

## ГРАНИЧНІ ТЕОРЕМИ ДЛЯ КОРОТКИХ ЦИКЛІВ ВИПАДКОВИХ ПЕРЕСТАНОВОК З ВАГАМИ ЦИКЛІВ

О.А. ГАЛГАНОВ

**Вступ.** Нехай  $\sigma_n$  — випадкова перестановка, що обрана з симетричної групи  $\mathcal{S}_n$  відповідно до розподілу

$$\mathbb{P}(\sigma_n = \sigma) = \frac{1}{h_n n!} \prod_{k=1}^{\infty} \theta_k^{C_k(\sigma)}, \quad \sigma \in \mathcal{S}_n,$$

де  $\theta_k$  — невід’ємні дійсні параметри,  $C_k(\sigma)$  — кількість циклів довжини  $k$  в  $\sigma$ , а  $h_n$  — стала нормування.

На  $\mathbb{X} = \bigcup_{k=1}^{\infty} \mathbb{X}_k$ , де  $\mathbb{X}_k = \{(x_1, \dots, x_k) \in [0, 1]^k : \min\{x_1, \dots, x_k\} = x_1\}$ , задамо послідовність точкових процесів

$$\Psi_n = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{i_1, \dots, i_k \in \{1, \dots, n\}}^{\neq} \delta_{\left(\frac{i_1}{n}, \dots, \frac{i_k}{n}\right)} \mathbb{1}\{\sigma_n(i_1) = i_2, \dots, \sigma_n(i_k) = i_1\}, \quad (1)$$

яка несе всю інформацію про склад циклів  $\sigma_n$ . Тут  $\sum^{\neq}$  означає, що сума береться за попарно різними  $i_1, \dots, i_k \in \{1, \dots, n\}$ , а  $\delta_x$  є мірою Дірака в  $x$ .

Зокрема,  $\Psi_n(\mathbb{X}_k)$  є кількістю циклів довжини  $k$  в  $\sigma_n$ , і відомо [2], що

$$(\Psi_n(\mathbb{X}_1), \Psi_n(\mathbb{X}_2), \Psi_n(\mathbb{X}_3), \dots) \xrightarrow{d} (Y_1, Y_2, Y_3, \dots), \quad (2)$$

де  $Y_k \sim \text{Pois}(\theta_k/k)$ , в  $\mathbb{Z}_+^{\infty}$  в тих випадках, коли  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{h_{n-1}}{h_n} = 1$ .

**Результати.** В роботі пропонується значне узагальнення (2), а саме — встановлено грубу збіжність за розподілом послідовності  $\Psi_n$ , визначеної (1), до точкового процесу Пуассона  $\Psi$  на  $\mathbb{X}$  з мірою інтенсивності  $\lambda = \sum_{k=1}^{\infty} \theta_k \lambda_k (\cdot \cap \mathbb{X}_k)$ , де  $\lambda_k$  — міра Лебега на  $\mathbb{X}_k$ . За допомогою теореми про неперервне відображення для функціоналів на просторі точкових мір отримано граничні розподіли низки важливих характеристик перестановок.

### ЛІТЕРАТУРА

1. Galganov Oleksii, Pienko Andrii. Short cycles of random permutations with cycle weights: point processes approach. — 2023. — Submitted. Access mode: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2309.10721>.
2. Ercolani Nicholas M., Ueltschi Daniel. Cycle structure of random permutations with cycle weights // Random Structures Algorithms. — 2014. — Vol. 44, no. 1. — P. 109–133.

КПІ ім. Ігоря Сікорського, Київ, Україна  
Email address: alex.galganov@gmail.com

---

На основі сумісної роботи [1] з А.Б. Ільєнком.