

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ КОНСОЛІДАЦІЇ ҐРУНТІВ ІЗ ВРАХУВАННЯМ НЕІЗОТЕРМІЧНИХ УМОВ І ВПЛИВУ БАГАТОКОМПОНЕНТНИХ ХІМІЧНИХ РОЗЧИНІВ В ОДНОВИМІРНОМУ ВИПАДКУ

*Побудовано математичну модель одновимірної задачі фільтраційної консолідації загіпсованого ґрунту з урахуванням впливу сольового розчину і неізотермічних умов. Виведено кінематичну граничну умову на рухомій верхній межі масиву ґрунту з урахуванням розчинення і кристалізації гіпсу та солей. Чисельний розв'язок відповідної крайової задачі знайдено методом радіальних базисних функцій. Наведено результати чисельних екскрементів.*

**Ключові слова:** фільтраційна консолідація, загіпсований ґрунт, хімічна суфозія, просідання.

### Вступ

Навантаження цивільних та промислових споруд змінюють напружено-деформівний стан ґрунтового пористого середовища. Якщо ґрунт є насиченим якоюсь рідиною, то відповідні напруження спричиняють появу надлишкових тисків у поровій рідині ґрунту, що негативно впливають як на самі ґрунтові основи, так і на зведені споруди. Сам процес розсіювання надлишкових напорів у ґрунті призводить до зближення частинок ґрунту і, як наслідок, до ущільнення ґрунтової основи під впливом прикладеного навантаження. У науковій літературі цей процес відомий як фільтраційна консолідація повністю насиченого ґрунту. Такі процеси математично досить вичерпно описано у праці [7, с. 299–326]. Крім того, у дослідженнях [2; 4, с. 11–73] класичні математичні моделі фільтраційної консолідації доповнено та вдосконалено завдяки урахуванню впливу тепло-солепереносу.

Однак у цих працях як порова рідина розглядався однокомпонентний сольовий розчин. Насправді ж, у природних умовах, поровий розчин є багатоконцентним. Прикладом може бути загіпсований ґрунт, у пори якого починає надходити інший сольовий розчин через, наприклад, аварії на хімічному підприємстві або як результат неконтрольованого витоку. Загіпсовані ґрунти досить часто використовуються як основа для будівництва. Моделювання поведінки таких ґрунтів має свої особливості. Основна – це необхідність урахування розчинення гіпсу (хімічної суфозії) під час будівництва та експлуатації споруд на цих ґрунтах [11].

Мета і наукова новизна цієї статті полягає у побудові математичної моделі консолідації загіпсованих ґрунтів з урахуванням залежності

концентрації граничного насичення гіпсу від концентрації сольового розчину й температури, а також чисельне розв'язання відповідної крайової задачі. Елементи таких досліджень наведено у працях [9; 10]. Також з окресленого напрямку досліджень потрібно виокремити розвідку [1].

### Математична модель процесу фільтраційної консолідації

Математична модель одновимірної задачі консолідації загіпсованого ґрунту товщиною  $l$ , який під впливом миттєво прикладеного незмінного у часі зовнішнього навантаження (наприклад, фундамент цеху певного хімічного виробництва, з якого у ґрунт надходить концентрований розчин кам'яної солі), зважаючи на праці [4; 5], може бути описана наступною крайовою задачею:

$$\frac{1+e}{\gamma a} \left( \frac{\partial}{\partial x} \left( K(c, s, N, T) \frac{\partial h}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left( v_c \frac{\partial c}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left( v_s \frac{\partial s}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left( v_r \frac{\partial T}{\partial x} \right) \right) + \quad (1)$$

$$+ \frac{(1+e)}{\gamma \rho_c a} \left( n \frac{\partial c}{\partial t} - e \frac{\partial N_c}{\partial t} \right) + \frac{(1+e)}{\gamma \rho_s a} \left( n \frac{\partial s}{\partial t} - e \frac{\partial N_s}{\partial t} \right) = \frac{\partial h}{\partial t},$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( D_c \frac{\partial c}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( D_T^{(c)} \frac{\partial T}{\partial x} \right) - u \frac{\partial c}{\partial x} = n \frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial N_c}{\partial t}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( D_s \frac{\partial s}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( D_T^{(s)} \frac{\partial T}{\partial x} \right) - u \frac{\partial s}{\partial x} = n \frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial N_s}{\partial t}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial N_s}{\partial t} = -\gamma_s (S_{\max} - s) N_s^\beta, \quad \frac{\partial N_c}{\partial t} = -\gamma_c (C_{\max} - c) N_c^\alpha, \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) - \rho C_p u \frac{\partial T}{\partial x} = C_T \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (5)$$

$$u - e v = -K(c, s, N_c, N_s, T) \frac{\partial h}{\partial x} + v_c \frac{\partial c}{\partial x} + v_s \frac{\partial s}{\partial x} + v_T \frac{\partial T}{\partial x}, \quad (6)$$

$$\begin{aligned} h(x, 0) = H_0(x), c(x, 0) = C_0(x), s(x, 0) = S_0(x), \\ N_c(x, 0) = N_c^{(0)}(x), N_s(x, 0) = N_s^{(0)}(x), T(x, 0) = T_0(x), \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} h(x, t)|_{x=0} = H_1(t), h(x, t)|_{x=l} = H_2(t), c(x, t)|_{x=0} = C_1(t), \\ c(x, t)|_{x=l} = C_2(t), s(x, t)|_{x=0} = S_1(t), \\ s(x, t)|_{x=l} = S_2(t), T(x, t)|_{x=0} = T_1(t), T(x, t)|_{x=l} = T_2(t), \end{aligned} \quad (8)$$

де  $x \in (0; l)$ ,  $t \in (0; t_0]$ ;  $H_0(x)$ ,  $C_0(x)$ ,  $N_c^{(0)}(x)$ ,  $S_0(x)$ ,  $N_s^{(0)}(x)$ ,  $T_0(x)$ ,  $H_1(t)$ ,  $H_2(t)$ ,  $C_1(t)$ ,  $C_2(t)$ ,  $S_1(t)$ ,  $S_2(t)$ ,  $T_1(t)$ ,  $T_2(t)$  – задані функції. Тут використано наступні позначення:  $e$  – коефіцієнт пористості;  $\gamma$  – питома вага сольового розчину;  $a$  – коефіцієнт стисливості ґрунту;  $K(c, s, N_c, N_s, T)$  – коефіцієнт фільтрації, що залежить від концентрації гіпсу, солі й температури;  $v_c, v_s, v_T$  – коефіцієнти хімічного і термічного осмосів;  $N_c, N_s$  – концентрація гіпсу та солі у твердій фазі;  $\rho_c, \rho_s$  – густина гіпсу та солі в твердій фазі;  $n$  – пористість ґрунту;  $D_c, D_s$  – коефіцієнти дифузії;  $\gamma_c, \gamma_s$  – коефіцієнти швидкості масообміну;  $\alpha, \beta$  – показники степенів, які визначаються експериментальним шляхом і залежать від характеру засоленості породи [3];  $D_T^{(c)}, D_T^{(s)}$  – коефіцієнти термічної дифузії;  $C_{\max}, S_{\max}$  – концентрації граничного насичення;  $\lambda$  – коефіцієнт теплопровідності вологого ґрунту;  $\rho$  – густина порового сольового розчину;  $C_p$  – питома теплоємність порового сольового розчину;  $C_T$  – об’ємна теплоємність ґрунту;  $u$  – швидкість фільтрації;  $v$  – швидкість руху твердих частинок ґрунту.

Під час консолідації тверді частинки ґрунту зближуються. Як наслідок, верхня межа ґрунту просідає і область консолідації змінюється з часом. Тому крайова задача (1)–(8) має бути доповнена кінематичною граничною умовою на рухомій верхній межі. Цю умову виведемо у тривимірному випадку, припустивши, що ґрунт може просідати лише завдяки вертикальним зміщенням. Нехай верхню межу ґрунту описано рівнянням  $x = l(y, z, t)$ , де  $x$  – вертикальна координата. Якщо зафіксувати деяку точку  $X = (x, y, z)$ , то за нашими припущеннями під час консолідації з часом змінюватиметься лише її координата  $x$ . Тому для скорочення запису рівняння верхньої межі ґрунту записуватимемо у формі  $x = l(t)$ . Нехай у момент часу  $t$  висота ґрунту становила  $l(t)$ , а в момент часу  $(t + \Delta t)$  висота ґрунту стала  $l(t + \Delta t)$ . Тоді  $\Delta l = l(t + \Delta t) - l(t)$  (рис. 1).

Виділимо в ґрунті елементарний паралелепіпед зі сторонами  $dx_p, dy_p, dz_p$ . Просідання можливе лише через зміни об’єму пор. Припустимо, що за час  $\Delta t$  виділений фрагмент просів до величини  $dx'_i$  (у вертикальному напрямку). Тоді вели-

чина просідань  $\Delta l_i = dx_i - dx'_i$ . Нехай таких виділених фрагментів є  $k$ . Тоді  $\Delta l = \sum_{i=1}^k (dx_i - dx'_i)$ .

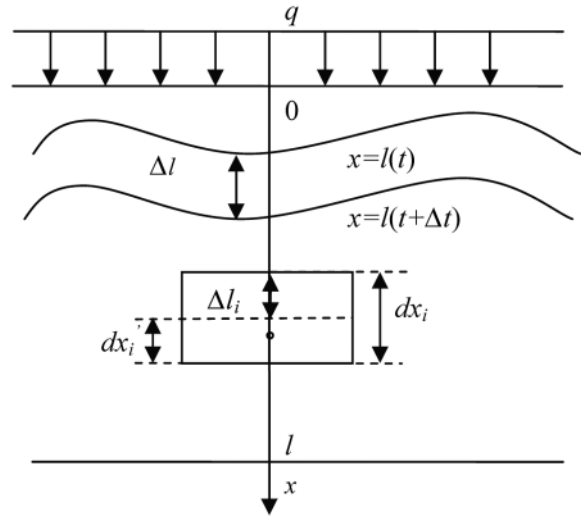


Рис. 1. Просідання верхньої межі ґрунту

У наших припущеннях відносна об’ємна деформація ґрунту  $\varepsilon_i$  визначається як  $\varepsilon_i = \frac{\Delta V_i}{V_i} = \frac{dx_i - dx'_i}{dx_i}$ . Звідси  $\Delta l = \sum_{i=1}^k \varepsilon_i dx_i$ .

Тверді частинки у виділеному фрагменті ґрунту є двох типів: 1) тверді частинки самого ґрунту; 2) кристалики солей (або гіпсу). Об’єм твердих частинок у виділеному фрагменті ґрунту до і після деформації залишається незмінним, а об’єм кристаликів солей змінюється через процеси масообміну. Нехай  $V^{(g)}$  – об’єм твердих частинок ґрунту у виділеному фрагменті;  $V^{(c)}, V^{(s)}$  – об’єми твердих гіпсових і сольових частинок відповідно до виділеного фрагменту;  $V^{(n)}$  – об’єм усіх твердих частинок,  $V^{(n)} = V^{(g)} + V^{(s)} + V^{(c)}$ ;  $V^{(p)}$  – об’єм пор у виділеному фрагменті.

Враховуючи, що об’єм твердих частинок у виділеному фрагменті  $V_i$  середовища залишається незмінним, отримаємо

$$\begin{aligned} l(t + \Delta t) - l(t) = \\ = - \sum_{i=1}^k \left[ \frac{\frac{\partial e_i(t)}{\partial t} + \left( \frac{1}{\rho_c} \frac{\partial N_c(t)}{\partial t} + \frac{1}{\rho_s} \frac{\partial N_s(t)}{\partial t} \right) (1 + e_i(t))^2}{\left( 1 - \left( \frac{N_c}{\rho_c} + \frac{N_s}{\rho_s} \right) (t + \Delta t) \right) (1 + e_i(t + \Delta t)) (1 + e_i(t + \Delta t))} \right] \Delta t. \end{aligned}$$

Перейшовши до границі за  $\Delta t \rightarrow 0$ ,  $k \rightarrow +\infty$ , отримаємо кінематичну граничну умову на рухомій межі

$$\frac{\partial l(t)}{\partial t} = - \int_{l(t)}^l \left[ \frac{\frac{\partial e(t)}{\partial t} + (1 + e)^2 \left( \frac{1}{\rho_c} \frac{\partial N_c}{\partial t} + \frac{1}{\rho_s} \frac{\partial N_s}{\partial t} \right)}{\left( 1 - \left( \frac{N_c}{\rho_c} + \frac{N_s}{\rho_s} \right) (1 + e) \right) (1 + e)} \right] dx.$$

Враховуючи принцип гідроємності Герсєва-нова [7, с. 309], основну розрахункову модель Флоріна [7, с. 316], миттєвість прикладених навантажень та найпростішу компресійну залежність  $e = -a\theta + b$ , із наведеної умови отримаємо

$$\frac{\partial \theta(t)}{\partial t} = - \int_{i(t)}^l \frac{1}{\left(1 - \left(\frac{N_c}{\rho_c} + \frac{N_s}{\rho_s}\right)(1+e)\right)(1+e)} \left( \gamma a \frac{\partial h}{\partial t} - (1+e)^2 \times \right. \quad (9)$$

$$\left. \times \left( \frac{\gamma_c}{\rho_c} (C_m - C) N_c^\alpha + \frac{\gamma_s}{\rho_s} (S_m - S) N_s^\beta \right) \right) dx.$$

Тут  $\theta$  – сума головних напружень в скелеті ґрунту.

### Чисельне розв'язання крайової задачі

Чисельне розв'язання крайової задачі (1)–(9) здійснене методом радіальних базисних функцій [5, с. 37–60]. Нехай у початковий момент часу верхня межа області збігається з початком координат. Покриємо замикання  $\bar{\Omega} = [0, l]$  області  $\Omega = (0, l)$  вузловими точками  $x_j$ ,  $j = \overline{1, m}$ . Наближені значення невідомих функцій крайової задачі (1)–(9) шукаємо у

$$h(x, t) \approx \sum_{j=1}^m h_j(t) \varphi_j(r_j, \varepsilon_h), \quad c(x, t) \approx \sum_{j=1}^m c_j(t) \varphi_j(r_j, \varepsilon_c),$$

$$s(x, t) \approx \sum_{j=1}^m s_j(t) \varphi_j(r_j, \varepsilon_s), \quad N_c(x, t) \approx \sum_{j=1}^m N_{c_j}(t) \varphi_j(r_j, \varepsilon_{N_c}), \quad (10)$$

$$N_s(x, t) \approx \sum_{j=1}^m N_{s_j}(t) \varphi_j(r_j, \varepsilon_{N_s}), \quad T(x, t) \approx \sum_{j=1}^m T_j(t) \varphi_j(r_j, \varepsilon_T),$$

де  $\varepsilon_h, \varepsilon_c, \varepsilon_{N_c}, \varepsilon_s, \varepsilon_{N_s}, \varepsilon_T$  – параметри форми;  $\varphi_j(r_j, \varepsilon)$  – радіальні базисні функції;  $h_j(t), c_j(t), s_j(t), N_{c_j}(t), N_{s_j}(t), T_j(t)$  – невідомі коефіцієнти, які залежать від часу;  $r_j = \sqrt{(x - x_j)^2}$ ,  $j = \overline{1, m}$ .

Покриємо замикання  $\bar{\Omega} = [0; l]$  коллокаційними точками  $y_i$ ,  $i = \overline{1, M}$ . Причому  $y_1 = 0, y_M = l$ ,  $M \geq m$ . Також введемо позначення  $r_{ij} = \sqrt{(y_i - x_j)^2}$ ,  $j = \overline{1, m}$ ,  $i = \overline{1, M}$ .

Підставляючи (10) в рівняння (1)–(6), початкові умови (7) та граничні умови (8), використовуючи метод коллокації в точці, отримаємо задачу Коші для системи диференціальних рівнянь відносно векторів невідомих  $\mathbf{H}(t) = \{h_j(t)\}_{j=1}^m$ ,

$$\mathbf{C}(t) = \{C_j(t)\}_{j=1}^m, \quad \mathbf{S}(t) = \{S_j(t)\}_{j=1}^m, \quad \mathbf{N}_c(t) = \{N_{c_j}(t)\}_{j=1}^m,$$

$$\mathbf{N}_s(t) = \{N_{s_j}(t)\}_{j=1}^m, \quad \mathbf{T}(t) = \{T_j(t)\}_{j=1}^m:$$

$$\mathbf{M}^{(1)} \frac{d\mathbf{H}(t)}{dt} + \mathbf{L}^{(1)}(\mathbf{C}(t), \mathbf{S}(t), \mathbf{N}_c(t), \mathbf{N}_s(t), \mathbf{T}(t))\mathbf{H}(t) =$$

$$= \mathbf{K}^{(1)} \frac{d\mathbf{N}_c(t)}{dt} + \mathbf{P}^{(1)} \frac{d\mathbf{N}_s(t)}{dt} + \mathbf{A}^{(1)} \frac{d\mathbf{C}(t)}{dt} +$$

$$+ \mathbf{B}^{(1)} \frac{d\mathbf{S}(t)}{dt} + \mathbf{A}^{(1)} \mathbf{C}(t) + \mathbf{B}^{(1)} \mathbf{S}(t) + \mathbf{E}^{(1)} \mathbf{T}(t) + \mathbf{F}^{(1)}, \quad (11)$$

$$\mathbf{M}^{(2)} \frac{d\mathbf{C}(t)}{dt} + \mathbf{L}^{(2)}(\mathbf{C}(t), \mathbf{S}(t), \mathbf{N}_c(t), \mathbf{N}_s(t), \mathbf{T}(t))\mathbf{C}(t) =$$

$$= \mathbf{K}^{(2)} \frac{d\mathbf{N}_c(t)}{dt} + \mathbf{E}^{(2)} \mathbf{T}(t) + \mathbf{F}^{(2)}, \quad (12)$$

$$\mathbf{M}^{(3)} \frac{d\mathbf{N}_c(t)}{dt} = \mathbf{L}^{(3)}(\mathbf{C}(t), \mathbf{N}_c^\alpha(t)), \quad (13)$$

$$\mathbf{M}^{(4)} \frac{d\mathbf{S}(t)}{dt} + \mathbf{L}^{(4)}(\mathbf{C}(t), \mathbf{S}(t), \mathbf{N}_c(t), \mathbf{N}_s(t), \mathbf{T}(t))\mathbf{S}(t) =$$

$$= \mathbf{P}^{(4)} \frac{d\mathbf{N}_s(t)}{dt} + \mathbf{E}^{(4)} \mathbf{T}(t) + \mathbf{F}^{(4)}, \quad (14)$$

$$\mathbf{M}^{(5)} \frac{d\mathbf{N}_s(t)}{dt} = \mathbf{L}^{(5)}(\mathbf{S}(t), \mathbf{N}_s^\beta(t)), \quad (15)$$

$$\mathbf{M}^{(6)} \frac{d\mathbf{T}(t)}{dt} +$$

$$+ \mathbf{L}^{(6)}(\mathbf{C}(t), \mathbf{S}(t), \mathbf{N}_c(t), \mathbf{N}_s(t), \mathbf{T}(t))\mathbf{T}(t) = \mathbf{F}^{(6)},$$

$$\tilde{\mathbf{M}}^{(1)} \mathbf{H}_0(t) = \tilde{\mathbf{F}}^{(1)}, \quad \tilde{\mathbf{M}}^{(2)} \mathbf{C}_0(t) = \tilde{\mathbf{F}}^{(2)}, \quad \tilde{\mathbf{M}}^{(3)} \mathbf{N}_{c0}(t) = \tilde{\mathbf{F}}^{(3)},$$

$$\tilde{\mathbf{M}}^{(4)} \mathbf{S}_0(t) = \tilde{\mathbf{F}}^{(4)}, \quad \tilde{\mathbf{M}}^{(5)} \mathbf{N}_{s0}(t) = \tilde{\mathbf{F}}^{(5)}, \quad \tilde{\mathbf{M}}^{(6)} \mathbf{T}_0(t) = \tilde{\mathbf{F}}^{(6)}, \quad (17)$$

$$\text{де } \mathbf{M}^{(k)} = \{m_{ij}^{(k)}\}_{i=1, j=1}^{M, m}, \quad \mathbf{K}^{(k)} = \{k_{ij}^{(k)}\}_{i=1, j=1}^{M, m},$$

$$\mathbf{P}^{(k)} = \{p_{ij}^{(k)}\}_{i=1, j=1}^{M, m}, \quad \mathbf{A}^{(1)} = \{a_{ij}^{(1)}\}_{i=1, j=1}^{M, m}, \quad \mathbf{B}^{(1)} = \{b_{ij}^{(1)}\}_{i=1, j=1}^{M, m},$$

$$\mathbf{E}^{(1)} = \{e_{ij}^{(1)}\}_{i=1, j=1}^{M, m}, \quad \mathbf{A}^{(1)} = \{a_{ij}^{(1)}\}_{i=1, j=1}^{M, m}, \quad \mathbf{B}^{(1)} = \{b_{ij}^{(1)}\}_{i=1, j=1}^{M, m},$$

$$\mathbf{E}^{(1)} = \{e_{ij}^{(1)}\}_{i=1, j=1}^{M, m}, \quad \tilde{\mathbf{M}}^{(k)} = \{\tilde{m}_{ij}^{(k)}\}_{i=1, j=1}^{M, m}, \quad \tilde{\mathbf{F}}^{(k)} = \{\tilde{f}_j^{(k)}\}_{j=1}^m,$$

$$k = \overline{1, 6}, \quad \mathbf{L}^{(k)} = \{l_{ij}^{(k)}\}_{i=1, j=1}^{M, m}, \quad \mathbf{F}^{(k)} = \{f_j^{(k)}\}_{j=1}^m,$$

$$k = 1, 2, 4, 6; \quad \mathbf{L}^{(k)} = \{l_i^{(k)}\}_{i=1}^M, \quad k = 3, 5.$$

Елементи матриці задачі Коші (11)–(17) визначаються однотипно, але досить громіздко. Так, для рівняння теплопровідності (5) маємо

$$m_{ij}^{(6)} = -c_T \varphi_j(r_j, \varepsilon_s), \quad i = \overline{2, M-1};$$

$$l_{ij}^{(6)} = \begin{cases} \lambda \frac{\partial^2 \varphi_j(r_j, \varepsilon_T)}{\partial x^2} - \rho c_p u \frac{\partial \varphi_j(r_j, \varepsilon_T)}{\partial x}, \\ \varphi_{ij}(r_{ij}, \varepsilon_T), \quad i = 1, M; \end{cases}$$

$$i = \overline{2, M-1}; \quad f_j^{(6)} = \begin{cases} T_1(t), & i = 1; \\ T_2(t), & i = M. \end{cases}$$

Для знаходження чисельного розв'язку задачі Коші (11)–(17) дискретизуємо часовий відрізок рівномірно з кроком  $\tau$ . Для дискретизації рівнянь (11), (12), (14), (16) за часом використано повністю неявну лінеаризовану різницеву схему [5, с. 173; 12, с. 273]. Оскільки рівняння (13) та (15) є нелінійними, то для їх лінеаризації використано метод Ньютона [12, с. 262].

Отриману після дискретизації за часом систему лінійних алгебричних рівнянь (СЛАР)

Таблиця 1. Величина просідань верхньої межі ґрунту при  $t = 720$  діб

Параметри	Величина просідань загіпсованого ґрунту при $C_{\max} = C_{\max}(S, T)$	Величина просідань загіпсованого ґрунту при $C_{\max} = \text{const}$	Збільшення просідань при $C_{\max} = C_{\max}(S, T)$ порівняно з $C_{\max} = \text{const}$
$a = 5 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{Н}$ , $q = 10^5 \text{ кг}/\text{м}^2\text{доба}^2$ .	51,8 см	49,8 см	4,1 %
$a = 1 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{Н}$ , $q = 10^5 \text{ кг}/\text{м}^2\text{доба}^2$ .	12,3 см	11,3 см	8,8 %
$a = 5 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{Н}$ , $q = 0 \text{ кг}/\text{м}^2\text{доба}^2$ .	2,6 см	1,9 см	36,9 %
$a = 1 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{Н}$ , $q = 0 \text{ кг}/\text{м}^2\text{доба}^2$ .	1,8 см	0,9 см	100 %

розв'язано модифікованим методом Гауса, але перед цим попередньо використано метод найменших квадратів [13, с. 228].

Для перерахунку координат вузлових і коллокаційних точок використано кінематичну граничну умову (9).

### Результати чисельних експериментів

Розглянемо одновимірну задачу фільтраційної консолідації шару загіпсованого ґрунту товщиною  $l = 25$  м з такими вхідними даними:

$$n = 0,4, e = 0,7, \alpha = 0,5, \beta = 0,5,$$

$$a = 5 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{Н}, \rho_c = 2000 \text{ кг}/\text{м}^3, \rho_s = 1900 \text{ кг}/\text{м}^3,$$

$$S_m = 350 \text{ г}/\text{л}, D_c = 0,002 \text{ м}^2/\text{доба}, D_s = 0,02 \text{ м}^2/\text{доба},$$

$$\nu_c = 2,8 \cdot 10^{-5} \text{ м}^5/\text{кг} \cdot \text{доба}, \nu_s = 2,9 \cdot 10^{-5} \text{ м}^5/\text{кг} \cdot \text{доба},$$

$$\nu_T = 2,8 \cdot 10^{-5} \text{ м}^5/\text{кг} \cdot \text{доба}, \gamma_s = 0 \text{ доба}^{-1},$$

$$\gamma_c = 6,5 \cdot 10^{-5} \text{ доба}^{-1}, q = 10 \cdot 10^4 \text{ кг}/\text{м}^2\text{доба}^2$$

$$\gamma = 10^4 \text{ кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{доба}^2),$$

$$c_T = 2137 \text{ кДж}/\text{м}^3 \cdot \text{град}, c_p = 4,2 \text{ кДж}/\text{кг} \cdot \text{град},$$

$$\lambda = 108 \text{ кДж}/\text{м} \cdot \text{град} \cdot \text{доба}, \lambda_1 = 0,5, \lambda_2 = 0,5,$$

$$T_1 = 20^\circ\text{C}, T_2 = 4^\circ\text{C}, C_0(x) = 0,1 \text{ г}/\text{л}, S_0(x) = 10 \text{ г}/\text{л},$$

$$T_0(x) = 4^\circ\text{C}, H_1(t) = 0, H_2(t) = 0, C_1(t) = 0,1 \text{ г}/\text{л},$$

$$C_2(t) = 0,1 \text{ г}/\text{л}, S_1(t) = 10 \text{ г}/\text{л}, S_2(t) = 5 \text{ г}/\text{л}.$$

Коефіцієнт фільтрації чистої води покладался рівним  $K_n = 0,001$  м/доба. Для апроксимації залежності  $K_h(S, N, T) = k_0(S, T)e^{-\gamma \frac{N}{C_m}}$  [6] використано метод РБФ, де для наближення залежності  $k_0(S, T)$  екстремальні дані взято із монографії [5, с. 176]. Для апроксимації залежності  $C_m(S, T)$  (рис. 2) використовувався метод РБФ з експериментальними даними за [8, с. 50]. Загіпсованість ґрунту становить  $m = 20$  %, а густина ґрунту  $\rho_g = 2000$  кг/м<sup>3</sup>. Кількість вузлових точок покладалася рівною 100, а коллокаційних – 120. Крок за часом  $\tau = 120$  діб. Кількість часових проміжків 6. Параметри форми для невідомих функцій становили:  $\varepsilon_H = 1,2$ ;  $\varepsilon_C = 1,1$ ;  $\varepsilon_S = 1,1$ ;  $\varepsilon_{N_C} = 0,9$ ;  $\varepsilon_{N_S} = 0,7$ ;  $\varepsilon_T = 0,3$ .

Як видно із графіків, концентрація гіпсу в твердій фазі з часом зменшується (рис. 4), а в рідкій – збільшується (рис. 3). До того ж такі зміни є несиметричні й неоднорідні по ділянці (хоча початкові розподіли гіпсу однаковими в усіх точках ділянки). Це пояснено впливом концентрації сольового розчину, температурою і залежністю  $C_{\max} = C_{\max}(S, T)$  (рис. 2).

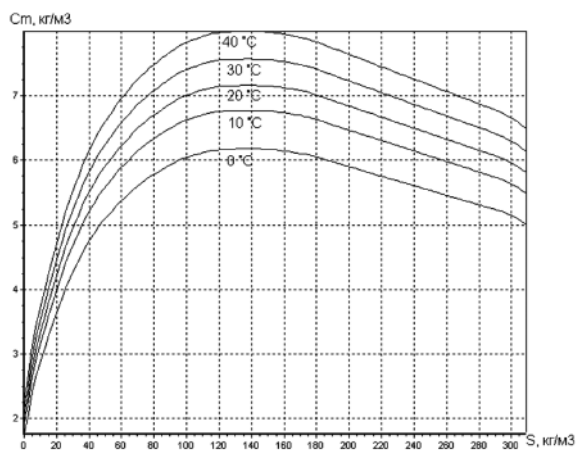


Рис. 2. Залежність концентрації граничного насичення гіпсу

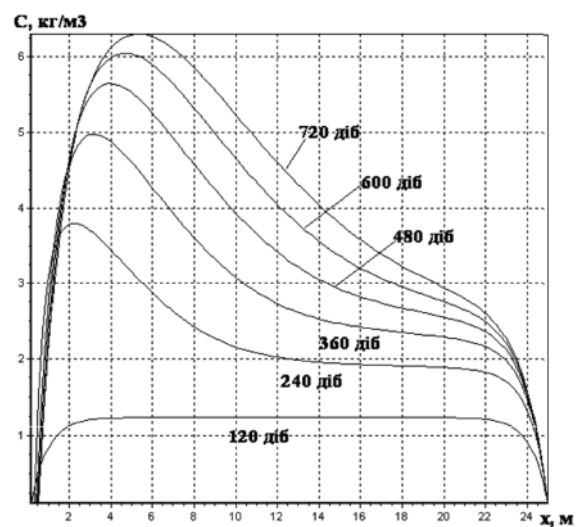


Рис. 3. Розподіл концентрації гіпсу в рідкій фазі

У табл. 1 бачимо, що врахування залежності концентрації граничного насичення гіпсу при-

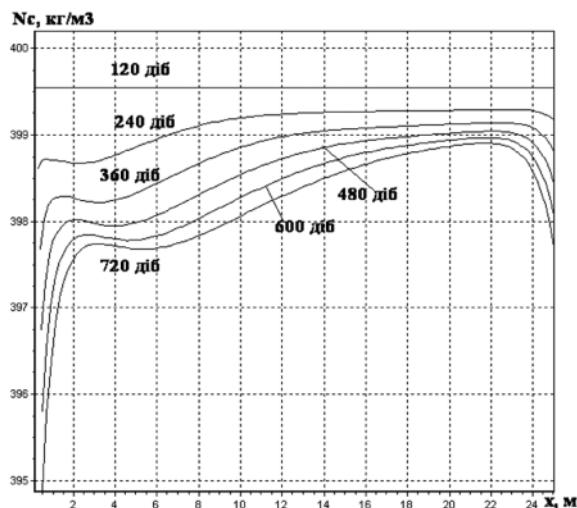


Рис. 4. Розподіл концентрації гіпсу в твердій фазі

зводить до збільшення величини просідання верхньої межі масиву ґрунту. Це можна пояснити тим, що гіпс розчиняється швидше, якщо збільшенні концентрації солі в поровій рідині та зростанні температури. Однак на цей процес значний вплив має значення коефіцієнта стисливості ґрунту. Для порівняння можна проаналізувати останній стовпець, в якому наведено збільшення просідання у відсотках.

Також корисні чисельні експерименти з визначення просідання верхньої межі масиву ґрунту, якщо немає початкових надлишкових напорів. Просідання внаслідок розчинення гіпсу (хімічної суфозії) та урахування залежності  $C_m = C_m(S, T)$  за  $a = 5 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{Н}$  збільшується від 1,9 см до 2,6 см (на 36,9 %), а за умов  $a = 1 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{Н}$ ,  $q = 10^5 \text{ кг/м}^2\text{доба}$  на 100 %. Отже, урахування дії не чистої води, а сольового розчину може значно змінити прогнозні розрахунки

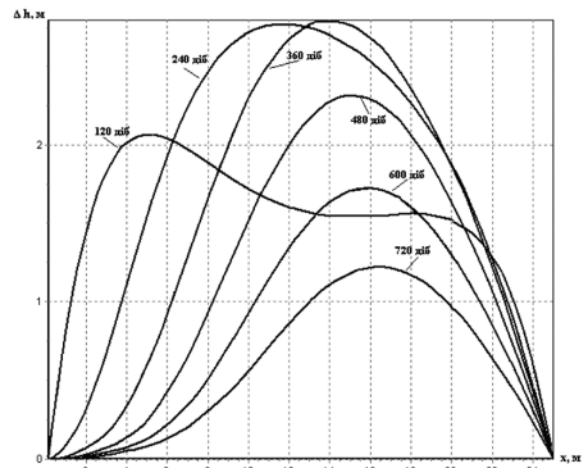


Рис. 5. Різниця розподілів надлишкових напорів при  $C_{\text{max}} = C_{\text{max}}(S, T)$  та  $C_{\text{max}} = \text{const}$ ,  $a = 5 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{Н}$ .

просідання будівель на загіпсованих ґрунтах. Окрім того, урахування залежності  $C_m = C_m(S, T)$  значно впливає і на розподіл надлишкових напорів у загіпсованому ґрунті – напори розсіюються повільніше (рис. 5).

### Висновки

Досліджено вплив розчинення гіпсу залежно від концентрації сольового розчину, що надходить в ґрунт, і температури на розподіл надлишкових напорів та на просідання масиву загіпсованого ґрунту. Здійснюючи й аналізуючи чисельні експерименти, виявлено, що неізотермічні умови та надходження в загіпсований ґрунт іншого хімічного розчину може значно змінити прогнозні розрахунки просідання ґрунту і розподіл надлишкових напорів у ньому. Подальші наші дослідження стосуватимуться дво- та тривимірної задач.

### Література

1. Богасенко В. О. Моделювання впливу засоленості на динаміку геохімічних процесів / В. О. Богасенко // Математичне та комп'ютерне моделювання. Сер. фіз.-мат. науки. – 2010. – Вип. 3. – С. 3–12.
2. Булавацький В. М. Математичне моделювання процесу фільтраційної консолідації з урахуванням дифузійної нерівноважності та масообміну / В. М. Булавацький, В. І. Лаврик // Наукові записки НУКМА. Фіз.-мат. науки. – 2006. – Т. 51. – С. 7–10.
3. Веригин Н. Н. Конвективная дифузия и массообмен при фильтрации растворов в пористой среде / Н. Н. Веригин, В. С. Саркисян // Гидрогеол. исслед. водозаборн., водопозитительн. и дренаж. систем. – М.: Труды инс-та «ВОД-ГЕО», 1980. – С. 19–24.
4. Власюк А. П. Математичне моделювання консолідації ґрунтів при фільтрації солевих розчинів в неізотермічних умовах / А. П. Власюк, П. М. Мартинюк. – Рівне: Вид-во НУВГП. – 2008. – 416 с.
5. Власюк А. П. Чисельне розв'язування задач консолідації та фільтраційного руйнування ґрунтів в умовах тепло-масо-переносу методом радіальних базисних функцій / А. П. Власюк, П. М. Мартинюк. – Рівне: Вид-во НУВГП. – 2010. – 277 с.
6. Добронравов О. О. Моделювання фільтрації ґрунтових вод з урахуванням суфозії і кольматції / О. О. Добронравов, В. С. Кремес // Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки. – 2006. – Вип. 7. – С. 141–146.
7. Иванов П. Л. Грунты и основания гидротехнических сооружений. Механика грунтов / П. Л. Иванов. – М.: Высш. шк., 1991. – 447 с.
8. Лукнер Л. Моделирование миграции подземных вод / Л. Лукнер, В. М. Шестаков. – М.: Недра, 1986. – 208 с.
9. Мічута О. Р. Математичне моделювання впливу хімічної суфозії та температури на консолідацію засолених ґрунтів в тривимірному випадку / О. Р. Мічута, А. П. Власюк, П. М. Мартинюк // Сучасні проблеми прикладної математики та інформатики: матер. доп. XVII Всеукр. наук. конф. 6–7 жовтня 2011 р., м. Львів. – Львів: Видав. центр ЛНУ, 2011. – С. 76.
10. Мічута О. Р. Про одну задачу фільтраційної консолідації засолених ґрунтів із врахуванням впливу хімічної суфозії в

неізотермічних умовах / О. Р. Мічута, А. П. Власюк, П. М. Мартинюк // XVII Міжнар. конф. «Прийняття рішень в умовах невизначеності» (PDMU-2011). 23–27 травня, 2011. Тези доповідей. – К. : Освіта України, 2011. – С. 138–140.

11. Петрухин В. П. Расчет суффозионных деформаций оснований в засоленных грунтах / В. П. Петрухин // Основа-

ния, фундаменты и механика грунтов. – 1995. – № 5. – С. 11–13.

12. Самарский А. А. Численные методы математической физики / А. А. Самарский, А. В. Гулин. – М. : Научный мир, 2003. – 316 с.

13. Шахно С. М. Чисельні методи лінійної алгебри / С. М. Шахно. – Львів : ЛНУ ім. Івана Франка, 2007. – 243 с.

*O. Michuta*

## **MATHEMATICAL MODELING OF SOIL CONSOLIDATION TAKING INTO ACCOUNT MULTICOMPONENT CHEMICAL SOLUTION IN NON-ISOTHERMAL CONDITIONS IN ONE-DIMENSIONAL CASE**

*The one-dimensional mathematical model of filtration consolidation problem of the plastered soil has been built taking into account salt solution and unisothermal conditions. The numerical solutions of corresponding boundary-value problem have been found by the method of radial base functions. A kinematics boundary condition on the movable bound of array of soil is shown out. The series of numerical experiments and their analysis have been carried out.*

**Keywords:** filtration consolidation, plastered soil, chemical suffosion, subsidence.

*Матеріал надійшов 9.03.2012*