*Сущанський В. І., Безущак О. О., Рябухо О. М.*

# ПЕРШЕ НАУКОВО-ПОПУЛЯРНЕ ЕНЦИКЛОПЕДИЧНЕ ВИДАННЯ З МАТЕМАТИКИ

*Проведено аналіз одного з перших науково-популярних енциклопедичних видань з математики для широкого загалу — книги професора Київського університету св. Володимира Дмитра Ґраве «Енциклопедія математики» та порівняльний аналіз з іншими енциклопедіями, які згодом побачили світ.*

## 1. Вступ

Математична освіта на українській землі в минулому столітті мала свої злети і падіння, досягнення і невдачі, періоди реформ і роки стабільного розвитку. Причин такого стану речей було багато. Як цунамі, прокочувались українськими землями революції і війни, страшних ударів освіті завдавали дії більшовицьких реформаторів, свою лепту вносили малокомпетентні керівники освітньої галузі, яких на усіх рівнях завжди вистачало. Усе це стояло, так би мовити, по один бік барикад. З іншого їх боку перебувала сила зовсім іншого характеру - високий професіоналізм представників освітньої галузі в математиці та наявність серед них значної кількості справжніх ентузіастів, аматорів своєї справи. Завдяки зусиллям саме цієї частини освітян-математиків в Україні багато років підтримувався високий середній рівень математичної освіти.

На жаль, після отримання Україною незалежності рівень математичної освіти в нашій державі знизився. У шкільній освіті основними причинами цього, на наш погляд, є невиправдана реформа, що призвела, зокрема, до істотного зменшення кількості уроків з математики, недолугі шкільні підручники, які, попри те що написані канцелярською мовою, без живої іскри, ще й містять численні (математичні!) помилки, відплив із освітянських установ значної частини добре підготовлених вчителів і заміна їх фахово менш придатними, певна зміна суспільних настроїв. Що стосується вищої школи, то тут основними факторами, які впливають на зниження рівня математичної освіти, стали безпрецедентне збільшення кількості вищих навчальних закладів без належної забезпеченості навчального процесу викладацькими кадрами та необхідними підручниками і навчальними посібниками, а також скорумпованість вищої освіти. «Потрібним» студентам треба ставити «потрібні» оцінки незалежно від їхніх знань. А це краще робити тоді, коли критерії оцінювання знань менш чіткі, ніж у математиці. Тому в багатьох вузах викладання математичних дисциплін поступово згортається, скорочується також число спеціальностей, на яких вивчається математика.

Ще одна важлива причина, яка нині негативно впливає на рівень математичної освіти, - це відсутність книг, які популяризують сучасну математику. Цю видавничу нішу тимчасово захопили «репетиторські» видання, в яких за допомогою комп'ютерної верстки просто тасуються розв'язки стандартних задач «репетиторської» математики. Справжні ж науково-популярні видання, та ще й написані доступною і гарною мовою, нині просто - велика рідкість. Що стосується видань енциклопедичного характеру, які б давали широку панораму розвитку математики в спосіб, зрозумілий широкому загалу читачів, то їх у всі часи було порівняно небагато, а тепер зовсім немає.

Ми хочемо ознайомити читача з одним із перших енциклопедичних видань з математики для широкого загалу - книгою професора Київського університету св. Володимира Дмитра Граве «Энциклопедія математики. Очеркъ ея современнаго положенія». Видана в 1912 р. видавництвом-книгарнею Н. *Я.* Оглобіна (Київ-С.-Петербург), монографія професора Д. О. Ґраве [2] була першим енциклопедичним виданням з математики в Російській імперії. Тривалий час вона залишалась єдиним таким російськомовним виданням, оскільки енциклопедичні книги з математики і власне енциклопедії почали з'являтися в Радянському Союзі вже після Другої світової війни [5], [7]—[9]. Енциклопедичних видань з


ДИМИТРІЙ ГРАВЕ.

Профессоръ Императорского Кіевского Университета св. Владиміра

ЭНЦИКЛОПЕДІЯ МАТЕМАТИКИ.

ОЧЕРКЪ ЕЯ СОВРЕМЕННЯГО ПОЛОЖЕНІЯ.

152 чертежа въ текстѣ.

Изданіе Книжного Магазина Н. Я. ОГЛОБЛИНА.

Кіевъ, Крещатикъ 33. С.-Петербургъ, Екатерининская 4.

КІЕВЪ, 1912 г.

математики такого рівня українською мовою, на жаль, просто не існувало.

### 2. Загальна характеристика

За задумом автора ця книга мала значно відрізнятися від інших видань з математики в тогочасній російській та зарубіжній літературі. У типових курсах математики для студентів природничих і технічних спеціальностей або ж у книгах, розрахованих на фахівців-природознавців чи інженерів, як правило, обмежувалися викладом аналітичної геометрії, елементів алгебри і диференціального та інтегрального числення. Так було в часи, коли професор Граве писав свою книгу, і без великих змін такий стан зберігається й понині. В енциклопедії автор скорочує традиційні розділи до можливого мінімуму, але додатково вміщує короткий огляд тих розділів тогочасної математики, які перебували на передньому краї розвитку науки. При цьому основну увагу звернено на ідейний бік справи. Автор докладно аналізує нові поняття, ілюструє їх вдало підібраними прикладами. Доведення тверджень, як правило, не наводяться, але в окремих випадках пропонується схема доведення, деталі залишаються на розгляд читачеві. «Энциклопедія математики» задумана автором як книга головним чином для справжніх шанувальників математики, особливо тих, хто мешкає у провінції, далеко від університетських центрів. Зокрема, однією з цілей, яку ставить перед собою автор, є допомога учням старших класів середніх навчальних закладів, які мають нахил до математики, в остаточному виборі життєвого шляху. Те, що посібники такого типу необхідні, автор обґрунтовує, розглядаючи стан викладання математики в школах і необхідність його реформування. Він пише: «Нині, коли пануюча техніка прагне покращити зовнішній комфорт життя, духовні його запити видаються такими, що відходять на другий план. Йдучи в цьому напрямку, громадська думка, вороже налаштована до гуманітарної класичної середньої школи, рішуче висловлюється на користь більш реальної середньої освіти». На той час реформу викладання математики у Франції вже було здійснено, в Німеччині вона здійснювалася під керівництвом талановитого й енергійного математика - професора Фелікса Клейна. У 1908 р. було надруковано в двох томах його навчальний посібник для вчителів математики «Elementarmathematik vom Höheren Standpunkte aus Erster Band» (російський переклад [4] здійснено з другого видання цього посібника 1924 р.), який став ідеологічною платформою реформи шкільної математичної освіти. В Росії ж на той час лише було створено комісію, яка вивчала стан викладання математики в різних країнах. При класичній системі середньої освіти вивчення математики мало на меті дати учню ряд навичок обчислювального характеру, навичок геометричного просторового мислення, які могли б придатися йому в житті, а також до загального логічного розвитку додавалась компонента математичної логіки. Реформа шкільної математичної освіти була спрямована на оновлення курсу математики, його осучаснення. Основну роль у курсі математики середньої школи, за задумами реформаторів, мало відігравати поняття функції. Воно повинне засвоюватися учнями досить рано і пронизувати все викладання алгебри і геометрії. Можна сказати, що основним завданням реформи її автори вважали розвиток в учнів здібностей функціонального мислення. Для цього в процесі реформи освіти до програми з математики мають бути включені початки аналітичної геометрії та елементи аналізу нескінченно малих. Враховуючи ці прогресивні тенденції розвитку шкільної математичної освіти, Д. Ґраве і включає до кола можливих читачів своєї енциклопедії учнів середніх навчальних закладів.

Як навчальний посібник (у вузькому значенні цього слова) книгу було написано для студентів Київського комерційного інституту. Вона стала доповненням до короткого курсу вищої математики, який проф. Д. Ґраве читав у той час для студентів цього інституту, і пропонувалася як посібник для додаткових занять і самостійної роботи студентів. Книгу було надруковано за рішенням Навчального комітету Київського комерційного інституту (директор М. Довнар-Запольський) коштом цього закладу, причому досить швидко. Так, передмову автор написав 11 вересня 1911 р., а з друкарні І. І. Чоколова книга вийшла вже наприкінці того самого року. Навіть зараз такі темпи друкування книг з математики є рідкістю. Важко собі уявити також, щоб керівництво навчального закладу, який нині є спадкоємцем Комерційного інституту, прийняло рішення про фінансування видавничих витрат для подібної книги з математики...

### 3. Коротко про зміст книги

Проблематика енциклопедії охоплює більшість напрямків тогочасної математики.

**3.1.** Книга поділена на 15 глав, а саме:

Глава I. Задачі на неможливість та їх роль в математиці.

Глава II. Паралелізм між аналізом і геометрією.

Глава III. Аналіз нескінченно малих.

Глава IV. Алгебраїчний аналіз.

Глава V. Теорія чисел.

Глава VI. Різні течії в геометрії.

Глава VII. Теорія функцій.

Глава VIII. Інтегральне числення як джерело нових трансцендентних.

Глава IX. Питання про найбільші та найменші значення.

Глава X. Інтегрування диференціальних рівнянь.

Глава XI. Наближені обчислення. Скінченні різниці.

Глава XII. Аналітична механіка.

Глава XIII. Математична фізика.

Глава XIV. Теорія ймовірностей.

Глава XV. Викладання математики.

Завершують книгу висновки, в яких автор висвітлює роль і місце математичної науки в процесі пізнання.

Уже самі назви глав дають певне уявлення про зміст цієї чудової книги. З огляду на загальний обсяг публікації ми не будемо наводити хоча б побіжну характеристику кожної з глав. Деякі з них (глави II, III, IX, X, XI) є більш-менш стандартним викладом відповідної теми, в інших або подано оригінальні підходи до висвітлення матеріалу, або ж висловлено ряд неординарних думок щодо теми оповіді. Але всі теми викладено настільки чітко, доступно й прозоро, що авторський план щодо використання книги учнями середніх навчальних закладів зовсім не видається утопічним. У наступних підрозділах ми охарактеризуємо зміст трьох глав, які вважаємо найбільш показовими й оригінальними.

**3.2.** У главі I розглядаються «Задачі на неможливість» і обговорюється їх роль у розвитку математики. Поняття задач на неможливість за Граве досить широке. Він відносить сюди не лише класичні задачі про неможливість виконання побудов циркулем та лінійкою (подвоєння куба, квадратура круга, теорема Ґауса про побудову правильних многокутників), а й проблему розв'язуваності рівнянь у радикалах та деякі задачі діофантового аналізу, зокрема велику теорему Ферма.

Починається глава з огляду вчення про числа. Автор описує історичний шлях розвитку поняття про число: вводяться натуральні, дробові числа, потім характеризується система раціональних чисел, числа ірраціональні визначаються за допомогою неперервних дробів.

Наприклад, автор описує розклад числа $\sqrt{2}$ таким чином: «Щоб простіше отримати цей розклад, скористаємось тотожністю $(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)=1$, звідки

$$\sqrt{2}-1=\frac{1}{\sqrt{2}+1},$$

далі

$$\sqrt{2}=1+\frac{1}{1+\sqrt{2}},$$

$$\sqrt{2}=1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\sqrt{2}}},$$

$$\sqrt{2}=1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\ddots}}}.$$

Отже, раціональне число відповідає скінченному неперервному дробові, а ірраціональне - нескінченному».

Стисло, цілком зрозуміло, переконливо.

Далі стандартним чином характеризується поле комплексних чисел і розглядаються його найпростіші властивості. Дуже коротко пояснюється узагальнення поняття комплексного числа: кватерніони Гамільтона і загальне поняття гіперкомплексного числа. Більше того, згадуються також т. зв. неархімедові числа, дослідження яких тоді тільки розпочиналося.

Особливістю підходу до висвітлення задач на побудову циркулем та лінійкою є те, що автор досить чітко вказує на алгебраїчну природу цих задач, а процес їх розв'язування характеризує за допомогою поняття алгоритму. «Під розв'язуванням певної математичної задачі ми розуміємо такий процес: всю математику ми розбиваємо на ряд задач, переходячи від простіших до складніших; розв'язати яку-небудь задачу - означає звести її розв'язування до розв'язування попередніх задач, які вже нами розібрані... Розв'язування таких простих задач, які часто необхідно виконувати в математиці, ми називаємо математичними операціями або математичними діями. Якщо ми звели розв'язування якої-небудь задачі до розв'язування простіших задач, то це означає, що ми звели знаходження певних чисел до ряду операцій; такий ряд дій чи операцій, який використовується для розв'язування якої-небудь задачі, ми називаємо алгоритмом. Отже, алгоритм є тією програмою дій, яку треба виконати, щоб отримати із даних чисел шукані. Алгоритми в аналізі відповідають до певної міри побудовам у геометрії або моделям, що відтворюють рухи в механіці».

Докладно характеризуються дві математичні задачі про неможливість побудови циркулем і лінійкою: побудова ребра куба, об'єм якого вдвічі більший за об'єм заданого куба (т. зв. дельфійська проблема), і побудова квадрата, площа якого дорівнює площі заданого круга (проблема квадратури круга). Неможливість відповідних побудов випливає з того, що рівняння $\chi^3-2=0$ (дельфійська проблема) та $\chi^2-\pi=0$ (квадратура круга) не мають розв'язків у квадратних радикалах. Аналізуючи останню задачу, автор докладно пояснює відомі результати Шарля Ерміта і Карла Луїза Фердинанда Ліндемана про трансцендентність чисел $e$ і $\pi$, якими було поставлено останню крапку в розв'язуванні задачі про квадратуру круга. Зазначимо, що ще в першій половині XIX ст. наукові академії багатьох країн припинили приймати до розгляду праці аматорів, у яких начебто позитивно розв'язувалася та чи інша «неможлива» задача на побудову (трисекція кута, подвоєння куба, квадратура круга тощо). Правда, це рішення суттєво не вплинуло на псевдоаматорів математики - потік робіт, які стосуються «задач про неможливість», не припиняється і до сьогоднішнього дня з тією лише різницею, що тепер до усвідомлення «здійсненого великого відкриття» приєднується почуття ображеного марнослав'я та переконання, що каста математиків не вшановує їх виключно із заздрості. Останнім часом відбулося навіть кілька судових процесів у Києві, на яких розглядалися позови таких авторів «нібито розв'язків» до професійних математиків.

Д. Ґраве високо оцінює роль задач про неможливість у розвитку математики. Він пише: «Значення цих робіт було дуже великим. Звичайно, я говорю не про численні розв'язки бідних маніяків, малоосвічених людей. Але, наприклад, спроби розв'язування квадратури круга таким видатним математиком, як Архімед, з'ясували значення числа $\pi$ і ті прийоми, за допомогою яких обчислюються його наближені значення. Вписуючи правильні многокутники і збільшуючи число їх сторін, ми здійснюємо таким чином методи сучасного інтегрального числення. Отже, задача квадратури круга була першою задачею, яка покликала до життя початки інтегрального числення».

Аналізуючи велику теорему Ферма, тобто теорему про неіснування цілих розв'язків рівняння $x^n + y^n = z^n$ ,$n>2$, автор згадує найвідоміших математиків, які отримали важливі результати при її дослідженні. А саме, випадок $n = 4$ розглянув сам Ферма, випадки $n = 3, 5, 7$ - відповідно Леонард Ейлер, Лежен Діріхле, Адрієн Марі Лежандр і Габріель Ламе. Перший принциповий крок було зроблено Ернестом Куммером, який для цього розробив нову теорію, названу ним теорією ідеальних чисел, і довів теорему Ферма для нескінченної множини значень показника $n$. Зрозуміло, що ця задача, до розв'язання якої докладали зусиль Леонард Ейлер, Жозеф Луї Лагранж, Адрієн Марі Лежандр, Петер Густав Лежен Діріхле, Нільс Хенрік Абель, Ернст Куммер та багато інших видатних математиків, насправді є дуже важкою. Підтверджує це й отриманий нещодавно її розв'язок. Хоча оригінальна робота Андрю Вайла [14] містить всього 108 сторінок, повний текст доведення, якщо його написати так, щоб не потрібно було посилатися на інші результати (тобто зробити доведення «замкненим у собі»), займатиме десь близько двох тисяч журнальних сторінок.

Завершуючи огляд задач про неможливість, автор висловлює думку, що головний прогрес у математиці відбувався саме через такі задачі, адже вони вимагали введення в математичну науку нових понять і нових методів дослідження.

**3.3.** У главі IV «Алгебраїчний аналіз» викладаються початкові відомості з комбінаторики до поліноміальної теореми включно, теорія визначників та її застосування до розв'язування систем лінійних рівнянь, методи обчислення визначників. Значна частина глави присвячена знаходженню коренів алгебраїчних рівнянь довільних степенів. Формулюється теорема Ґауса про існування комплексного кореня, доводиться теорема Штурма про відокремлення коренів, докладно описуються методи наближеного обчислення коренів: метод Ньютона, метод Лагранжа (з використанням неперервних дробів) та його узагальнення, запропоноване Г. Ф. Вороним та Петером Граффе. Наводяться початкові відомості з теорії груп: докладно обговорюється аксіоматика групи, поділ груп на комутативні й некомутативні, скінченні і нескінченні, вводиться поняття ізоморфних груп. Характеризуються конкретні приклади груп: симетричні групи, циклічні групи, групи поворотів правильних многогранників та деякі інші. Завершує главу короткий огляд теорії Галуа. Автор характеризує вклад Н. Абеля і Е. Галуа в теорію розв'язування рівнянь в радикалах, наводить вдалий приклад для ілюстрації результатів Галуа.

**3.4.** Невеликою за обсягом, але, безперечно, цікавою є глава XIV «Теорія ймовірностей», яка присвячена вивченню законів випадковості.

Базові поняття теорії ймовірностей Ґраве пояснює на простих, зрозумілих для широкого кола читачів прикладах. Про випадкові події говориться як про певні «фіктивні поняття, які є нездійсненними на практиці через існування різних, можливо і незначних, вихідних причин». Але водночас автор підкреслює, що «випробування - це сукупність обставин, за яких ми спостерігаємо появу випадкових подій». На прикладах ілюструються не тільки основні поняття, а й застосування теорем, про які йдеться. Чіткими й доступними є лаконічні доведення теорем про ймовірність суми та добутку подій, формули про повторні незалежні випробування (відома як формула Бернуллі), про математичне очікування суми подій (як незалежних, так і залежних) та добутку незалежних подій, теореми Бернуллі, нерівності Чебишова, закону великих чисел. Доречно зазначити, що у той же час поняття розподілу випадкової події трапляється тільки в неявному вигляді, а центральна гранична теорема про розподіл суми випадкових величин (сформульована в 1900 р. російським математиком О. М. Ляпуновим), не згадується взагалі. Напевно, автор вважав, що це твердження не є обов'язковим для обраного ним кола читачів. Адже важливо лише, щоб читач, не маючи систематичної математичної освіти, міг самостійно ознайомитися з цим розділом математики, усвідомити його красу і привабливість.

Розглядаються два застосування вищезгаданих теорем: для аналізу азартних ігор та в актуарній (страховій) математиці. Говорячи про азартні ігри, автор вводить поняття безпечності (порядності) гри: «Якщо гра організована таким чином, що математичне очікування виграшу одного з гравців додатне, то з імовірністю, яка близька до достовірності, можна стверджувати, що за достатньо великої кількості партій виграш цього гравця може бути як завгодно великим». А тому для безпечності гри «необхідно, щоб математичне очікування всіх гравців дорівнювало нулю». Як ілюстрація наведених теоретичних міркувань про безпечність докладно, зі знанням справи, аналізується гра в рулетку (в 1905-1906 рр. Д. Ґраве відпочивав і лікувався в Монте-Карло). На основі проведеного аналізу автор робить висновок про небезпечність цієї гри і радить кожній окремій особі **«не грати в рулетку».**

Розглядаючи застосування в актуарній математиці, автор виділяє такі три основні її принципи:

1) можливість використання таблиць смертності, а у зв'язку з цим необхідність регулярного проведення необхідного табулювання;

2) застосування правил обліку за складними відсотками (т. зв. правило дисконту);

3) дисконт застосовується не лише стосовно фінансових надходжень, одержання яких є вірогідним, а й до математичних очікувань недостовірних надходжень.

На підставі цих принципів чітко сформульовано практичні поради працівникам цієї сфери.

## 4. Про новітні досягнення в тогочасній математиці

Для висвітлення нових результатів та ідей у тогочасній математиці Д. Ґраве обрав форму невеликих нарисів, які включаються до відповідних глав у вигляді окремих параграфів або навіть абзаців. Вкажемо на найяскравіші з них.

У першій главі обговорюється теорема Н. Абеля про нерозв'язуваність у радикалах загального рівняння степеня 5. При аналізі підходів до побудови доведення великої теореми Ферма обговорюються ідеальні числа. Теорія ідеальних чисел нині є великим розділом алгебраїчної теорії чисел і має багато точок перетину з сучасною комутативною алгеброю. Крім того, в цьому розділі згадуються системи гіперкомплексних чисел, на основі яких згодом виникла теорія асоціативних алгебр - потужний розділ сучасної математики з багатьма застосуваннями.

У третій главі характеризуються основні поняття теорії множин. Про те, що теорія множин тоді лише створювалася, свідчить навіть термінологія, яку використовує автор: замість сучасного терміна «множина» він уживає термін «ансамбль». Теорії ансамблів присвячено кілька параграфів глави III. Тут же вводиться поняття трансфінітного числа і наводяться приклади таких чисел. ***Як*** ілюстративний матеріал аналізується твердження про границі послідовностей вигляду

$$a^x, a^{a^x}, a^{a^{a^x}}, \dots,$$

сформульоване Ейлером без доведення і доведене в одній із праць Д. Ґраве.

У четвертій главі обговорюється поняття інваріантів і коваріантів груп перетворень. У зв'язку з цим згадується побудова Ф. Клейном та С. Лі геометрії як теорії інваріантів певних груп перетворень. Обговорюючи в главі VI analysis situs, тобто топологію, автор говорить про її значення в теорії алгебраїчних функцій - дослідження Ріманових поверхонь, вивчення алгебраїчних функцій та інтегралів на цих поверхнях. Про поверхні Рімана йдеться в главі VII, присвяченій теорії функцій, при цьому Ґраве обмежується розглядом найпростіших багатозначних функцій, а саме $\sqrt{x}$ та $\sqrt[3]{x}$, які вимагають відповідно розгляду двох та трьох площин (листів), зв'язаних біля початку координат. Гарними ілюстраціями топологічних методів є аналіз теореми Ейлера про многогранники, задачі Ейлера про Кенігсберзькі мости і характеристика т. зв. гри з додекаедром Гамільтона.

У главі VIII розглядаються Абелеві інтеграли, які виникли внаслідок узагальнення Абелем теореми Ейлера щодо еліптичних інтегралів, а також коментується відкриття Рімана про зведення теорії Абелевих інтегралів до розгляду функцій, які є оберненими до них (Абелевих функцій). Самої теорії Абелевих функцій Ґраве не розглядає, а обмежується тільки узагальненням т. зв. функції θ.

У главі IX аналізується теорема Чебишова про географічні карти, яка була повністю доведена в одній із робіт Д. Ґраве, а також аналогічне завдання для еквівалентних карт. Цій проблематиці раніше було присвячено докторську дисертацію автора під назвою «Про основні завдання математичної теорії побудови географічних карт» (1896 р.).

У главі X, присвяченій інтегруванню диференціальних рівнянь, віддається данина наукової уваги Софусу Лі, який створив теорію розв'язності диференціальних рівнянь в квадратурах, цілком аналогічну до теорії Галуа для алгебраїчних рівнянь (у теорії диференціальних рівнянь слід застосовувати неперервні групи перетворень).

У главі XII, присвяченій аналітичній механіці, Ґраве коментує принцип відносності з точки зору критичного переосмислення експериментальних методів і зміни основних положень механіки Ньютона.

Як бачимо, майже в кожну главу вкраплено невеликі за обсягом нариси щодо новітніх досягнень математики. Зроблено це дуже вміло. Нариси про нове вплітаються в основну розповідь, як щось органічне, так, що його хочеться зрозуміти і переосмислити. Текст ніби спонукає читача до подальшого ознайомлення з відповідним розділом математики. Можливо, саме через це книгу професора Ґраве мав у своїй бібліотеці й полюбляв читати першовідкривач місячної траси Ю. В. Кондратюк (див. [6]) .

## 5. Деякі висновки

**5.1.** Монографія Д. Ґраве «Енциклопедія математики» була не лише першим, а протягом тривалого часу єдиним російськомовним енциклопедичним виданням, розрахованим на широке коло читачів. Проте вона жодного разу не перевидавалась. До 1917 р. у цьому просто не було потреби, а пізніше - до початку Другої світової війни - швидше за все, не було можливостей. Якщо говорити про довоєнні видання такого характеру в інших країнах, то в першу чергу слід назвати книги Ф. Клейна [13] та Р. Куранта, Г. Робінса [10]. Перше, англомовне, видання книги Р. Куранта і Г. Робінса вийшло друком у Нью-Йорку у видавництві Oxford University Press в 1941 р. Цю книгу було перекладено німецькою, італійською, російською мовами. Російськомовне видання з'явилося в 1947 р. Друге, англомовне, видання вийшло друком у вже згадуваному видавництві Oxford University Press в 1979 р., а четверте, німецькомовне, - в 1992 р. у видавництві Springer-Verlag. За своїм задумом книга Р. Куранта і Г. Робінса «Что такое математика? Элементарный очерк идей и методов» досить близька до монографії Д. Ґраве. Як і енциклопедія Д. Ґраве, вона ставить за мету ліквідувати прогалину між шкільною математикою та новітніми досягненнями математики. Книги також порівняно близькі за змістом. А саме, окремі розділи книги Р. Куранта і Г. Робінса присвячено теорії чисел (числовим системам, раціональним, ірраціональним, комплексним, алгебраїчним і трансцендентним числам), алгебрі множин, геометричним задачам на побудову з аналізом основних задач про неможливість побудов включно, проективній та неевклідовій геометрії, топології, математичному аналізу. Тією чи іншою мірою все це висвітлюється і в енциклопедії Д. Ґраве.

Різниця в часі між виданням енциклопедії і першим виданням книги Р. Куранта та Г. Робінса становить 30 років. Тому, порівнюючи їх, можна докладно простежити, як змінилась математика впродовж цих років. Те, що в книзі Д. Ґраве подавалося як нове, зібране на основі журнальних публікацій, у книзі Р. Куранта та Г. Робінса подається як огляд усталених теорій, висвітленню яких було присвячено вже не одну монографію. Особливо це стосується топології і теорії множин. Основною ж відмінністю між цими книгами, на наш погляд, є те, що книгу Р. Куранта та Г. Робінса написано значно строгіше. Автори дають повніші доведення, нічого не аналізують побіжно. Всі визначення чіткі, невизначені терміни не використовуються. Взагалі, в ході порівняння цих книг складається враження, що за 30 років вимоги до чіткості викладення матеріалу в таких виданнях змістилися в бік поліпшення.

Після Другої світової війни ідея енциклопедичних видань такого типу, як вищеназвані, якось відходить на другий план. Математика розростається, нові її розділи стають менш доступними, вимагаючи від читачів навіть для поверхового ознайомлення все більше знань. Виходять друком енциклопедичні видання [7]—[9], з'являється 37-томний трактат Н. Бурбакі, в останні два десятиліття енциклопедичний огляд багатьох розділів математики здійснено в серії «Новое в современной математике», яку підготував і видав друком Московський інститут науково-технічної інформації. Паралельно переклади томів цієї серії англійською мовою виходять у видавництві Springer-Verlag.

Видання для школярів стають спрямованішими. Це або поглиблений виклад «шкільного» матеріалу з включенням тих тем елементарної математики, які не ввійшли до шкільної програми, або розгляд проблематики «неелементарної» (не включеної до [8]), але близької до «шкільної», або ж демонстрація того, як на основі цілком елементарних, хоч і не «шкільних» задач можна впритул підійти до вивчення тих чи інших розділів сучасної математики. Коротко охарактеризуємо тут лише два з таких видань, які вважаємо кращими в своїй галузі. Одне з них - «Вибрані питання елементарної математики» [1]. Ця книга тричі перевидавалася (1966 р., 1972 р., 1982 р.), щоразу в дещо доповненому і переробленому вигляді. За задумом авторів, це - посібник для підготовки учнів до вступних іспитів у вищі навчальні заклади. Але задум здійснено настільки кваліфіковано, що книга переростає рамки такого посібника. Прекрасно викладена теорія дійсних чисел, багато методичних новинок реалізовано при висвітленні проблематики, пов'язаної з вивченням функцій, добре продумані підбірки задач, серед яких немає випадкових, вдалі ілюстративні приклади, - все це дає можливість читачу і поглибити свої знання зі школи, і ознайомитись з новим матеріалом, і випробувати свої сили при розв'язуванні цікавих задач, і побачити певні перспективи вивчення математики. Як книга, що повинна допомагати випускникам середніх шкіл визначитись у виборі професії, пов'язаної з вивченням математики, «Вибрані питання елементарної математики» були і досі залишаються унікальним україномовним виданням.

Друге з видань - це книга [3]. Видано її як навчальний посібник для студентів педагогічної спеціалізації механіко-математичного факультету Санкт-Петербурзького університету. В 1999 р. книгу було перевидано англійською мовою видавництвом Springer-Verlag під назвою «Easy as π? An introduction to higher mathematics» (Просто як π? Вступ до вищої математики). На основі цієї книги автор підготував і успішно захистив докторську дисертацію. Побудована книга таким чином: кожна глава починається з обговорення розв'язку певної елементарної задачі (звичайно, далеко не тривіальної). Далі показано, яка саме «висока» математика захована за цією задачею, причому викладено це на рівні, зрозумілому добре підготовленим школярам. Майстерність автора полягає не лише у вдалому виборі тем, а й у такому способі подання матеріалу, що передбачає кілька рівнів його розуміння як школярами, так і математиками-професіоналами.

**5.2.** Основною суспільною функцією математики завжди вважалося вироблення обчислювальної спроможності суспільства. Це усправедливлювало не лише її існування, а й, до певної міри, її неприступність. Нині поширення комп'ютерів і різноманітної обчислювальної техніки звільнило математику від цього обов'язку. А тому певні верстви сучасного суспільства просто відкидають математику, як щось непотрібне, а інші ставлять питання, яка математика потрібна і чи слід її розвивати взагалі. Давати відповідь на такі питання, обґрунтовувати необхідність розвивати математику далі представникам математичних професій нелегко, адже обстоювати це потрібно перед членами суспільства, багато з яких трактують навчання математиці як певний різновид садизму, а фразу «я мав з математики самі лише двійки» вимовляють навіть з деякою гордістю. Саме ця частина суспільства є сприятливим середовищем для різноманітних експериментів, спрямованих на скорочення вивчення математики, і саме в угоду їй чиновники від освіти проводять реформи, внаслідок яких випускники середніх шкіл, складаючи екзамени на атестат зрілості, можуть вибирати між математикою і домоводством.

Але давати відповіді потрібно, бо насправді математика в сучасному суспільстві використовується все більше й більше. Проте фактом є те, що використання математики для потреб сучасного суспільства стало менш зрозумілим і менш помітним пересічній людині. А тому просто необхідні різні форми діяльності, спрямовані на підвищення рівня поінформованості громадян про справжню роль математики в сучасному світі. Серед такої діяльності видання науково-популярного характеру, які висвітлювали б сучасні досягнення математики, досягнення вітчизняних математиків, факти застосування математики в різних галузях людської діяльності, повинні займати одне з першорядних місць. Звичайно, створити енциклопедичне видання, подібне до книги Д. Ґраве, яке б давало більш-менш повне уявлення про сучасну математику, просто неможливо. Але книги, які б у зрозумілий непрофесіоналам спосіб презентували ті чи інші гілки сучасної математики, описували її застосування, характеризували б результати таких застосувань, потрібно створювати. Без жодного перебільшення Енциклопедія Д. Ґраве може слугувати зразком для написання таких книг.


1. *Вишенський В. А.., Дороговцев А. Я., Єжов І. І., Скороход А.В., Ядренко М. Й.* Вибрані питання елементарної математики. Посібник для вступників до вузів за ред. А. В. Скорохода.- К.: Радянська школа, 1966; 2-ге вид.- К.: Вища школа, 1972; 3-те вид.- К.: Вища школа, 1982.
2. *Димитрій Граве.* Энциклопедія математики. Очеркъ ея современнаго положенія.- К.: Изд. Книжнаго Магазина Н. Я. Оглоблина. 1912.-601 с.
3. *Иванов О. А.* Избранные главы элементарной математики. Учеб. пособие.- СПб.; Изд-во С.-Петербургского университета, 1995.
4. *Клейн Ф.* Элементарная математика с точки зрения высшей: В 2-х т. Т. 1: Арифметика. Алгебра. Анализ (пер. с нем. под ред. В. Г. Болтянского); 4-е изд.- М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987; Т. 2; Геометрия (пер. с нем. под ред. В. Г. Болтянского); 2-е изд.- М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987.
5. *Курант Р., Роббинс Г.* Что такое математика. Элементарный очерк идей и методов (пер.с англ. под ред. В. Л. Гончарова). - М.; Л.: ОГИЗ, Гос. изд. тех.-теор. лит., 1947; 2-е изд.- М.: Просвещение, 1967; 3-е изд.- М.: МЦНМО, 2001.
6. *Урбанский В. М.* Дмитрий Граве и время.-К.: Наукова думка, 1998.
7. Математическая энциклопедия. Т. 1: А-Г.- М.: Советская энциклопедия, 1977; Т. 2: Д-Коо. - М.: Советская энциклопедия, 1979; Т. 3: Коо-Од- М.: Советская энциклопедия, 1982; Т. 4: Ок-Сло.- М.: Советская энциклопедия, 1984; Т. 5: Слу-Я.-М.: Советская энциклопедия, 1985.
8. Энциклопедия элементарной математики. Книга первая; Арифметика.- М.: Гостехиздат, 1951; Книга вторая: Алгебра.- М.: Гостехиздат, 1951; Книга третья: Функции и пределы (основы анализа).- М.: Гостехиздат, 1952; Книга четвертая: Геометрия.- М.: Физматгиз, 1963; Книга пятая: Геометрия.- М.: Наука, 1966.
9. Энциклопедический словарь юного математика.- М.: Педагогика, 1985.
10. *Courant R.., Robbins H.* What is Mathematics? En Elementary Approach to Ideas and Methods.- Oxford University Press, Inc., 1941 (renewed by Courant R. 1969, as paperback 1978). Second edition revised by Stewart I., Oxford University Press, Inc., 1996.
11. *Courant R., Robbins H.* Was ist Mathematik? - Springer-Verlag, Berlin, Heildelberg, 1967. Springer-Verlag, Berlin, Heildelberg, 1973. Springer-Verlag, Berlin, Heildelberg, 1992. Springer Berlin, Herausgabe, 2001.
12. *Courant R., Robbins H.* Che cos'è la matematica? - Boringhieri, Torino, 1971. Sesta impressione Boringhieri, Torino, 1985, Boringhieri, Milano, 2000.
13. *Klein F.* Elementary Mathematics From a Higher Perspective I, II, III.-Springer-Verlag, 1924, 1925, 1928.
14. *Wiles A.* Modular elliptic curves and Fermat's last theorem // Ann. of Math.- V. 141 (1995).-No. 3.- P. 443-551.


*V. Sushchanskii, O. Bezushchak, O. Ryabukho*

## THE FIRST MATHEMATICAL POPULAR SCIENTIFIC ENCYCLOPAEDIC EDITION

*One of the first mathematical popular scientific encyclopaedic edition, the monograph "Encyclopaedia of Mathematics" by Dmytro Grave, professor of Kyiv St. Vladimir University, is analysed. We also perform the comparison of this monograph with similar encyclopaedias which were issued later.*