

ЗАСТОСУВАННЯ ІНТЕРПОЛЯЙНИХ ПОЛІНОМІВ ДЛЯ НАБЛИЖЕНОГО РОЗВ'ЯЗАННЯ РІВНЯНЬ

А.В. МАКАРЧУК, О.В. БАРАБАШ, Д.В. ШАПОВАЛОВ

Ров'язування рівнянь виду

$$f(x) = 0 \quad (1)$$

є досить поширеною задачею при дослідженні багатьох явищ. Однак, іноді бувають такі ситуації, коли аналітичне відшукування необхідних розв'язків (1) є завданням надзвичайно складним із-за складності лівої частини. В таких ситуаціях прийнято використовувати різноманітні обчислювальні методи [1] типу методу дихотомії чи методу дотичних.

Класичні методи наближеного розв'язування рівнянь виду (1) типу вище згаданих можуть себе показувати досить ефективно в плані точності, але якщо обчислення лівої частини (1) є дуже складним, то для спрощення обчислень доцільним є попереднє використання різних методів наближення, одним із яких є інтерполяція.

На даний момент одним із цікавих напрямків у наближенні функцій інтерполяційними поліномами є використання інтерполяційних аналогів різних гармонійних операторів [2]. Так, наприклад, в контексті наближення 2π -періодичної функції досить широко досліджується оператор Фейєра [3] цієї функції

$$\sigma_n(x) = \sigma_n(f, x) = \frac{1}{(n+1)\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) \frac{\sin \frac{n+1}{2}(x-t)}{\sin \frac{x-t}{2}} dt, \quad (2)$$

а для інтерполювання цієї функції - інтерполяційний аналог даного оператора

$$\bar{\sigma}_n(x) = \frac{1}{n(n+1)\pi} \sum_{k=1}^n f(x_k) \frac{\sin \frac{n+1}{2}(x-x_k)}{\sin \frac{x-x_k}{2}} \quad (3)$$

Тому метою даної роботи є дослідження того, наскільки точно можна наблизити розв'язок рівняння (1) в проміжку

$$-\pi \leq x \leq \pi,$$

попередньо наблизивши ліву частину за допомогою інтерполяційних поліномів (3).

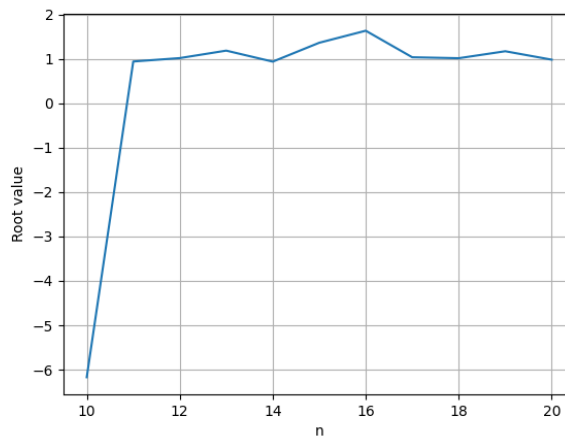
Для прикладу, розглянемо рівняння

$$\sinh x - \cosh \frac{x}{2} - \sin \frac{x}{3} \cos \frac{x}{4} = 0. \quad (4)$$

Побудувавши графік лівої частини, легко побачити, що дане рівняння має рівно один корінь. В нашому випадку, корінь належить проміжку $[-\pi; \pi]$, то замінимо ліву частину (4) поліномом (3), де

$$f(x) = \sinh x - \cosh \frac{x}{2} - \sin \frac{x}{3} \cos \frac{x}{4}. \quad (5)$$

В результаті, отримаємо наступні результати, представлені на наступному графіку



Знайшовши середнє значення наближеного значення при

$$11 \leq n \leq 20,$$

отримаємо, що наближене значення кореня рівне

$$x \approx 1.126.$$

ЛІТЕРАТУРА

- [1] Жалдак М. І., Триус Ю. В. Основи теорії і методів оптимізації. Черкаси : Брама-Україна, 2005. 608 с.
- [2] Koval O., Varabash O., Makarchuk A., Havrylko Y., Musienko A., Salanda I. Comparison of Two Methods of Signal Smoothing in the Development of Navigation Systems 2023 IEEE 7th International Conference on Methods and Systems of Navigation and Motion Control, MSNMC 2023 - Proceedings, pp. 42 - 46.
- [3] Hamming R.W. Digital filters, New Jersey: Prentice-Hall International, 1977.

КПІ ім. Ігоря Сікорського, Київ, Україна
Email address: au_andreymakarh2@gmail.com

КПІ ім. Ігоря Сікорського, Київ, Україна
Email address: bar64@ukr.net

ВНУ ім. Лесі Українки, Луцьк, Україна
Email address: shapovalovdv@ukr.net