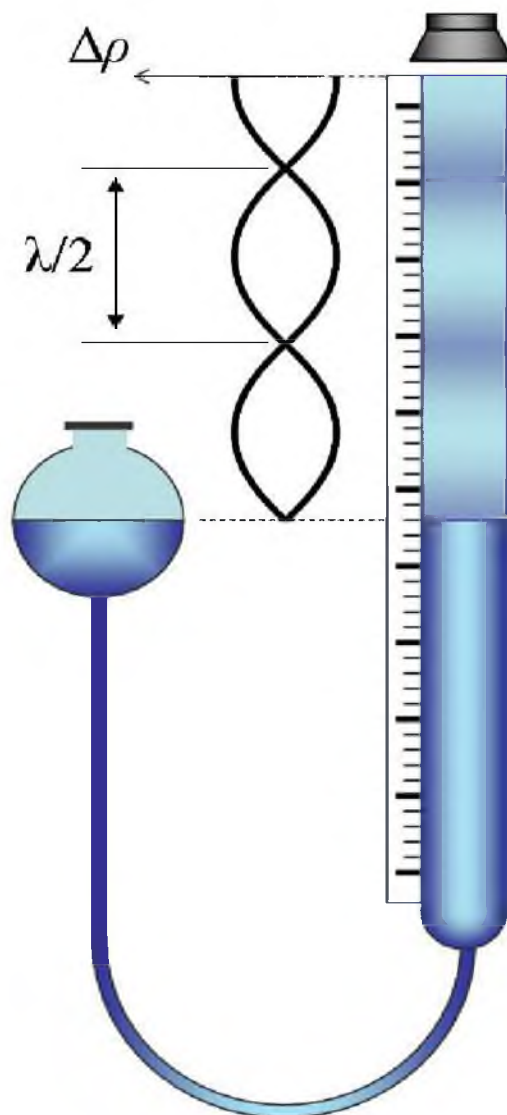


А.К.Дорош, Р.М.Мельник

ХВИЛІ У ПРУЖНОМУ СЕРЕДОВИЩІ. ГАЗ

- пружність газового середовища, звук
- пружні характеристики повітря
- визначення фізико-хімічних параметрів газового середовища за швидкістю звуку



Звук у пружному середовищі

Звукова хвиля

Механічною хвилею називається процес поширення збурення в пружному середовищі. Збурення є відхиленням часток середовища від рівноважного їх положення. Пружні чинники повертають частки в положення стійкої рівноваги. Механічні хвилі називають ще *пружними*.

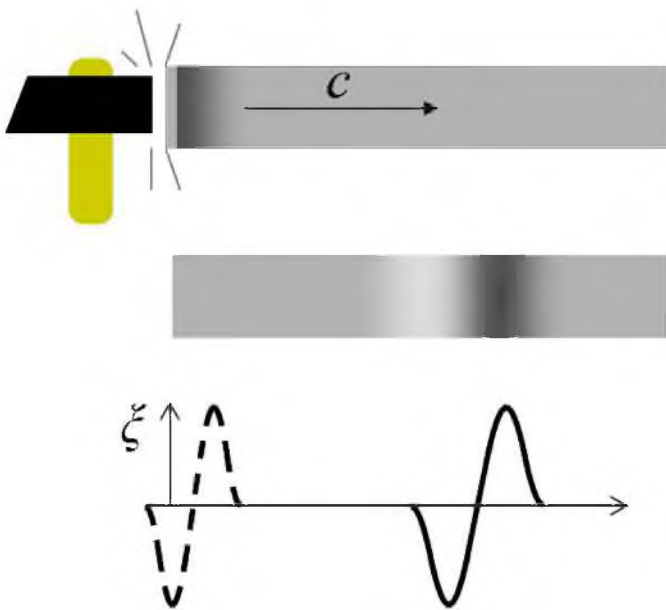


Рис. 9. Деформація торця переноситься вздовж стержня з деякою швидкістю c завдяки пружним властивостям матеріалу. На діаграмі схематично зображено пунктирною лінією амплітуду збурення ξ і суцільною лінією її перенесення.

У твердому тілі атоми мають положення зумовлене зв'язками потенціальної взаємодії між ними. При невеликих відхиленнях атомів від рівноважного положення потенціальні зв'язки діють аналогічно пружинам: збільшення відстані між атомами приводить до виникнення сили притягання, зменшення – до сили відштовхування.

При нанесенні удару молотком по торцю залізного стержня (Рис.9) відбувається стискання речовини, тверде тіло деформується. *Деформація* (лат. *deformatio*) – зміна форми тіла під дією зовнішніх сил. Завдяки пружним

властивостям міжатомних зв'язків деформація переноситься вздовж стержня. Енергія наданого імпульсу рухається по пружних зв'язках: *пружна хвиля* – це явище переносу енергії. При цьому речовина не переноситься, переноситься енергія деформації, міняється координата x пружного відхилення $\xi(t, x)$ від рівноваги часток у часі.

Якщо пружне тіло стискати повільно, то поширення хвилі не буде. Здебільшого хвилі у середовищі мають швидкість сотні, тисячі метрів за секунду! Для поширення хвилі необхідно створити деформацію майже моментально, принаймні швидше за швидкість поширення збурення у середовищі.

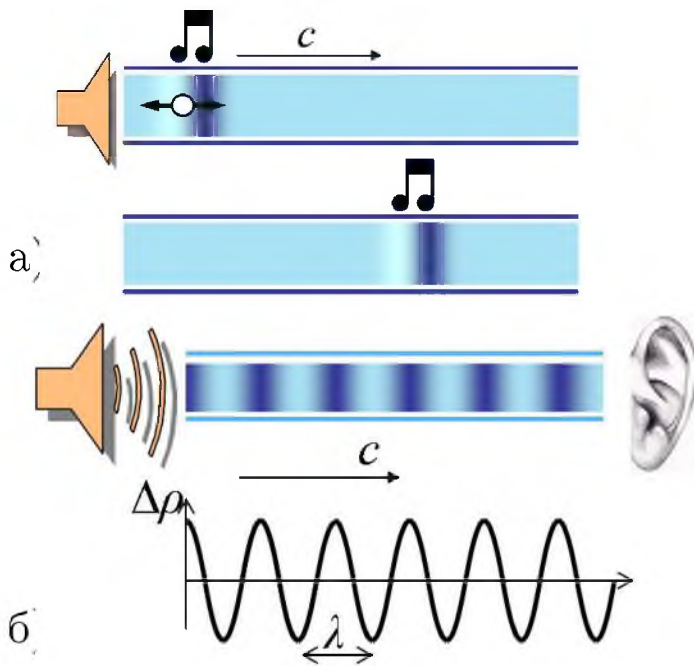


Рис. 10

При поширенні збурення у суцільному середовищі коливання частинок відбуваються вздовж напрямку руху хвилі – поздовжня хвиля. На Рис.10, а білий кружок відображає схематично частку середовища, а стрілками можливі поздовжні зміщення частки при поширенні хвилі. Можна задати окреме збурення, або діяти з певною частотою, викликаючи поширення гармонійної хвилі Рис.10, б. Моделювання збу-

рення поздовжньої гармонійної хвилі показано на Рис.1,б, стр.2. Збудження відбувається нав'язуванням середовищу коливань по функції синус чи косинус у часі. Відбувається переміщення гармонійної зміни фази коливань вздовж пружного середовища через пружні зв'язки.

Гармонійну хвилю, яку здатне сприйняти вухо за частотою і за потужністю коливань, називають *звуковою хвилею* або *звуком*. Частоти, які здатна сприймати людина на слух, знаходяться приблизно в інтервалі від 20 Гц до 20 кГц. Найкраща чутливість в діапазоні від 200 до 5000 Гц. При частоті найвищої чутливості, близько 1000 Гц, вухо розрізняє перепади тиску δP від 10^{-5} Па (порог чутливості) до 100 Па (больовий поріг сприйняття звуку). Нижня і верхня межа сприйняття звуку відрізняються на сім порядків! Атмосферний тиск на три порядки більший больового порогу. При звичайній розмові людини максимальна

амплітуда звукової хвилі $\delta P \approx 0,1 \text{ Па} \ll P_0$. Перепади тиску звукової хвилі на багато порядків менші від атмосферного тиску. Великі перепади тиску у середовищах приводять до необоротних, нелінійних процесів руйнування матеріалу, кавітації тощо.

Коефіцієнт пружності повітря

Необхідна умова існування механічної хвилі – пружні властивості середовища – його здатність повертатися у стан механічної рівноваги.

У твердих тілах стискання приводить до збільшення сил міжатомного відштовхування в порівнянні із силами притягання. У рідинах відбуваються пружні стискання проти того розташування молекул, яке зумовлене міжмолекулярними взаємодіями.

Між молекулами газу потенціальні взаємодії нехтовно малі, нема чинників для пружних міжмолекулярних взаємодій. Проте, при вимушених локальних збуреннях із зміною густини чи тиску, відбувається швидке вирівнювання концентрації за рахунок хаотичного теплового руху молекул (з швидкістю сотні метрів за секунду), що зумовлює пружні властивості газового

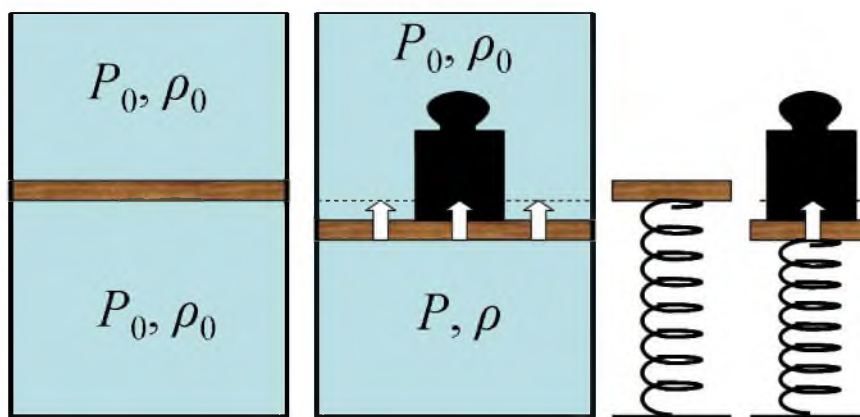


Рис. 11. Стиснутий газ має густину і тиск більші ніж газ зовні, $P > P_0$, $\rho > \rho_0$. Якщо забрати навантаження, то газ відновлює стан до початкового стану без зовнішнього навантаження. Газ має поведінку у стисливості і пружності властиві пружині.

середовища, поширення звуку в газах, у повітрі.

Якщо частину газу відділити у циліндрі легким рухомим поршнем (Рис.11) від навколишнього середовища, то він буде мати такі ж густину ρ_0 і тиск P_0 , як і зовні. При навантаженні поршня газ стискається аналогічно пружині і повертається в попередній стан, якщо забрати навантаження. Зміну об'єму тіла під дією зовнішньої сили називають *стисливістю*; властивість тіла змінювати форму під дією зовнішніх сил і самочинно відновлювати її при припиненні навантаження називають *пружністю*. Стисливість, пружність у газах проявляються подібно до рідин і твердих тіл, але мають відмінні чинники їх вияву. Гази мають істотно нижчі за рідини і тверді тіла характерні показники стисливості і пружності.

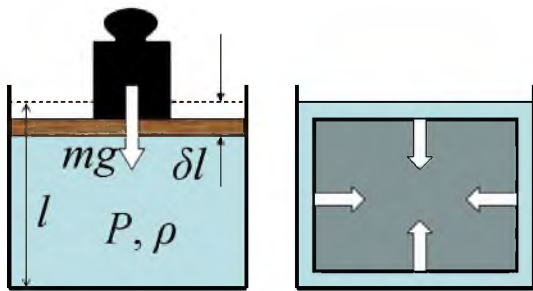


Рис. 12

По закону Паскаля у рідинах і газах тиск у всьому об'ємі передається однаково. Надлишковий тиск $\delta P = \frac{mg}{S}$ (Рис.12) створюваний з одної сторони від виділеного об'єму аналогічний всесторонньому стискуванню. Від-

бувається зменшення об'єму $\frac{\delta l}{l} = \frac{\delta V}{V} = \frac{-\delta \rho}{\rho}$. Остання рівність впливає з того, що для однакової маси (кількості) газу $m_T = \rho V$, $d\rho V + dV \rho = 0$.

Для характеристики здатності речовини змінювати відносний об'єм $-\frac{\delta V}{V}$ під дією надлишкового тиску δP застосовують параметр названий *об'ємним коефіцієнтом пружності* або *коефіцієнтом всесторонньої стисливості*²

$$\beta = -\frac{1}{V} \frac{\delta V}{\delta P}. \quad (13')$$

Знак мінус вибраний через те, що об'єм зменшується при сти-

²Рідше використовують параметр $K = \beta^{-1}$, його називають *модулем об'ємної пружності* або *модулем всесторонньої стисливості*.

сканні. Для середовищ доцільніше застосовувати зміну відносної густини у параметрі стисливості

$$\beta = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dP}. \quad (13)$$

Звукові частоти становлять сотні, тисячі герц, тобто відбуваються зміни густини повітря швидко, адіабатно. Термодинамічне рівняння адіабатичного процесу для розрідженого газу, його ще називають *рівнянням Пуасона*,

$$P \rho^{-\gamma} = \text{const}. \quad (14)$$

γ – показник адіабати – відношення теплоємності ізобаричної до ізохоричної. Для повітря за нормальних умов $\gamma \approx 1,4$. Для довільного розрідженого газу $\frac{8}{6} \leq \gamma \leq \frac{5}{3}$. При зміні вологості, зміні хімічного складу повітря, для різних сумішей газів показник γ визначається експериментально. Одним з експериментальних методів знаходження значення γ , важливого технічного параметра стану середовища, вимірювання швидкості звуку.

Диференціювання виразу (14) $dP \rho^{-\gamma} - P \rho^{-\gamma-1} d\rho = 0$ дає

$$\frac{dP}{P} = \gamma \frac{d\rho}{\rho} \quad (15)$$

– приріст тиску приводить до пропорційного приросту густини з коефіцієнтом пропорційності рівним показнику адіабати. У такому разі коефіцієнт стисливості (13)

$$\beta = \frac{1}{\gamma P}. \quad (16)$$

Швидкість звуку у повітрі

Повітря є доволі розрідженим газом, до якого застосовні модель ідеального газу і відповідні термодинамічні закони, закони молекулярної фізики. За рівнянням Менделєєва-Клапейрона, тиск повітря

$$P = \frac{R}{M} \rho T, \quad (17)$$

залежить від значення термодинамічної температури T , густини $\rho = \frac{dm}{dV}$. Молярна маса повітря $M = m_0 N_A$, N_A – число Авогадро, m_0 – маса молекули³. $R = k_B N_A$ – універсальна газова стала. k_B – стала Больцмана, коефіцієнт між значенням кінетичної енергії часточки (молекули) одного ступеня вільності і температурою. Згідно розподілу Максвелла молекул по швидкостях енергія руху часточки газу вздовж одного напрямку у просторі усереднена по великій кількості часточок пропорційна абсолютній температурі з коефіцієнтом пропорційності $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23}$ Дж \cdot К⁻¹,

$$\frac{1}{2} m_0 \overline{v_x^2} = \frac{1}{2} k_B T. \quad (18)$$

Для моля газу

$$\frac{1}{2} M \overline{v_x^2} = \frac{1}{2} R T. \quad (19)$$

Підстановкою (19) у (17) $P = \rho \overline{v_x^2}$. З врахуванням середньої швидкості молекули газу $\overline{v^2} = \overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2}$,

$$P = \frac{1}{3} \rho \overline{v^2}. \quad (20)$$

Тиск газу зумовлений швидкістю руху часточок газу. Можна припустити, що вирівнювання перепадів тиску, пружні властивості газів, поширення звуку також зумовлені швидкістю хаотичного руху часточок газу.

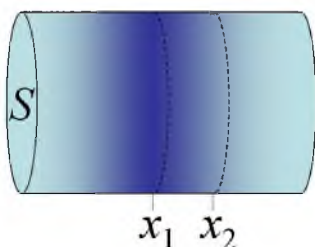


Рис. 13

У випадку одномірного поширення звуку у середовищі з тиском P вздовж осі Ox виникають перепади тиску $\delta P = P(x_2) - P(x_1)$ і густини $\rho(x_2) - \rho(x_1)$ між двома площинами з близькими координатами x_1 та x_2 . Координати будемо вважати настільки близькими, щоб відстань $\delta x = x_2 - x_1$ була меншою довжини вільного пробігу молекул газу. Відповідно другому закону Ньютона сила тиску $P S = \frac{d}{dt} m c = S \rho \frac{dx}{dt} c = S \rho c^2$. Переміщення кількості часток газу в сторону меншої густини буде більшим

³ m_0 – приведена маса молекули повітря, що є сумішшю різних газів, в основному кисню і азоту.

за переміщення часток в протилежну сторону через їх переважаючу кількість (більшу густину газу). Можна припустити, що по своєму фізичному змісту швидкість звуку – це швидкість вирівнювання локальних перепадів тиску і густини. Тоді перепади тисків та густин у перерізах x_1 і x_2 буде співвідноситися $\delta P = \delta \rho c^2$. Квадратична швидкість звуку у газі ⁴

$$c^2 = \frac{\partial P}{\partial \rho}. \quad (21)$$

Квадрат швидкості хвилі рівний відношенню приросту тиску до приросту густини. З врахуванням (15, 20, 13)

$$c^2 = \gamma \frac{P}{\rho}; \quad c^2 = \frac{1}{3} \gamma \overline{v^2}; \quad c^2 = \frac{1}{\beta \rho}. \quad (22)$$

Для рідин і газів, які не можна вважати ідеальними, коефіцієнт стисливості може мати складну залежність від фізичних параметрів середовища. Експериментальним визначенням швидкості звуку c , стисливості β знаходяться характеристики середовища, показник адіабати γ , теплоємність речовини. Теплоємність залежить від структурних особливостей міжмолекулярних зв'язків, атомарної будови молекул. По зміні швидкості хвилі, пружних властивостей середовища визначають концентрації розчинів, наявності домішок, здійснюють звукову, ультразвукову діагностику у медичному обстеженні, діагностику геологічних порід, тощо.

⁴Таку саму формулу для для швидкості звуку у розрідженому газі дає використання рівняння Ейлера і рівняння неперервності, а також математичний запис механічних напруг через фізичні параметри пружності у суцільних середовищах з врахуванням умови $\delta P \ll P$. Перепади тиску при гучності розмови людини $\delta P \approx 10^{-6} P$.

Лабораторна робота

Знаходження фізичних параметрів повітря за параметрами стоячої хвилі

Мета роботи :

- визначити параметри стоячої хвилі для звуку однієї частоти у трубі з повітряним стовпом, визначити швидкість звуку;
- знайти фізичні характеристики повітряного середовища, обчислити коефіцієнт стисливості повітря, адіабатичну сталу, кількість ступенів вільності для молекул повітря, молярні ізобаричну та ізохоричну теплоємності, порівняти отримані дані з табличним;
- знайти швидкість звуку у повітрі за теоретичними формулами, порівняти з експериментальними.

Опис приладу

Генератор частот ГЗ-34 задає звукові частоти коливання мембрани телефонного динаміка. Частота звуку і потужність (гучність звуку) виставляється на панелі генератора.

Динамік закріплений таким чином, щоб хвилю направити у трубу. Між динаміком і краєм отвору труби є щілина. До вуха доходять обидві хвилі: одна на пряму через щілину від динаміка; інша рухається по трубі, відбивається від поверхні води і через щілину також досягає вуха. У трубі утвориться стояча хвиля із протилежно направлених біжучих хвиль падаючої на водну поверхню і відбитої від неї. В залежності від того, буде навпроти щілини пучність чи вузол, звук відбитий від поверхні води і звук напряду від динаміка будуть підсилюватись або "гаситись" внаслідок інтерференції.

Скляна прозора труба має знизу патрубков з'єднаний шлангом із колбою-лійкою. Труба і колба частково наповнені водою.

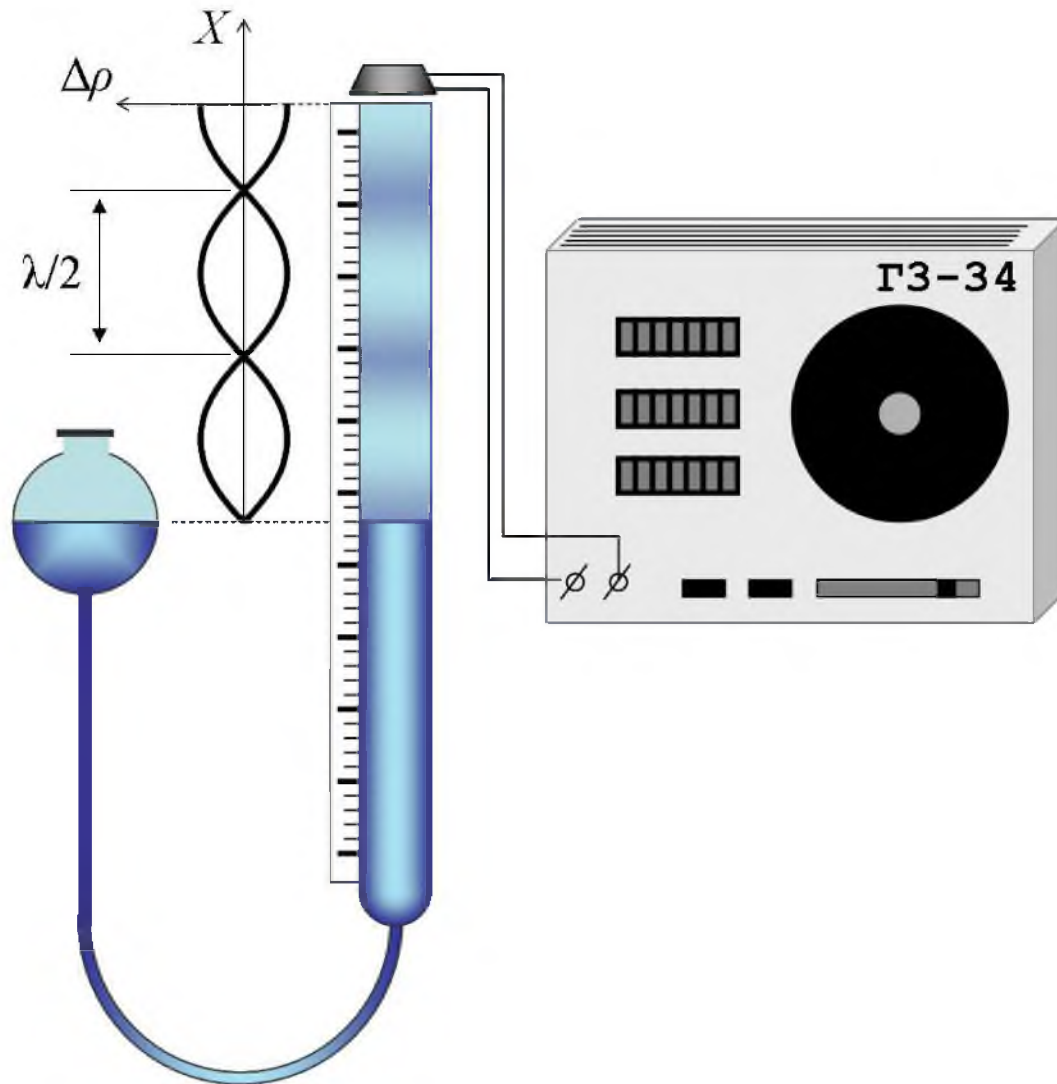


Рис. 14. Прилад для створення стоячої хвилі і вимірювання швидкості біжучої звукової хвилі у повітрі.

Рівень води⁵ у трубці можна змінювати піднімаючи колбу або опускаючи. Координата x рівня знаходиться по шкалі лінійки на трубці. Міняючи висоту повітряного стовпа можна знаходити координату рівня води, коли гучність максимальна (мінімальна). Відстань між двома сусідніми пучностями (між двома вузловими точками) рівна півдовжині хвилі $\frac{\lambda}{2}$.

Частоту коливань мембрани динаміка потрібно підібрати так, щоб в повітряному стовбі вміщалося не менше 2 – 3 півдовжин хвиль. Тобто частота повинна бути не надто низькою. При занадто високих частотах півдовжина хвилі може мати кілька

⁵За законом сполучних посудин висота рідини в колбі і в трубці однакова.

сантиметрів чи навіть міліметрів, що стає співставимим з ціною поділки шкали лінійки. Оптимальні частоти для роботи з трубою метрової довжини становлять 800 – 1600 Гц.

Перебіг роботи

Генератор частот ГЗ-34 повинен включити викладач або лаборант. Приладу потрібен після включення час 10 – 15 хв для встановлення робочого режиму, після чого можна приступати до роботи з ним. Для вимірювання координати пучності потрібно піднімаючи або опускаючи колбу встановити такий рівень води щоб звучання було максимальним. Рекомендація: при переміщенні рівня води в трубі зручніше вимірювати не координату пучності, а координату різкої зміни звучання. Півдовжина хвилі рівна різниці між двома такими координатами з перепадом звуку. Потрібно знайти відповідні координати x_0, x_1, \dots, x_n для n не менше 4. Довжина хвилі

$$\lambda = 2 \frac{|x_n - x_0|}{n}. \quad (23)$$

Систематична похибка визначення кожної координати однакова $\Delta x = \Delta x_0 = \Delta x_n$ тому похибка $\Delta \lambda = \frac{2}{n}(\Delta x_0 + \Delta x_n) = \frac{2}{n} \Delta x$,

1. Виміряйте довжину хвилі λ для 5 – 8 різних частот з інтервалом між частотами не менше 100 Гц. Похибка заданої генератором частоти $\Delta \nu$ не перевищує 2%. Результати знаходження занесіть в Табл.3.

Табл. 3

№	ν , Гц	x_0 , м	x_n , м	n	Δx , м	λ , м	$\Delta \lambda$, м	c , м/с	Δc , м/с
1									
2									
...									

2. За формулою (2) обчисліть швидкість звуку c для кожної частоти ν і похибку непрямого виміру Δc .

3. Побудуйте графік $v(\nu)$ по даних з Табл.3 разом із похибками і горизонтальну лінію швидкості $\langle c \rangle$. Швидкості можна вважати рівними і не залежними від частоти в межах похибки експерименту, якщо значення всіх швидкостей з околами похибок укладаються на лінію $\langle c \rangle$.
4. Значення температури у кімнаті запишіть за показаннями лабораторного термометра, тиску – за шкалою барометра. За формулою (17) обчисліть густину повітря. Молярна маса повітря $M = 0,029$ кг/моль. Обчисліть значення показників адіабати, середню квадратичну швидкість руху молекул, коефіцієнта стисливості повітря (22), точність їх знаходження.
5. Визначте кількість ступенів вільності молекул повітря і його молярні теплоємності при сталому об'ємі C_V і при сталому тиску C_P за формулами $\gamma = \frac{i+2}{i}$, $C_V = \frac{iR}{2}$, $C_P = C_V + R$, R – універсальна газова стала. Порівняйте отримані дані з табличними.

Контрольні запитання

1. Дайте визначення пружної хвилі, гармонійної пружної хвилі.
2. Дайте визначення поперечної і поздовжньої хвилі.
3. Дайте визначення параметрів звукової гармонійної хвилі: частоти, довжини хвилі, періоду, амплітуди, хвильового числа.
4. Що розуміють під звуком?
5. Чи залежить швидкість звуку від потужності звуку, від частоти звуку?
6. Від чого залежить швидкість звуку у повітрі?

7. Що розуміють під інтерференцією хвиль.
8. Дайте визначення стоячої хвилі.
9. Чим відрізняються стояча і біжуча хвилі?
10. Що розуміють під пучностями і вузлами стоячої хвилі?
11. Чи може виникнути звукова хвиля у вакуумі?
12. Як зміниться швидкість звуку, якщо збільшиться температура повітря, збільшиться тиск, збільшиться густина?

Стояча хвиля у струні	1
Гармонійна хвиля	1
Диференційне рівняння хвильового руху	6
Стояча хвиля	8
<i>Лабораторна робота Дослідження власних коливань струни</i>	12
Опис установки ФПВ-04	12
Власні частоти струни	14
Перебіг роботи	16
Контрольні запитання	19
Звук у пружному середовищі	20
Звукова хвиля	20
Коефіцієнт пружності повітря	22
Швидкість звуку у повітрі	24
<i>Лабораторна робота Знаходження фізичних параметрів повітря за параметрами стоячої хвилі</i>	27
Опис приладу	27
Перебіг роботи	29
Контрольні запитання	30