

Презентація

на тему

Задача комівояжера як задача бінарного ЛП



Створення та історія задачі комівояжера

У 1930 році Вільям Гамільтон сформулював “задачу комівояжера”.

Пізніше у 1950-ті та 1960-ті роки задача привернула сильну увагу вчених в Європі та Сполучених Штатах, а саме Карла Менгера, Річарда Карпа, Мартіна Грьотчела , Манфреда Падберга та Гіованні Рінальдї та інших.

Пізніше у 1990-ті Герхард Райнелът створив TSPLIB - бібліотеку стандартизованих задач комівояжера, розроблених різними дослідниками.

Постанова задачі комівояжера(TSP)

У 1930 році Гамільтон сформулював задачу так - “Ми називаємо проблемою гінця (оскільки це питання виникає в кожного листоноші, зокрема, її вирішують багато мандрівників) завдання віднайти найкоротший шлях між скінченною множиною місць, відстань між якими відома.”

Постанова задачі у вигляді задачі бінарного ЛП звучить так :

Ми маємо знайти гамільтонів цикл - цикл, який проходить через усі вершини графу рівно один раз.

Маршрут можна представити у вигляді циклу який має пройти по усім вершинам графу, якщо ми переходимо з вершини i до вершини j то $X_{ij} = 1$, в протилежному випадку $X_{ij} = 0$.

А довжину усього маршруту можна подати у вигляді суми всіх елементів з відповідними коеф

$$L(R) = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n D_{ij} x_{ij} \rightarrow \min, i = (1, n), j = (1, n) \quad i \neq j$$

Основи поняття

Гамільтонів цикл - цикл, який проходить через усі вершини графу рівно один раз.

Лінійне програмування - наука про методи дослідження та відшукування екстремальних (найбільших і найменших) значень лінійної функції, на невідомі якої накладено обмеження. Ця лінійна функція називається цільовою, а обмеження, які математично записуються у вигляді рівнянь або нерівностей, називаються системою обмежень даної функції.

Мурашині алгоритми - це сімейство наближених алгоритмів для вирішення різних складних оптимізаційних задач. Таких як задача комівояжера, задача розфарбування графу та інші NP-повних задач пошуку маршруту на графі.

Рішення задачі комівояжера мурашиним алгоритмом

Уперше алгоритм мурашиної колонії для вирішення задачі комівояжера запропонував італійський вчений Марко Доріго у 1992 році.

Алгоритм можна сформулювати наступним чином : Нехай ми маємо деякий граф, в який ми запускаємо мурах для пошуку мінімального або приблизного до мінімального маршруту. За деякий час за рахунок випадкових флустрацій більш короткі шляхи отримують перевагу за рахунок швидшого посилення феромонів на них, що приводить к більшому пріоритеті даного шляху для мурах.

Алгоритм рішення задачі комівояжера

Покладемо, що в нашому виході значення феромонів - 1, а початок шляху - 0. Кожний раз коли мураха проходить з однієї вершини в іншу вона буде брати значення феромона в цій вершині - P_0 і значення феромона в наступній вершині M з деяким коефіцієнтом згасання $C \in (0,1)$. Далі є два варіанти прокладання феромонів даною мурахою. Перший - беремо максимальне значення з даної і наступної з коефіцієнтом C , $\text{Max}(P_0, M \times C)$. Другий підхід - це взяти середнє значення між P_0 і M з деякою константою згасання $C \times M + (1 - C) \times P_0$.

Модифікації на алгоритм мурашиної колонії

Також простота класичного мурашиного алгоритму запропонованого Марком Доріго в 1992 році дає можливість на модифікації алгоритму, чим і зайнялися Марко Доріго та деякі спеціалісти, які займалися проблемами комбінаторної оптимізації.

Найпоширеніші модифікації на мурашиний алгоритм :

- **ASelite(Elitist AS)**
- **MAX-MIN AS**
- **Ant-Q**
- **ASrank**
- **Ant Colony System**

ASelite(Elitish AS)

У 1996 році М. Доріго, В. Манієзо, А. Колорні описав алгоритм “елітних мурах”. Для модифікації і пришвидшення роботи алгоритму в “Елітній мурашиній системі” іноді вводять елітних мурах. Елітна мураха обирає найкращий маршрут знайдений з початку роботи алгоритму і посилює його феромонами. Тобто, суть стратегії полягає в штучному покращенні деяких шляхів.

MAX-MIN AS

У 1997 Т. Штутцле і Х. Хоос описали новий алгоритм мурашиної колонії. Даний алгоритм модифікований тим, що феромони зберігаються тільки на найкращих пройдених шляхах. Для уникнення тупикових субоптимальних рішень задачі використовується обмеження на максимальне і мінімальне значення феромонів на ребрах графу.

На етапі початку - всі ребра мають максимальне значення феромонів. З кожною ітерацією феромонний слід залишає лише мураха яка пройшла по найкращому маршруту. Іноді використовують елітних мурах для розповсюдження феромонів. Метод дозволяє провести більш ретельне дослідження області задачі і за меншу кількість кроків.

Ant-Q

У 1995 році М. Доріго, Л. Гамбарделла описали алгоритму Ant-Q. Алгоритм названий в честь аналогії з методом Q-навчання у машинному навчанні. В Q-навчання також використовуються агенти для навчання системи, і в алгоритмі Ant-Q використовується система навчання з агентним підходом до вирішення задачі.

Алгоритм зберігає деяку Q-таблицю, яка зберігає величину корисності кожного переходу і ця таблиця змінюється з кожною ітерацією за відстанню шляхів в які було включено дане ребро.

ASrank

У 1997 році Б. Булнхаймер, Р. Хартл та К. Штраус запропонували рангову модифікацію для мурашиного алгоритму. В ранговому методі мурашиної колонії феромони розподіляються відповідно до довжини пройденого шляху. Кожна мураха записується в таблицю, відповідно до довжини пройденого шляху і отримує відповідну кількість феромонів, яку вона відкладає на своєму шляху.

Для ретельного дослідження оптимальних шляхів використовують елітних мурах.

Ant Colony System

У 1997 році М. Доріго та Л. Гамбарделла запропонували модифікацію для мурашиного алгоритму. Даний алгоритм більш схожий до реального середовища, в ньому мурахи залишають феромони не після завершення ітерації, а при кожному кроці. Після кінця ітерації рівень феромонів на найкоротших шляхах збільшується, а на інших - зменшується. Також в алгоритмі змінена логіка пошуку шляху у мурахи - або вона обирає найкращий з деякою ймовірністю, в протилежному випадку - використовує стандартний алгоритм вибору шляху.

Переваги та недоліки мурашиного алгоритму

Переваги :

1. Для TSP(задачі комівояжера) ефективний за часом виконання метод.
2. Для великої кількості вершин експоненційний час збіжності до оптимального шляху.
3. Спирається на пам'ять попередників.

Недоліки :

1. Через випадковий вибір шляху алгоритм не завжди дає вірний результат, також можливі відхилення.
2. Теоретичний аналіз алгоритму ускладнений через випадковість пошуку шляху.
3. Алгоритм сильно залежить від обраних параметрів.
 - Параметри обираються експериментальним шляхом.

Рішення задачі комівояжера мурашиним алгоритмом

Алгоритм рішення задачі комівояжера виглядає наступним чином :

1. Підбір параметрів для алгоритму, а саме коефіцієнти важливості феромонів і довжини ребер, кількість феромонів на мураку та коефіцієнт випаровування феромонів з часом.
2. Обрахування ймовірності переходу мурахи у кожну вершину з'єднану з даною.
3. Обрахування границі секторів переходу.
4. Перехід у наступний стан з додаванням вершини у “список заборон”.
5. Якщо ще залишилися вершини то повернення до 2 пункту, в протилежному випадку перехід до наступного.
6. Оновлення таблиці феромонів.
7. Перехід до наступної ітерації - 2 пункт.