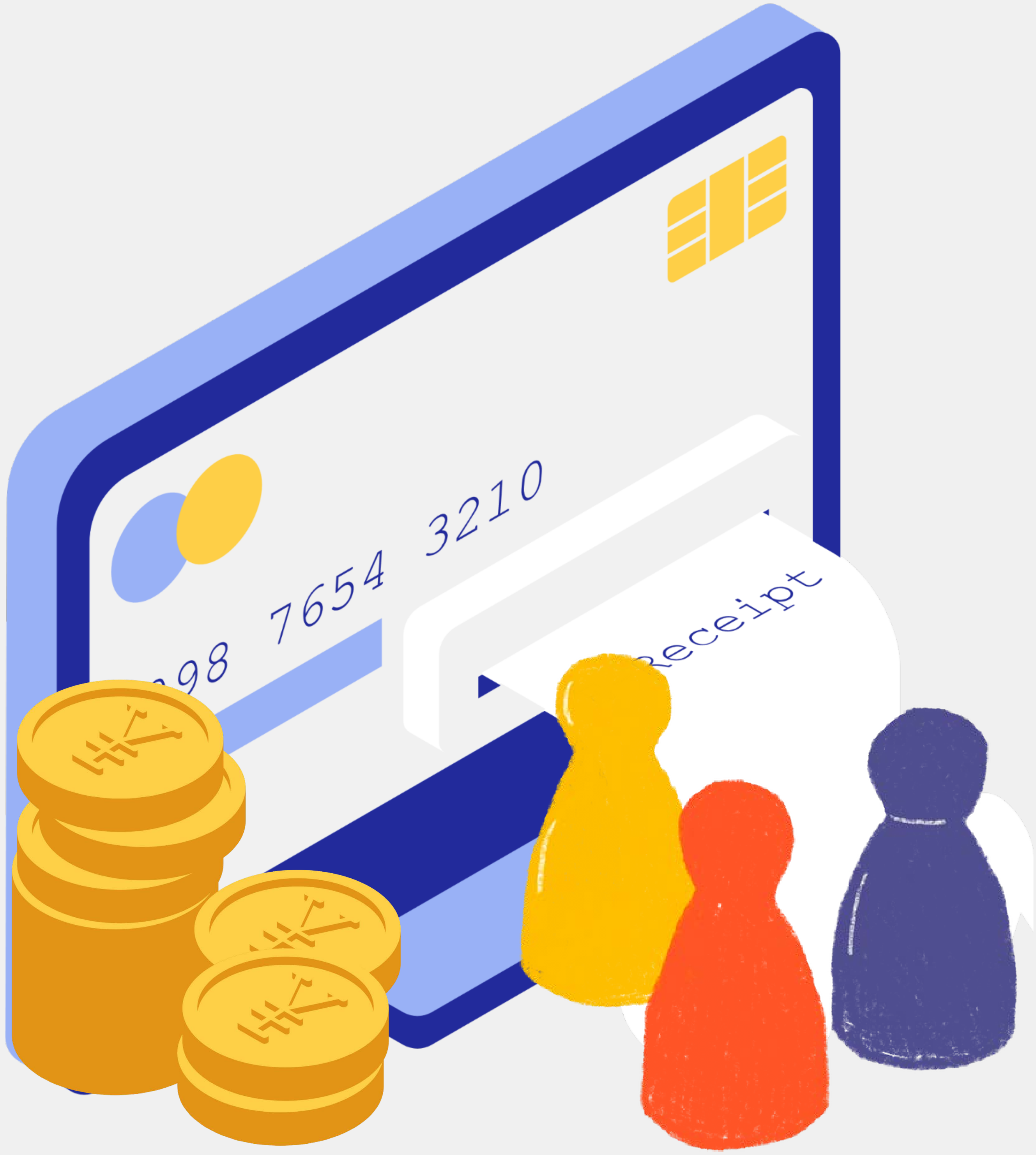
Сечкар Уляна Сергіївна ПМ-4

Рівновага Неша в ст охаст ичних коаліційних іграх накопичення ресурсу



Науковий керівник: Чорней Руслан
Кост янт инович

Постановка задачі

Модель гри для степеневої функції корисності

1) m – к-ть гравців у грі ($m \geqslant 2$, $m \in N$).

2) T – кількість всіх етапів гри.

3) Стан гри st, $t \in T$, $S = [0; +\infty)$.

4) $A(st) = [0; st]$, $st \in S$.

5) $u : S \to [0; +\infty)$, u(x)=cx^a

де $c \in (0; +\infty)$, $\alpha \in (0; 1)$.

6) s_t+1 = M(s_t, a_t, ε_t)

7) B ∈ (0, 1), для якого виконується βE[ε^α]<1

8) Загальний виграш гравця $i \in \{1, \dots, m\}$:

$$\sum_{t \in T} \beta^{t-1} u(a_{ti}),$$

Пост ановка задачі

Модель гри для логарифмічної функціїі корисност і

1) n – к-т ь гравців у грі (m $\geqslant 2$, m ∈ N).

2) T – кількіст ь всіх ет апів гри.

3) Ст ан гри x, X = [0; 1].

4) u(c) = ln(c)

5) Закон переходу між ст анами X

$$X_{t+1} = \left(X_t - \sum_{i=1}^{n} c_{ti}\right)^{\alpha}$$

6) Термінований виграш ln(x)/ n

7) Β ∈ (0, 1), для якого виконуєт ься βE[ε^α] < 1

8) Загальний виграш гравця i ∈ {1, …, n}:

$$\Pi_i(c) = \sum_{t=1}^{T} \beta^{t-1} \ln\bigl(c_i(t)\bigr) + \beta^{T} \ln\left(\frac{X(T+1)}{n}\right)$$

Задача для u(x)=cx^a

$$\sum_{i\in C_k}\gamma_i(\pi)(s) = m_k E_s^{\pi}\left[\sum_{t=1}^{\infty}\beta^{t-1}u\left(\frac{1}{m_k}\sum_{j\in C_k}X_{tj}\right)\right]$$
$$= E_s^{\pi}\left[\sum_{t=1}^{\infty}\beta^{t-1}{m_k}^{1-\alpha}c\left(\sum_{j\in C_k}X_{tj}\right)^{\alpha}\right] \quad (2.1)$$

Задача для u(c) = ln(c)

$$V(T+1,x) = n\ln\left(\frac{x}{n}\right) \quad (3.0)$$

$$V(t,x) = \sup_{c_1,\dots,c_n\in[0,\frac{x}{n}]}\sum_{i=1}^{n}\ln c_i + \beta V\left(t+1,\left(x-\sum_{i=1}^{n}c_i\right)^{\alpha}\right) \quad (3.1)$$

$$V_i(T+1,x) = \ln\left(\frac{x}{n}\right) (4.0)$$

$$V_i(t,x) = \sup_{c_i\in[0,\frac{x}{n}]}\ln c_i + \beta V_i\left(t+1,\left(x-c_i-o(t,x)\right)^{\alpha}\right) (4.1)$$

Завдання дипломної робот и

- Реалізація алгорит му максимізації прибут ку для моделей ст охаст ичної гри з різними функціями корисност і як окремими гравцями, т ак і коаліціями в ст ані рівноваги між всіма агент ами для з використ анням мет одів динамічного програмування т а рекурсії.

Алгорит м для функцій корисност і

$$u(x) = cx^{\alpha},$$

- Задання парамет рів гри, кількост і агент ів т а часового прост ору
- Мет оди для пошуку виграшів для одноосібної дії в ст ані рівноваги Неша т а в соціально-опт имальних ст рат егіях
- Мет оди для знаходження виграшів для різних розбит т ів на коаліції т а визначення опт имального розбит т я

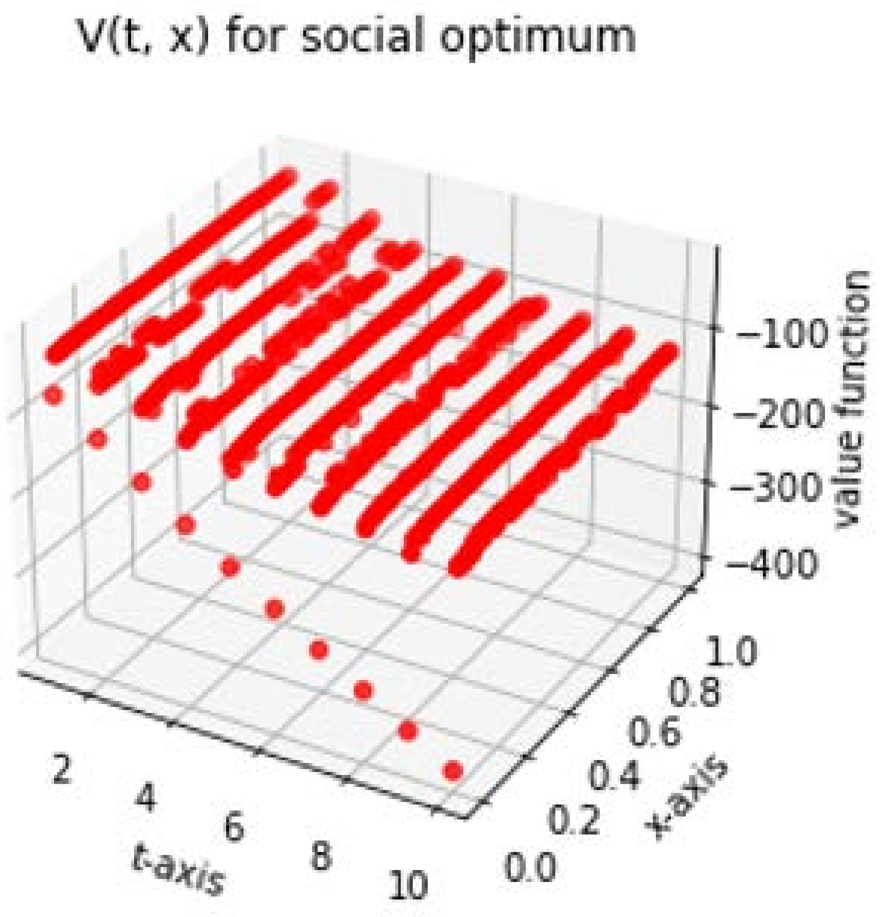
Алгорит м для функцій корисност і

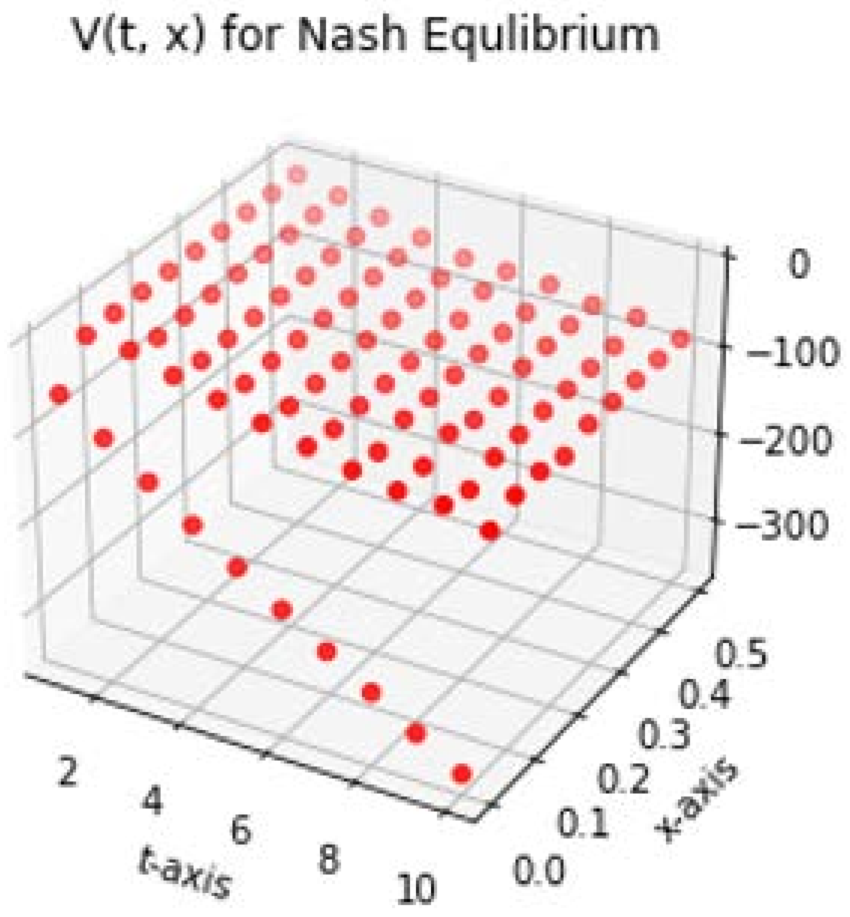
$$u(c_i) = ln(c_i)$$

- Задання парамет рів гри, кількост і агент ів т а часового прост ору
- Мет оди для знаходження значень попередніх виграшів гравців на часовому прост орі у різних ст анах для рівноваги Неша т а в соціально-опт имальних ст рат егіях
- Візуалізація результ ат ів мет одами Python на графіку

Приклад графічної візуалізації

Кількіст ь гравців n = 2, α = 0.6, β = 1/1.02, часовий відлік - T = 10,
x_0=0.025 x* - початковий ст ан. x* = ⟦(αβ)⟧^(α/(1-α)).
Для задачі з наст упними вхідними даними от римаємо:





Висновок

Реалізовано алгоритм для моделювання економіних ситуацій з проблемою розподілення та максимізації ресурсу для всіх учасників гри.

Дякую за увагу!