

ЗАСТОСУВАННЯ ЗОБРАЖЕННЯ ЧИСЕЛ РЯДАМИ ЛЮРОТА У ФРАКТАЛЬНОМУ АНАЛІЗІ ФУНКЦІЙ

Н.А. БІЛОВИЦЬКА

Числовим *додатним рядом Люрота*, породженим послідовністю натуральних чисел (d_n) , називається вираз виду

$$\frac{1}{d_1+1} + \frac{1}{d_1(d_1+1)(d_2+1)} + \dots + \frac{1}{d_1(d_1+1)\dots d_n(d_n+1)(d_{n+1}+1)} + \dots$$

Очевидно, що залишок ряду $r_n \leq \frac{1}{2^n}$ і $r_n \rightarrow 0$ ($n \rightarrow \infty$), а тому кожен ряд Люрота збіжний, причому сума ряду Люрота не перевищує 1. У роботі [1] система зображення чисел рядами Люрота: *для будь-якого числа $x \in (0; 1]$ існує послідовність натуральних чисел $(d_n(x))$ така, що*

$$x = \frac{1}{d_1+1} + \frac{1}{d_1(d_1+1)(d_2+1)} + \dots + \frac{1}{d_1(d_1+1)\dots d_n(d_n+1)(d_{n+1}+1)} + \dots \equiv \Delta_{d_1 d_2 \dots d_n \dots}^L.$$

Розклад числа в ряд Люрота називається L -представленням числа, а скорочений запис $\Delta_{d_1 d_2 \dots d_n \dots}^L$ – його L -зображенням.

Циліндром рангу m з основою $c_1 c_2 \dots c_m$ називається множина

$$\Delta_{c_1 c_2 \dots c_m}^L = \{x : x = \Delta_{c_1 c_2 \dots c_m d_1 d_2 \dots}^L, (d_n) \in N^\infty\}.$$

Циліндр $\Delta_{c_1 c_2 \dots c_m}^L$ є проміжком $(a; a + \frac{1}{c_1(c_1+1)\dots c_m(c_m+1)})$, з чого слідує, що $|\Delta_{c_1 \dots c_m}^L| = i(i+1)|\Delta_{c_1 \dots c_m i}^L|$, $i \in N$. Остання рівність виражає основне метричне відношення довжин вкладених циліндрів послідовних рангів і вказує на N -самоподібність системи кодування чисел.

Основним об'єктом дослідження є функція, означена рівністю

$$f(x = \Delta_{d_1 d_2 \dots d_n \dots}^L) = \Delta_{[k_1+d_1][k_2+d_2]\dots[k_n+d_n]\dots}^L, k_n \in Z_+.$$

Теорема 1. *Функція f є зростаючою, причому якщо починаючи з деякого n усі $k_n = 0$, то f є кусково-лінійною функцією виду*

$$f(x) = \frac{1}{d'_1+1} + \sum_{i=2}^{n-1} \frac{1}{d'_1(d'_1+1)\dots(d'_i+1)} + \omega^{n-1}(x), \text{ де } d'_i = d_i + k_i,$$

$\omega^{n-1}(x = \Delta_{d_1 d_2 \dots d_n \dots}^L) = \Delta_{d_n d_{n+1} \dots}^L$ – оператор зсуву L -зображення чисел.

ЛІТЕРАТУРА

- [1] Luroth J. Über eine eindeutige Entwicklung von Zahlen in eine unendliche Reihe // Math. Ann. — 1883. — 21. — P. 411-423.
- [2] Жихарева Ю.І., Працьовитий М.В. Зображення чисел знакододатними рядами Люрота: основні метричної теорії// Наук. час. НПУ ім. М.П. Драгоманова. Серія 1. Фіз-мат науки. — Київ: НПУ ім. М.П. Драгоманова. — 2008, № 9.— С.200-211.

УДУ ІМЕНІ М.П. ДРАГОМАНОВА, КИЇВ, УКРАЇНА
Email address: n.bilovytska@gmail.com