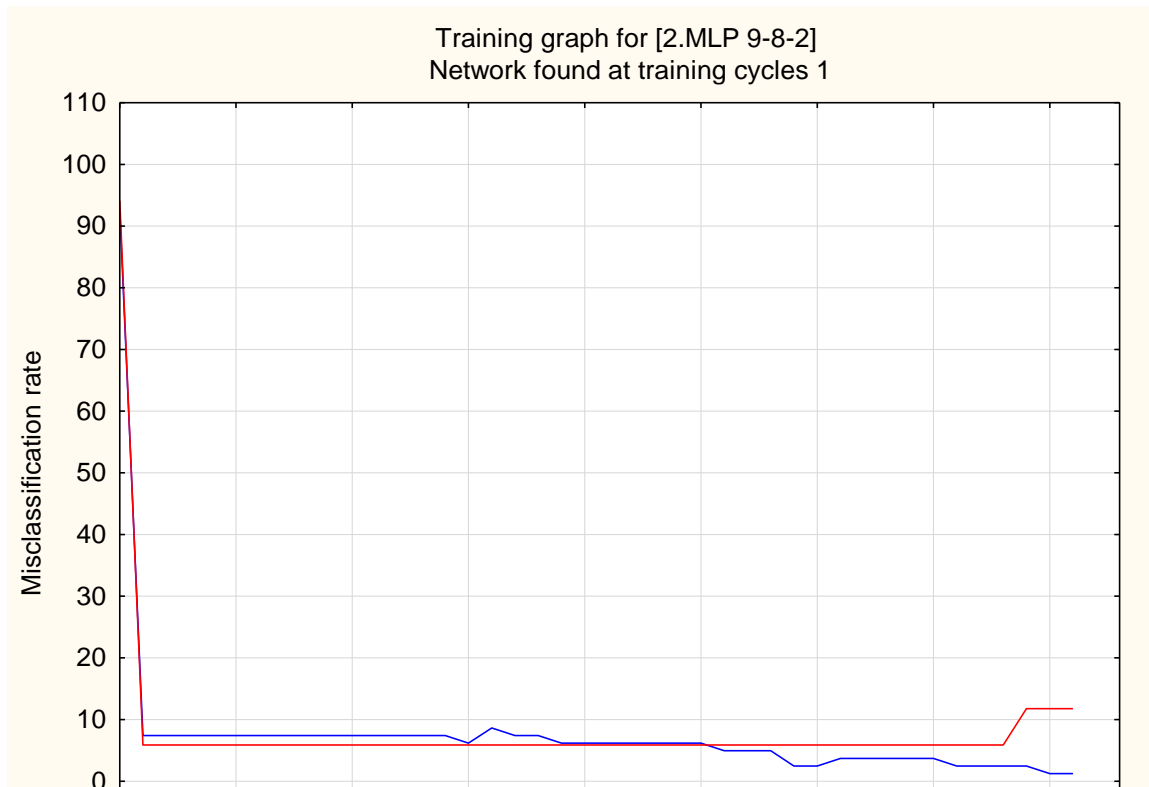


Рис. 3.9. – Графік навчання мережі №2

Отже, розглянувши декілька прикладів на нових даних, можна сказати, що система прогнозує показники загалом вірно, а отже, модель дійсно гарно навчилася та може бути використана для автоматичного визначення прогнозних значень.

Щоб включити невизначеність у модель, потрібно ввести випадкові коливання або шоки, щоб імітувати непередбачуваний характер економічних умов.

Було виконано моделювання за допомогою моделі ARIMA та побудови нейронної мережі з довгою короткостроковою пам'яттю, порівняння моделей відбувається за параметрами MAE, RMSE та DW, що були описані раніше. Для моделі нейронної мережі також використовується метрика MAPE, для оцінки прогнозу тестових даних. Для початку на Рис. 3.10 продемонструємо, як виглядає графік реальних даних:

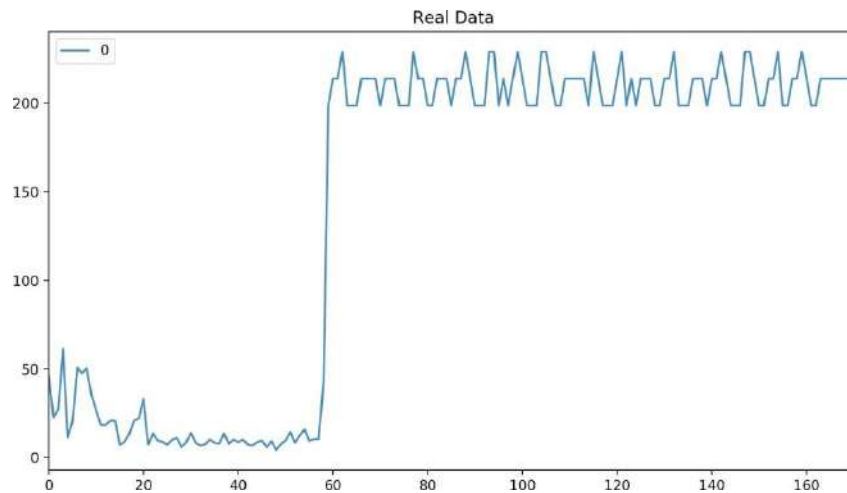


Рис. 3.10 Графік реальних даних з врахуванням нестационарного впливу

Модель ARIMA використовується з коефіцієнтами ARIMA(2,2,2) з подальшим пристосуванням моделі до більш реальних результатів за допомогою методу `.fit()`. Моделювання за допомогою математичної моделі дало наступні результати, графіки похибок яких продемонстровано на Рис. 3.5:

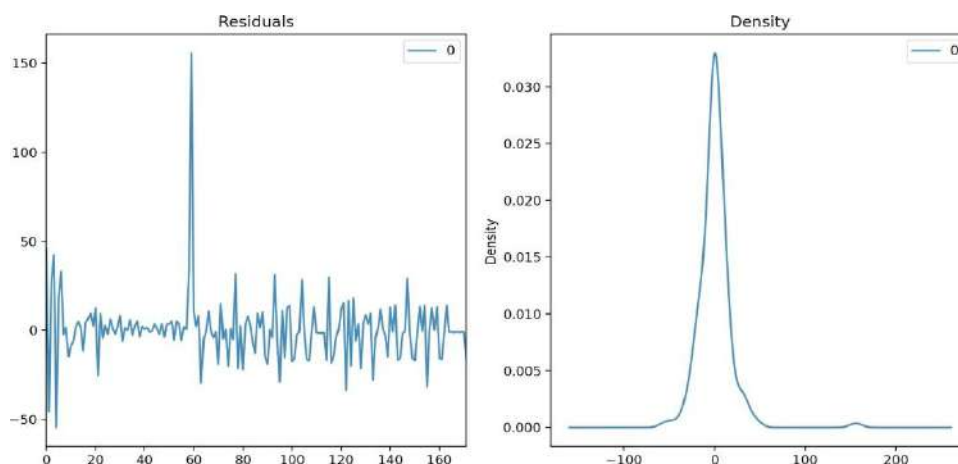


Рис. 3.11 Похибки моделювання за допомогою математичної моделі

На даних графіках продемонстровано похибки моделі, а також ядрову оцінку густини розподілу похибок. Метрики для даної моделі приймають наступні значення: $RMSE = 18.5998$, $MAE = 10.6676$, $DW = 2.0738$.

Ці дані свідчать про те, що у похибок відсутня автокореляція, що дає змогу вказати, що модель є досить точною. Але значення похибок для даної

моделі перевищують значення для моделі, побудованої за допомогою нейронної мережі з довгою короткостроковою пам'яттю, графіки розподілу похибок якої продемонстровано на Рисунку 3.12.

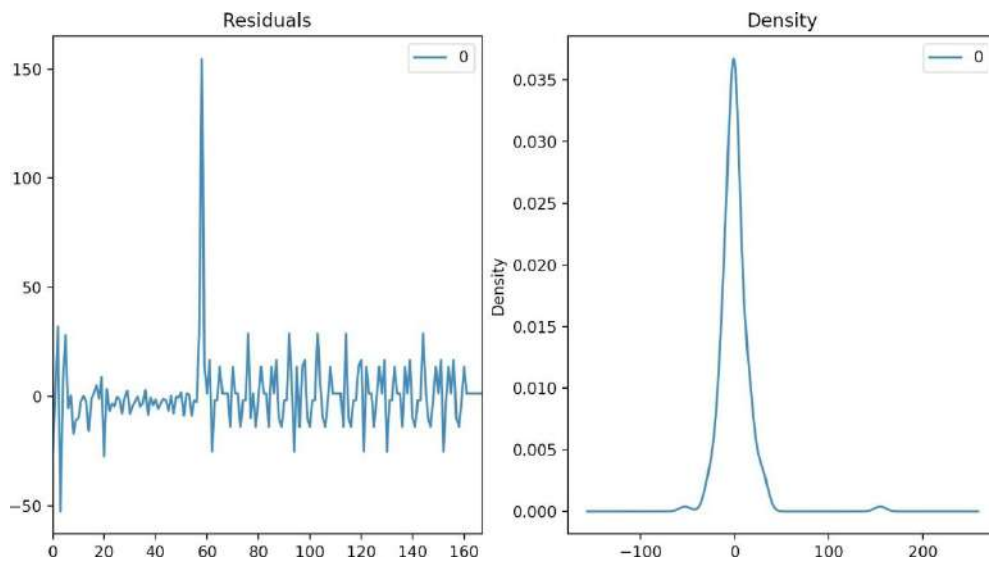


Рисунок 3.12 – Похибки моделювання за допомогою нейронної мережі

В даному випадку нейронна мережа складалась з вхідного шару з функцією активації *ReLU*, LSTM з функцією активації *tanh* та фітнес-функцією МНК, метод пошуку розв'язку – градієнтний спуск. Навчання відбувалося за 100 епох. Для даної моделі значення метрик для прогнозованих даних, що були отримані під час прогнозування, наступні: $RMSE = 11.2020$, $MAE = 8.1408$, $DW = 2.2264$, $MAPE = 0.0385$.

Ці дані свідчать про менші похибки, але підрахований коефіцієнт *DW* вказує на наявність автокореляції у залишках моделі. Результати прогнозування продемонстровано на Рисунку 3.13:

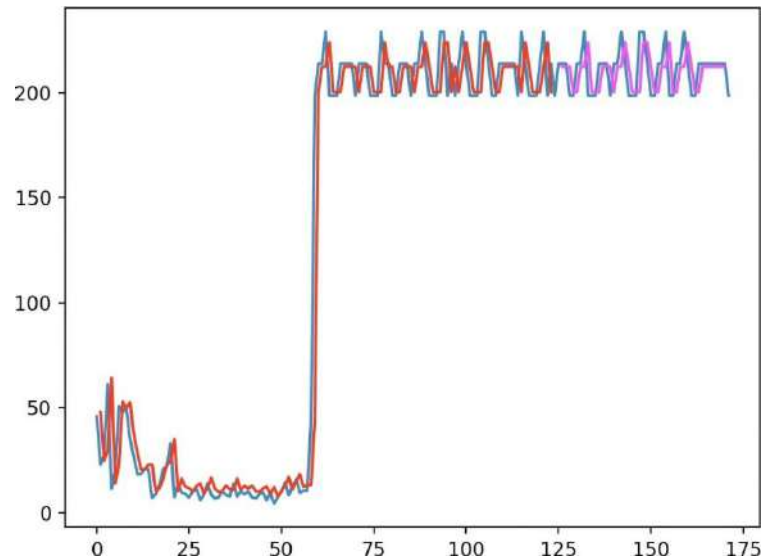


Рисунок 3.13 – Результати прогнозування за допомогою нейронної мережі

На даному рисунку синім кольором позначені реальні дані, червоним кольором позначаються результати тренувальних даних, а рожевим – результати тестового прогнозу, тобто спрогнозовані дані. Спробуємо тепер змінити кількість епох для навчання мережі та підвищити їх кількість до 300, при цьому всі інші характеристики нейронної мережі (тобто кількість шарів, активаційні функції, фітнес функцію та метод пошуку розв'язку залишимо без змін). Отримаємо наступні результати, графіки похибок яких продемонстровано на Рисунку 3.14:

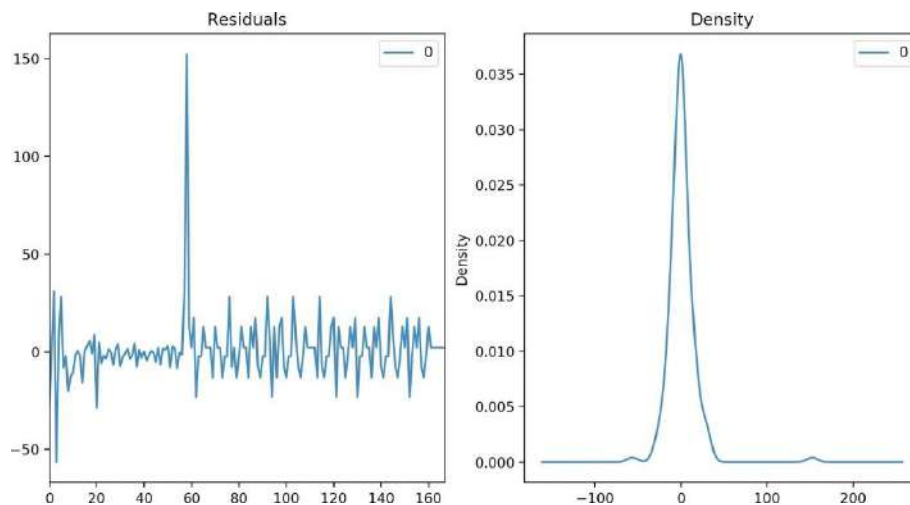


Рис. 3.14 Похибки моделювання за допомогою нейронної мережі при збільшенні кількості епох до 300

В цьому випадку отримаємо наступні метрики: $RMSE = 10.8351$, $MAE = 8.1947$, $DW = 2.1760$, $MAPE = 0.0386$. Як можемо бачити, статистика DW стала ближчою до $2x$, що дає зробити висновок, що при більш довгому навчанні моделі автокореляція у залишках зникає. Результати моделювання продемонстровано на Рисунку 3.15:

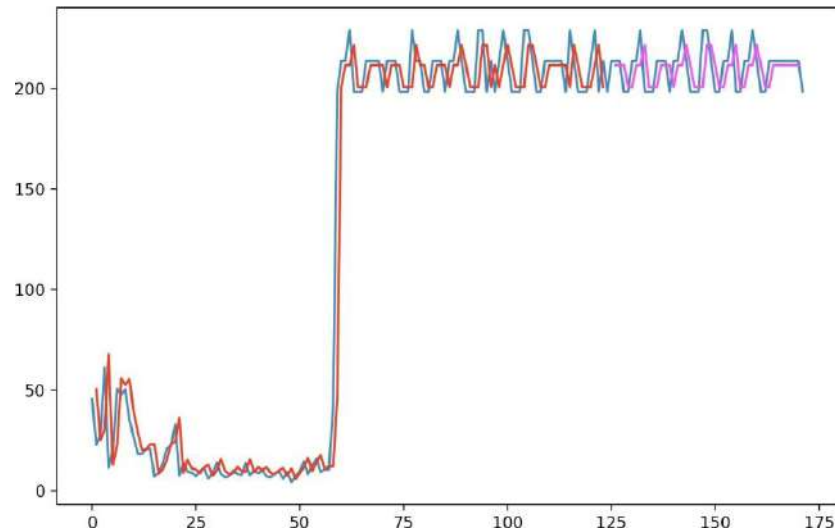


Рис. 3.15 Результати прогнозування за допомогою нейронної мережі при збільшенні кількості епох до 300

На даному рисунку всі позначення з минулого результату прогнозування залишаються. При збільшенні кількості епох до 1000 та при тих самих характеристиках мережі отримуємо наступні результати, графіки похибок яких продемонстровано на Рисунку 3.16:

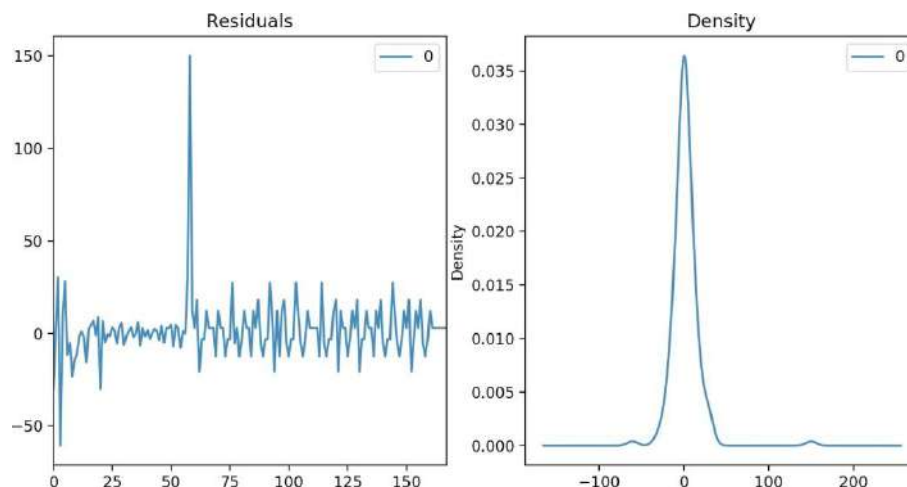


Рис. 3.16 Похибки моделювання за допомогою нейронної мережі при збільшенні кількості епох до 1000

В цьому випадку отримаємо наступні значення метрик: $RMSE = 10.5121$, $MAE = 8.2517$, $DW = 2.0901$, $MAPE = 0.0389$. Як бачимо, при збільшенні кількості епох та відповідно при більшому часі навчання мережі, отримуємо кращі результати, про які свідчить про менша помилка та наближення коефіцієнту DW до 2х. Результати прогнозування продемонстровано на Рис. 3.17:

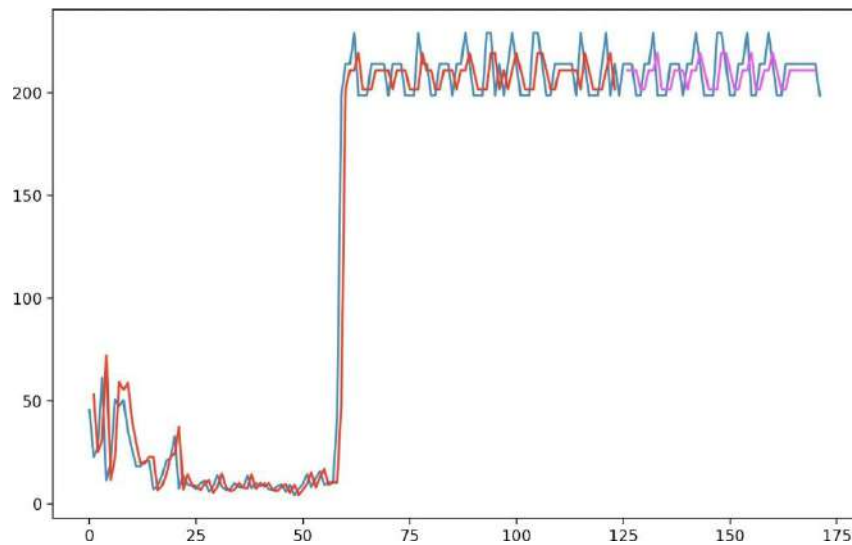


Рисунок 3.17 – Результати прогнозування за допомогою нейронної мережі при збільшенні кількості епох до 1000

На даному рисунку всі позначення з минулого результату прогнозування залишаються. Таким чином, нейронні моделі дозволяють більш точно змодельовати управління запасами підприємства в нестационарних умовах та розрахувати прогностні показники під впливом змін одного чи декількох чинників

Висновки

В роботі було поставлено і виконано наступні завдання:

- оглянуто марковські моделі в управлінні запасами. Марковські моделі широко використовуються в управлінні запасами завдяки своїй здатності враховувати стохастичну природу попиту та поставок. Вони базуються на принципі Маркова, де майбутній стан системи залежить лише від її поточного стану, що спрощує прогнозування та прийняття рішень. Особливістю таких моделей є можливість визначення оптимальної стратегії управління запасами на основі матриці переходів та ймовірностей відповідних станів. Вони дозволяють мінімізувати витрати, пов'язані з дефіцитом або надлишком товарів, завдяки динамічному коригуванню рівнів запасів. Огляд показав, що марковські моделі є ефективним інструментом для оптимізації запасів у ситуаціях з випадковими змінами параметрів системи;

- досліджено методи оптимізації запасів. Методи оптимізації запасів поділяються на класичні та сучасні, зокрема використання стохастичних алгоритмів, евристичних підходів та методів штучного інтелекту. До основних класичних методів належать EOQ (економічний розмір замовлення), JT (точно вчасно) та MRP (планування матеріальних потреб), які дозволяють зменшити витрати на зберігання та забезпечити стабільний рівень запасів. Сучасні методи, такі як генетичні алгоритми та машинне навчання, демонструють значний потенціал у гнучкому адаптуванні до змінних ринкових умов. Аналіз показав, що поєднання традиційних і новітніх методів дозволяє досягти найкращих результатів в управлінні запасами. Оптимізація запасів залишається ключовою задачею для підприємств, оскільки від її ефективності залежить загальна продуктивність логістичних процесів;

- виокремлено сучасні підходи до моделювання систем управління запасами. Сучасні підходи до моделювання систем управління запасами базуються на застосуванні цифрових технологій, штучного інтелекту та великих даних. Використання симуляційних моделей, агентних підходів та

нейромережових методів дозволяє адаптувати системи до швидкозмінного попиту та непередбачуваних факторів. Такі підходи забезпечують не лише автоматизацію процесів, а й можливість прогнозування потреб у запасах з високою точністю. Важливим аспектом є інтеграція хмарних сервісів, що дозволяють керувати запасами в режимі реального часу. Проведений аналіз показав, що використання інноваційних технологій у моделюванні систем управління запасами суттєво підвищує їхню ефективність;

- розглянуто математичне представлення багатопродуктових моделей управління запасами. Математичне представлення багатопродуктових моделей управління запасами базується на оптимізаційних рівняннях, які враховують взаємозв'язки між різними видами продукції. Використовуються стохастичні, детерміновані та гібридні моделі, що дозволяють визначати оптимальні обсяги замовлень і рівні запасів для кожного продукту. Основними математичними інструментами є лінійне програмування, методи динамічного програмування та евристичні алгоритми. Врахування кореляції між продуктами ускладнює побудову таких моделей, однак дозволяє отримати точніші рішення щодо керування запасами. Аналіз показав, що багатопродуктові моделі забезпечують більш ефективне використання ресурсів та скорочення витрат;

- визначено особливості управління запасами в умовах невизначеності. Умови невизначеності в управлінні запасами вимагають адаптивних стратегій, які враховують змінність попиту, затримки у постачанні та можливі перебої у виробництві. Використання методів імовірнісного прогнозування, нечіткої логіки та адаптивних алгоритмів дозволяє зменшити ризики, пов'язані з дефіцитом або надлишком товарів. Однією з ключових особливостей є необхідність балансування між рівнем запасів та витратами на їх зберігання. Аналіз показав, що застосування стохастичних моделей, сценарного аналізу та систем підтримки прийняття рішень значно покращує ефективність управління в нестабільних умовах. Врахування фактору невизначеності дозволяє підвищити стійкість логістичних систем;

- дано оцінку ефективності багатопродуктової моделі управління запасами. Ефективність багатопродуктової моделі оцінюється за показниками зменшення витрат, рівня задоволеності попиту та стійкості до змінних умов ринку. Використання оптимізаційних підходів дозволяє досягти раціонального розподілу ресурсів між різними продуктами. Аналіз показав, що такі моделі значно покращують загальну логістичну ефективність підприємства, особливо у складних виробничих умовах. Важливим аспектом є врахування зв'язків між різними видами товарів, що дозволяє забезпечити гнучкість у прийнятті рішень. Проведені дослідження підтвердили доцільність використання таких моделей для підвищення загальної продуктивності підприємства;

- здійснено розробку вимог до нейронної мережі для багатопродуктової моделі. Розробка вимог до нейронної мережі передбачає визначення вхідних і вихідних параметрів, структури мережі та алгоритмів навчання. Основними критеріями є точність прогнозування, швидкість обробки даних та можливість адаптації до змінних ринкових умов. Аналіз показав, що для багатопродуктових моделей ефективно використовувати рекурентні нейронні мережі (RNN) або глибокі нейромережі (DNN). Важливим аспектом є оптимізація архітектури мережі для зменшення обчислювальної складності. Розроблені вимоги дозволяють створити ефективну нейронну мережу для управління запасами з високою точністю прогнозування;

- порівняно алгоритми навчання нейронних мереж для багатопродуктових моделей. Порівняння алгоритмів навчання нейронних мереж показало, що градієнтний спуск, його модифікації (Adam, RMSprop) та еволюційні методи мають свої переваги та обмеження. Adam демонструє швидку збіжність і стабільність, що робить його придатним для динамічного середовища управління запасами. Метод навчання з підкріпленням дозволяє адаптувати модель до змінних умов, проте вимагає значних обчислювальних ресурсів. Аналіз показав, що комбінування різних алгоритмів дозволяє досягти

більшої точності та ефективності. Вибір оптимального алгоритму залежить від специфіки моделі та доступних ресурсів;

- проаналізовано результати програмної реалізації та надати оцінку її ефективності. Програмна реалізація багатопродуктової моделі управління запасами дозволила перевірити її працездатність у різних сценаріях. Аналіз результатів показав, що використання нейромережевих підходів підвищує точність прогнозування рівня запасів. Програмна система змогла ефективно адаптуватися до змінних умов попиту та поставок, зменшуючи ризики дефіциту або перевищення запасів. Оцінка ефективності підтвердила доцільність використання запропонованої моделі для реальних підприємств. Важливим результатом є можливість подальшого вдосконалення системи шляхом інтеграції додаткових оптимізаційних методів.

Використані джерела

1. Антошкіна Л.І, Амелькін В.І, Шило К.М. Логістика. Курс лекцій: навч. посібник. Д: Юго-Восток, 2018. 203с.
2. Бакаєв О.О., Кутах О.П., Пономаренко Л.А. Теоретичні засади логістики: Підручник. У 2-х т. Т. 2. К.: Фенікс, 2015. 528 с.
3. Балабанова Л. В., Германчук А. М. Логістика: підручник. Львів: Вид-во ПП “Магнолія 2006”, 2013. 368 с.
4. Балабанова, Л.В., Митрохіна П. Управління збутовою політикою: навчальний посібник. К.: ЦУЛ, 2011. 240с.
5. Безсмертна, О. В. Логістика : навчальний посібник / О.В. Безсмертна, О. О. Мороз, Т. М. Білоконь, І. В. Шварц. Вінниця : ВНТУ, 2018, 161 с.
6. Бойченко М.В. Проблеми транспортної логістики вантажних перевезень в Україні. Вісник економічної науки України. 2018. № 2 (35). С. 22-26.
7. Вітлінський В.В. Навчально-методичний посібник для самостійного вивчення дисципліни «Математичне програмування». К.:КНЕУ, 2001. 280 с.
8. Воронков О. О. Конспект лекцій з курсу «Вища та прикладна математика (Дослідження операцій 1)» (для студентів заочної форми навчання освітньо- кваліфікаційного рівня «бакалавр» напряму підготовки 6.030601 – Менедж- мент) / О. О. Воронков, А. Є. Ачкасов; Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. - Харків: ХНУМГ, 2015. - 110 с.
9. Грицина Л. А. Сучасний стан та перспективи розвитку транспортної логістики в Україні. Інфраструктура ринку: електрон. наук.-практ. журн. Одеса, 2018. №18. С. 11-18. URL: http://www.market-infr.od.ua/journals/2018/18_2018_ukr/5.pdf(дата доступу: 17.10.2024).
10. Дубовой В.М., Никитенко О.Д., Пилипенко І.В. Марковська модель прийняття рішень в управлінні розгалужено циклічними технологічними процесами. . Вісник Вінницького політехнічного інституту. 2012. № 6. С. 130-135.

11. Дунська А.Р., Лютенко Д.Д. Особливості процесу закупівельної діяльності підприємства. Сучасні підходи до управління підприємством. 2020. № 5.
12. Зайченко Ю.П. Дослідження операцій: Підручник. К.: ВІПОЛ, 2000. 320 с.
13. Кальченко, А. Г. Логістика: підручник. 3-е вид. К.: КНЕУ, 2018. 284с.
14. Клименко Н., Романова Ю. Сутність та сфери застосування апарату теорії ігор. Економічні науки. 2012. № 16. URL: http://www.rusnauka.com/16_NPRT_2012/Economics/8_110448.doc.htm (дата звернення 30.01.2025)
15. Козенков Д.Е. Проектування бізнес-процесів як основа створення архітектури підприємства. Вісник СумДУ. Серія Економіка. 2011. №3. с. 126-136.
16. Кондіус І. С. Дослідження операцій : конспект лекцій. Севастополь: СІБС УАБС НБУ, 2012. 196 с.
17. Крикавський, Є.В. Логістичне управління: підручник. 2-е вид. Львів: Львівська політехніка, 2019. 684с.
18. Лаврінський Г.В. Моделювання системних характеристик в економіці. К.: ЕКМО, 2014. 169с.
19. Маловичко А.С. Теоретичні аспекти транспортного забезпечення зовнішньоекономічних зв'язків. Підприємство та менеджмент. 2021. № 3. с. 58 – 61
20. Марченко В.М., Шутюк В.В. Логістика: Підручник. К.: Видавничий дім «Артек», 2018. 312 с.
21. Моделювання бізнес-процесів [Текст]/ Державний вищий навчальний заклад “Українська академія банківської справи Національного банку України” ; [уклад. О. І. Подоляка, К. М. Жулінська]. Суми : ДВНЗ “УАБС НБУ”, 2013. 20 с.
22. Пономаренко О.І., Пономаренко В.О. Системні методи в економіці, менеджменті та бізнесі: Навч.посібник. К.: Либідь, 2015. 240 с.

23. Соколова О. Є. Теоретико-методологічні основи формування транспортно-логістичної системи України. Проблеми підвищення ефективності інфраструктури Збірник наукових праць: Випуск 37. Київ: НАУ, 2020. 258 с.

24. Субботін С. О. Неітеративні, еволюційні та мультиагентні методи синтезу нечіткологічних і нейромережних моделей: Монографія. Запоріжжя: ЗНТУ. 2012. 320 с.

25. Сутність закупівельної діяльності підприємства URL: <https://d-learn.pnu.edu.ua/data/users/34430/import/Тема%202.pdf> (дата звернення: 15.10.2024)

26. Сутність та завдання матеріально-технічного забезпечення URL: <https://sites.google.com/site/kostia03061992/materialno-tehnicne-zabezpecenna-pidpriemstva> (дата звернення: 16.10.2024)

27. Томашевський В.М. Моделювання систем. К.: Видавнича група ВНУ, 2015. 352 с.

28. Шкіль Р.А. Аналітичний огляд методів моделювання бізнес-процесів в електронній комерції. Вісник Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту, № 6, 2015. с. 194-198.

29. Шмиглюк Є.Г., Григорова З.В. Проблеми та перспективи розвитку транспортної логістики підприємств в сучасних умовах. Матеріали IV Міжнародної науково-практичної конференції "БІЗНЕС, ІННОВАЦІЇ, МЕНЕДЖМЕНТ: ПРОБЛЕМИ ТА ПЕРСПЕКТИВИ". 2023. URL: <http://confmanagement.kpi.ua/proc/article/view/279798> (дата звернення: 06.10.2024)

30. Шпилик С.В. Управління збутовою діяльністю підприємства. Галицький економічний вісник. 2022. №4(37). с.88-95.

