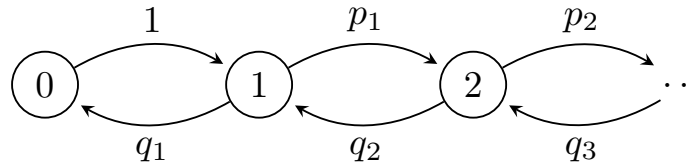


НЕОБХІДНА ТА ДОСТАТНЯ УМОВА ВИБУХУ ДЛЯ НАПІВМАРКОВСЬКИХ БЛУКАНЬ НАРОДЖЕННЯ ТА ЗАГИБЕЛІ

А.Ю. ПИЛИПЕНКО, В.В. ТКАЧЕНКО

Нехай $(X_n)_{n \in \mathbb{N}_0}$ — це марковський ланцюг народження та загибелі на фазовому просторі $E = \{0, 1, 2, \dots\}$ з такими перехідними імовірностями: $p_i = p_{i,i+1} > 0$, $q_i = p_{i,i-1} > 0$, $p_0 = 1$, $p_i + q_i = 1$, $i \geq 1$.



Визначимо *напівмарковський процес* $(X(t))_{t \geq 0}$ із вкладеним ланцюгом Маркова $(X_n)_{n \in \mathbb{N}_0}$ наступним чином. Нехай $\{\tau_n^i\}_{n \geq 0}$, $i \in E$ — це сукупність послідовностей додатніх н.о.р.в.в. Визначимо випадкові моменти стрибків рекурентним чином: $T_0 = 0$, $T_{n+1} = T_n + \tau_n^{X_n}$, $n \geq 0$, та покладемо $X(t) = X_n$ при $t \in [T_n, T_{n+1})$, $n \geq 0$.

Позначимо $\sigma_L = \inf\{t \geq 0 \mid X(t) = L\}$ момент досягнення рівня L . Назвемо $\sigma = \lim_{L \rightarrow \infty} \sigma_L$ *моментом вибуху* процесу X . Позначимо $\varphi_i(\lambda) = \mathbb{E}e^{-\lambda \tau_n^i}$ перетворення Лапласа часу, який X проводить у стані i до стрибка.

Теорема 1. *Мають місце наступні еквівалентності:*

$$(1) \mathbb{P}\{\sigma < \infty\} = 1 \iff \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{i=0}^m (1 - \varphi_i(\lambda)) \frac{q_{i+1} \dots q_m}{p_i \dots p_m} < \infty;$$

$$(2) \mathbb{P}\{\sigma = \infty\} = 1 \iff \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{i=0}^m (1 - \varphi_i(\lambda)) \frac{q_{i+1} \dots q_m}{p_i \dots p_m} = \infty.$$

Приклад 1. *Випадок марковського процесу, тобто коли $\tau_n^i \sim \text{Exp}(a_i)$, було досліджено у роботі [1]. Там умовою для скінченності моменту σ є збіжність ряду $\sum_{m=0}^{\infty} \sum_{i=0}^m \frac{1}{a_i} \frac{q_{i+1} \dots q_m}{p_i \dots p_m}$, що рівносильно умові (1). У випадку*

$p_i = p > \frac{1}{2}$ ця умова спрощується до збіжності ряду $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{a_k}$.

ЛІТЕРАТУРА

[1] Dynkin E. B., Yushkevich A. A., *Markov processes*, Plenum Press, 1969.

ІНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ НАН УКРАЇНИ, КИЇВ, УКРАЇНА
Email address: pilipenko.ay@gmail.com

ІНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ НАН УКРАЇНИ, КИЇВ, УКРАЇНА
Email address: v.tkachenko@gmail.com