

Міністерство освіти і науки України
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «КИЇВО-МОГИЛЯНСЬКА АКАДЕМІЯ»
Кафедра інформатики факультету інформатики

Переваги та недоліки методу аналізу ієрархій в задачах прийняття рішень.

**Текстова частина до магістерської роботи
за спеціальністю „Інженерія програмного забезпечення” 121**

Керівник магістерської роботи
Доцент, к.т.н. Франчук О.В.

“ ____ ” _____ 2020 р.

Виконав студент Белов М. Л.
“ ____ ” _____ 2020 р.

Міністерство освіти, науки, молоді та спорту України
 Національний університет «Києво-Могилянська академія»
 Факультет інформатики
 Кафедра інформатики
 Магістерська програма «Інженерія програмного забезпечення»

ЗАТВЕРДЖУЮ
 Зав.кафедри інформатики,
 к.ф.-м.н

_____ С. С. Гороховський
 (підпис)

7 листопада 2019 р.

ІНДИВІДУАЛЬНЕ ЗАВДАННЯ на дипломну роботу

студенту 2 року навчання МП «Інженерія програмного забезпечення»
Белову Миколі Леонідовичу

Висновти Переваги та недоліки методу аналізу ієрархій в задачах
прийняття рішень

Зміст ТЧ до магістерської роботи:

Зміст

Перелік прийнятих скорочень

Анотація

Вступ

1. Огляд мультикритеріальних методів прийняття рішень.
 - 1.1 Компенсаторні методи.
 - 1.2 Ранжувальні методи .
2. Дослідження засад та різновидів методу аналізу ієрархій.
 - 2.1 Метод аналізу ієрархій.
 - 2.2 Метод аналізу мережі.
 - 2.3 Нечіткий метод аналізу ієрархій.
3. Розробка системи для прийняття рішень методом аналізу ієрархій.
 - 3.1 Опис розробленої системи.
 - 3.2 Представлення застосування методу аналізу ієрархій з метою обрання пацієнтів з COVID-19 для госпіталізації.
4. Висновлення переваг та недоліків методу аналізу ієрархій експериментальним шляхом.
 - 4.1 Опис та обґрунтування переваг.
 - 4.2 Опис та обґрунтування недоліків.

Висновки

Список літератури

Додатки

Дата видачі „25” жовтня 2019 р. Керівник _____
 (підпис)

Завдання отримав _____
 (підпис)

Тема: Переваги та недоліки методу аналізу ієрархій в задачах прийняття рішень.

Календарний план виконання роботи:

№ п/п	Назва етапу дипломної роботи	Термін виконання етапу	Примітка
1.	Отримання завдання на магістерську роботу	25.11.2019	
2.	Огляд літератури за темою роботи	10.12.2019	
3.	Дослідження методу аналізу ієрархій та його різновидів	20.01.2020	
4.	Описання результатів дослідження, висновлення переваг та недоліків методу	15.02.2020	
5.	Проведення відповідних експериментів	26.02.2020	
6.	Розробка програмної системи для використання методу аналізу ієрархій	03.03.2020	
7.	Розробка способу обрання пацієнтів з COVID-19 для їхньої подальшої госпіталізації методом аналізу ієрархій	21.04.2020	
8.	Написання пояснювальної записки	04.05.2020	
9.	Створення слайдів для доповіді та написання доповіді.	25.05.2020	
10.	Аналіз отриманих результатів з керівником, написання доповіді та попередній захист магістерської роботи.	29.05.2020	
11.	Корегування роботи за результатами попереднього захисту	30.05.2020	
12.	Остаточне оформлення пояснювальної записки та слайдів.	5.06.2020	
13.	Захист магістерської роботи	16.06.2020	

Студент Бслов Микола Леонідович

Керівник к.т.н. Франчук Олег Васильович

“ _____ ” _____

ЗМІСТ

	Стор.
Перелік прийнятих скорочень	5
Анотації	6
ВСТУП	7
РОЗДІЛ 1: Мультикритеріальні методи прийняття рішень	
1.1. Огляд основних мультикритеріальних методів прийняття рішень	10
РОЗДІЛ 2: Засади та різновиди методу аналізу ієрархій	
2.1. Суть та основні положення методу аналізу ієрархій.	16
2.2. Метод аналізу мережі	31
2.3. Нечіткий метод аналізу ієрархій	36
РОЗДІЛ 3: Прикладне застосування методу аналізу ієрархій	
3.1. Розгляд запропонованої системи	40
3.2. Застосування методу аналізу ієрархій для обрання пацієнтів з COVID-19 для госпіталізації	45
РОЗДІЛ 4: Переваги та недоліки методу аналізу ієрархій	
4.1. Переваги методу	50
4.2. Недоліки методу	53
Висновки	62
Список використаної літератури	63
Додаток А. Текст програми для знаходження векторів пріоритетів чотирма способами.	66
Додаток Б. Текст програми для перевірки узгодженості матриць попарних порівнянь	69
Додаток С. Текст програми для виведення глобальних пріоритетів альтернатив.	71

Перелік прийнятих скорочень

ММПР – мультикритеріальні методи прийняття рішень;

МПР – мультикритеріальне прийняття рішень;

MAI – метод аналізу ієрархій;

HMAI – нечіткий метод аналізу ієрархій;

MAM – метод аналізу мережі;

Анотації

ТЕМА: Переваги та недоліки методу аналізу ієрархій в задачах прийняття рішень.

В магістерській роботі досліджено засади та принципи роботи методу аналізу ієрархій, поетапно проаналізовано його алгоритмічну складову, розглянуто різновиди методу, такі як метод аналізу мережі та нечіткий метод аналізу ієрархій. Представлено програмну систему, що уможливорює застосування методу аналізу ієрархій для вирішення багатокomпонентних задач. Запропоновано спосіб використання методу аналізу ієрархій задля вирішення проблеми обрання пацієнтів з COVID-19 в умовах нестачі лікарняних ліжокмісць та створено його реалізацію засобами вищезгаданого програмного забезпечення. Висновлено та описано переваги та недоліки методу, проведено відповідні експерименти.

ВСТУП

Прийняття рішень – це та невід’ємна частина життя, яка незмінно та щоденно супроводжує кожного з нас. Рішення приймають не лише окремі люди, але й цілі організації і навіть держави. Відповідно, складність рішень та їхній вплив на життя пересічних людей різняться в залежності від масштабу вирішуваної проблеми. Відмінною є і ціна помилки, що може призвести до суттєвих грошових втрат, або в найгіршому випадку, до втрати людського життя.

Саме тому сфера прийняття рішень і користується такою увагою в академічній та загально-соціальній спільноті – на широкий загал періодично виносять нові методології, що мають певним чином полегшити процес прийняття рішень і збільшити ймовірність обрання найкращого рішення взагалі.

Власне суть процесу прийняття рішень полягає в обранні такого рішення з множини доступних, яке забезпечить оптимальний розв’язок для поставленої задачі. Втім, нерідко стається, що складовими досліджуваної проблеми є не лише кількісні, але і якісні показники; не лише об’єктивна, але і суб’єктивна чи подекуди навіть неточна інформація.

В таких випадках скористатися математичним моделюванням ситуації або явища не буде правильним, адже особлива феноменологія прийняття рішень для соціальних явищ чи процесів полягає в тому, що їхні атрибути вирізняються високим ступенем суб’єктивності та якості інформації. Нехтуючи важковимірюваними складовими досліджуваного явища, втрачається достовірність та реалістичність моделі цього явища, що призведе до обрання субоптимального рішення.

Саме така потреба на метод, що уможливив би обробку та уніфікацію всіх різнотипових параметрів вирішуваної проблеми і знайшов своє відображення в об’єкті дослідження магістерської роботи – в методі аналізу ієрархій.

Створений ще у 80-х роках минулого сторіччя американським математиком та вченим Томасом Сааті, метод здобув неабияку популярність та на сьогодні вже був успішно використаний чи не в кожній галузі людського життя, зокрема і на геополітичному рівні.

Насправді, в англомовній традиції рішення не приймають, а створюють (від англ. “to make a decision”, дослівно – “зробити рішення”). Саме цього і дозволяє досягнути метод аналізу ієрархій. Його засобами можна не лише прийняти рішення, але й створити його і навіть погодити з іншими рішеннями, отриманими внаслідок здійснення суджень особами з профільними для конкретної проблеми компетенціями – так званими експертами.

Втім, на даний момент загальновідомої та структурованої інформації щодо сильних та слабких місць методу недостатньо, що, у свою чергу, не дозволяє максимально ефективно його застосовувати та збільшує ймовірність отримати помилковий, або, в кращому разі, неідеальний результат.

Саме тому предметом дослідження і стали ті переваги, які супроводжують застосування методу аналізу ієрархій та ті недоліки, з якими необхідно бути готовим зіштовхнутись в процесі його використання. На підтвердження та унаочнення певних недоліків проведені відповідні експерименти та запропоновано варіанти розв’язання або уникнення потенційних проблем.

Спираючись на отримані висновки можна отримати поліпшене розуміння всіх підводних каменів методу і уникнути їх ще до початку його застосування, замість того, щоб виправляти помилки “в дорозі”.

Робота складається з чотирьох розділів:

Перший розділ спрямовано на розгляд спільних атрибутів та опис найпоширеніших ММНР задля контекстуалізації методу аналізу ієрархій в згаданій родині методологій.

Другий розділ присвячено дослідженню методу аналізу ієрархій та двом його різновидам – методу аналізу мережі, який застосовують для розв’язання складних багатокритеріальних задач зі зворотними впливами та нечіткий метод

аналізу ієрархій, який надає можливість оброблювати нечітку та неточну інформацію.

В третьому розділі представлено та описано програмну систему, спрямовану на застосування методу аналізу ієрархій, для якої впроваджено чотири методи обрахунку векторів пріоритетів елементів та динамічну перевірку узгодженості суджень експерта. Окрім того, як приклад роботи програми запропоновано спосіб розв'язання проблеми обрання пацієнтів з COVID-19 для їхньої подальшої госпіталізації в умовах нестачі ліжокмісць.

В четвертому розділі висновлено та описано переваги та недоліки методу, запропоновано шляхи їхнього вирішення та уникнення. Проведено відповідні експерименти.

Постановка задачі

1. Описати багатокритеріальні методи прийняття рішень з метою контекстуалізації методу аналізу ієрархій в межах даної методологічної групи.
2. Проаналізувати метод аналізу ієрархій та його різновиди: метод аналізу мережі та нечіткий метод аналізу ієрархій
3. Представити програмну систему для використання методу аналізу ієрархій з динамічною перевіркою узгодженості суджень експерта в процесі попарних порівнянь ієрархічних елементів.
4. Запропонувати спосіб використання методу аналізу ієрархій для обрання пацієнтів з COVID-19 для їхньої подальшої госпіталізації.
5. Висновти переваги та недоліки методу аналізу ієрархій. Виконати відповідні експерименти.

РОЗДІЛ 1

МУЛЬТИКРИТЕРІАЛЬНІ МЕТОДИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ

1.1. Огляд основних мультикритеріальних методів прийняття рішень

Комплексне управління інформацією – невід’ємна частина сучасних процесів прийняття рішень.

Реальні, складні проблеми сьогодення вимагають залучення та обробки великих масивів даних, як об’єктивних, точних, так і суб’єктивних та нечітких.

Різноманіття статистичних та нестатистичних методів прийняття рішень були запропоновані в літературі задля моделювання комплексних процесів бізнесу або виробництва. Мультикритеріальні методи прийняття рішень, надалі – ММПР, впродовж останніх десяти років набули неабиякого поширення у застосуванні та визнання серед експертів.

На підтвердження цьому тезису постає той факт, що на даний момент вже тисячі наукових праць та публікацій у авторитетних академічних друкованих джерелах присвячено саме мультикритеріальному прийняттю рішень, надалі – МПР, який також інколи іменують мультикритеріальним аналіз прийняття рішень чи, коротко, МАПР. Переважна більшість рішень, які приймають як окремі фізичні особи, так і групи та організації придатні до вирішення шляхом використання ММПР.

Найбільш поширеними прикладами застосування ММПР є[1] :

- Відбір кандидатів на певну посаду
- Обрання об’єктів інвестування
- Ранжування абітурієнтами університетів в залежності від особистих вподобань
- Вибір нерухомості
- Розподілення грошових та негрошових ресурсів поміж альтернативами для максимізації відношення “якість-вкладені інвестиції”.

Спільним для всіх цих прикладів є те, що всі вони так чи інакше застосовують концепцію ранжування, тобто надання певних відносних оцінок альтернативним варіантам вирішення проблеми. Більш того, в МПР ранжування спирається на використання певного набору критеріїв, відносно яких, власне, і відбувається процес оцінювання. Називатимемо такий набір критеріальною сіткою.

Насправді, продумування та інтуїтивне оцінювання як завгодно великої кількості критеріїв задля ранжування та оцінювання альтернатив є від природи притаманним людині підходом до прийняття рішень. Втім, традиційне прийняття рішень, тобто той спосіб, яким людина найчастіше приймає щоденні рішення, зазвичай передбачає дуже “приблизне” та великою мірою математично необґрунтоване зважування та оцінювання критеріїв та альтернатив, що з великою ймовірністю призведе до хибного, або, в кращому разі, неоптимального результату.

Розмір похибки в результаті залежить як від масштабу та складності проблеми так і від мислинневої компетенції того, хто приймає рішення. Розмір такої похибки може варіюватися від незначного до суттєвого; останній може стати особливо небезпечним, особливо у тих випадках, коли на шальках терезів перебувають життя та здоров’я людей.

Саме тому важливо застосовувати формалізовані підходи до прийняття рішень, де всі недосконалості людського фактору є максимально нівельованими.

ММПР – це підгалузь дослідження операцій, що тісно пов’язана із психологією та економікою та наразі є підтримуваною широким різноманіттям програмного забезпечення. Вона спрямована на формалізоване та структуроване прийняття рішень, спираючись на експліцитне зважування критеріїв та їхнє подальше узгодження.

ММПР спрямовані на зменшення впливу випадковостей ситуації та упередженості особи, що приймає рішення, які майже неминуче спрощують інтуїтивне прийняття рішень.

Ще однією перевагою ММПР постає забезпечення чіткого та зрозумілого для всіх сторін процесу групового прийняття рішень, де, завдяки наявності явно визначеного порядку, всі сторони користуються єдиною, уніфікованою системою оцінювання та ранжування альтернатив та критеріїв.

Застосування експліцитного зважування та порівняння критеріїв у ММПР дозволяє на виході отримати максимально прозорі та послідовні рішення.

Базовий процес прийняття рішень в ММПР можна умовно поділити на етапи, зображені на рисунку 1.1.



Рисунок 1.1 — Етапи процесу прийняття рішення в ММПР

Розглянемо кожен з цих етапів детальніше:

1. Визначення цілі процесу прийняття рішення.

На цьому кроці передбачено обрання відповідної цілі яка має бути отримана в результаті повноцінного покрокового виконання усього процесу прийняття рішення.

2. Обрання критеріїв.

Критерії мають бути незалежними один від одного та послідовні відносно цілі процесу прийняття рішення. Необхідною умовою є те, аби всі критерії було зведено до однакових норм оцінювання та аби вони безпосередньо стосувалися альтернатив.

3. Здійснення пошуку та узгодження множини альтернатив.

Варто зауважити, що при підборі альтернатив слід впевнитись, що інформація про альтернативи в розрізі кожного критерію є в повному доступі та обсязі.

4. Обрання методів зважування.

Зважування критеріїв здійснюється задля оцінювання їхньої важливості відносно одне одного. Зважування може бути здійснено шляхом застосування ранжувальних або компенсаторних ММНР, суть яких буде розкрито далі в цьому розділі.

5. Агрегація.

На цьому кроці здійснюється відбором оптимальної альтернативи із множини альтернатив, найчастіше за допомогою математичної функції.

Мультикритеріальні методи прийняття рішень можна розділити на два великі підрозділи, а саме на компенсаторні та ранжувальні.

Компенсаторні методи прийняття рішень базуються на раціональній моделі, яка надає певну числову оцінку альтернативам відповідно до різних критеріїв. Так, більш важливі атрибути певного об'єкту мають числову перевагу над менш важливим. Для прикладу застосування подібної методології наведемо процес обрання покупцем певного абстрактного девайсу, в якого існує певний перелік атрибутів. Більш важливі атрибути з точки зору особи, яка приймає рішення, назовемо позитивними, менш важливі – негативні.

Покупець при прийнятті рішення щодо обрання альтернативи першочергово враховує та порівнює позитивні атрибути, і в останню чергу - другорядні. Основним компенсаторного підходу до МНР є метод аналізу ієрархій, на розгляд та дослідження якого буде відведено решту розділів роботи.

Ранжувальні методи прийняття рішень спираються на концепцію, що полягає у відкиданні певної кількості альтернатив до вирішуваної проблеми. Ранжувальні методи найчастіше складаються з двох кроків. На першому кроці має бути створено та узгоджено правила ранжування, а на другому відбувається їхнє безпосереднє застосування. Найпоширенішими прикладами цього підходу є ELECTRE (від англ. Elimination and Choice Expressing Reality) та PROMETHEUS (від англ. Preference Ranking Organization Method for Enrichment of Evaluations). Коротко розглянемо ММНР, що належить до другої групи:

Метод ELECTRE є одним з найдосліджуваниших ранжувальних ММПП і на даний момент має декілька відмінних одна від одної версій, таких як ELECTRE I, II, III, IV, та TRI. Ці окремі версії є контекстуально схожими, але різняться в тому, що спрямовані на вирішення проблем різних типів.

Процес в ELECTRE складається з таких кроків[2]:

1. Для кожного з критеріїв вводять дискретну шкалу можливих значень цього критерію, вагові коефіцієнти критеріїв.
2. Для кожного з критеріїв будують граф, вершинами якого є окремі об'єкти множини, а ребра вказують на відношення домінування між об'єктами по відношенню до даного критерію.
3. З врахуванням важливості критеріїв й переваги об'єктів здійснюють обчислення матриці значень спеціальних коефіцієнтів, які називають матрицями узгодженості та розбіжності. Індекс узгодженості відображає перевагу однієї альтернативи над іншою у відповідності суми ваг. Індекс розбіжності висвітлює різницю між парою найбільш кількісно відмінних альтернатив.
4. Для кожної пари об'єктів вираховують відношення переваги одного елемента над іншим, якщо значення відповідного індексу узгодженості є більшим за визначене граничне значення, а індекс розбіжності – меншим.
5. Будують узагальнений граф переваги, структура якого залежить від обраних граничних значень.

Недоліком цього методу вважають складність в оволодінні ним та значні часові витрати, спрямовані на виконання усього процесу.

Іншим розповсюдженим ранжувальним методом в МПП є PROMETHEE, який дослівно розшифровується як “метод організації ранжування преференцій для збагаченого зважування” (з англ. Preference ranking organization method for enrichment evaluation). Цей підхід використовує преференційну функцію для висновування різниці у вподобаннях між парами альтернатив відносно кожного критерію. Преференційна функція спроектована для відображення різниці між

вподобаннями особи, яка приймає рішення. Значення цієї функції коливається від нуля до одиниці. Різниця у вподобаннях за нульового значенні функції відповідно теж дорівнює нулю.

Одна альтернатива строго переважає іншу коли значення функції дорівнює одиниці. PROMETHEE має дві версії: PROMETHEE I та PROMETHEE II. Більш традиційний PROMETHEE I використовує метод часткового ранжування, який передбачає відкидання тих альтернатив, які неможливо порівняти. В PROMETHEE II навпаки ранжування застосовують для порівняння усіх без винятку альтернатив.

Однією з переваг в застосуванні PROMETHEE постає наявність підтримки для групового прийняття рішень. І PROMETHEE I, і PROMETHEE II підтримують як кількісні, так і якісні критерії. Іншою перевагою PROMETHEE вважають ефективність роботи з нечіткою та невизначеною інформацією. Попри усю корисність цього підходу, проблема реверсу рангів особливо сильно впливає на роботу цього метода.

Реверс рангів була і залишається чи не найголовнішою та найобговорюванішою проблемою для багатьох ММІР, в тому числі і для МАІ. Найчастіше вона виникає, коли експерт чи той, хто приймає рішення намагається додати нову альтернативу/критерій до множини альтернатив/критеріїв чи видалити вже наявний. Внаслідок цього їхнє ранжування може змінитися принциповим чином, нерідко - у супереч логіці проблеми.

Чимала кількість досліджень та публікацій протягом останніх років спрямована на пошук причин виникнення та способів вирішення цієї проблеми.

Проблему реверсу рангів в методі аналізу ієрархій ще буде детально розглянуто в четвертому розділі роботи.

РОЗДІЛ 2

ЗАСАДИ ТА РІЗНОВИДИ МЕТОДУ АНАЛІЗУ ІЄРАРХІЙ

2.1. Суть та основні положення методу аналізу ієрархій

Слово “ієрархія” походить з грецької мови, і перекладається як “священне походження” чи “священне правило”[3]. Ієрархія – це впорядкування предметів чи частин цілого у відповідності від найбільшого до найменшого. Саме ієрархічність є тим принципом, на якому ґрунтується ефективність організації та функціонування значної кількості соціальних структур.

Елементи кожної групи ієрархії знаходяться під впливом елементів певної визначеної групи і впливають на елементи іншої.

Вже протягом довго часу люди є зацікавленими у вимірюванні об’єктивних та суб’єктивних явищ. Об’єктивними явищами прийнято вважати ті, які відображають об’єктивну реальність і які можна чітко і не двозначно виміряти. Під суб’єктивними явищами прийнято розуміти не вимірювані величини: ідеї, вірування чи почуття людини або цілого суспільства. Тому і не виникає подивів, що роками був соціальний попит на теорію або метод, який би уможливив одночасну роботу з цими двома типами явищ без нехтування одним або іншим. Саме таким і є метод аналізу ієрархії.

Метод аналізу ієрархій – це математичний інструмент, орієнтований на комплексний підхід щодо вирішення складних проблем, пов’язаних із задачею прийняття рішень. Цей метод не надає людині, яка приймає рішення, якоїсь чіткої, однозначно правильної відповіді, а дозволяє їй самостійно знайти таку альтернативу, яка б максимально корелювалася із її власним розумінням суті проблеми та найкращого шляху її вирішення. Метод аналізу ієрархій був розроблений американський математиком Томасом Сааті ще 1980 року.

Першочергово ця теорія була створена з метою вирішення конкретної задачі планування за непередбачених обставин і побудови майбутніх альтернатив для африканської країни Судан. В результаті були отримані

пріоритети та план капіталовкладень для проєктів, які були успішно впроваджені в кінці 80-х років минулого сторіччя. Але теорія невпинно продовжувала розвиватись і знаходила нові сфери використання, серед яких були як і крупні політичні проблеми розподілу енергії, капіталовкладення в різноманітні технології за умов невизначеності, боротьби с тероризмом, так і відносно невеликі побутові проблеми, такі як купівля нового пристрою, вибір місця працевлаштування або школи[4].

На сьогоднішній день МАІ став чи не найпоширенішим методом прийняття рішень, застосування якому можна знайти чи не в усіх сферах життя і репутація якого підтверджена своєю довгою та успішною історією застосування.

МАІ уможлиблює відносно просту і обґрунтовану структуризацію проблеми прийняття рішень у вигляді ієрархії, отримавши на виході кількісні показники – оцінку кожного варіанту вирішення поставленої проблеми, чи в термінах методу - альтернативи.

МАІ було розроблено з ціллю об'єднати раціональність та інтуїтивність задля обрання оптимальної альтернативи із множини альтернатив по відношенню до певних критеріїв. В ході цього процесу, той хто приймає рішення здійснює попарні порівняння суджень, на основі яких отримує оцінки кожного варіанту вирішення поставленої проблеми, альтернативи.

Хоч МАІ і не гарантує узгодженості в судженнях, але надає ефективний інструментарій для перевірки поточного її рівня.

Найпростіша форма, застосовувана для структурування проблеми – це ієрархія, що складається з трьох рівнів: цілі процесу прийняття рішення – на першому рівні, критерії за якими альтернативні варіанти досягнення цієї цілі, що розташовані на третьому рівні, будуть зважені.

Насправді, ієрархічна декомпозиція складних систем – це метод, яким людський мозок за довгі роки еволюції звик вирішувати складні проблеми. Йому притаманно організовувати фактори впливу на рішення у порівневому порядку починаючи з найважливішого, що розташовується на найвищому рівні ієрархії, до менш важливих, які знаходяться, відповідно на нижчих її рівнях.

Ціллю подібного структурування є уможливлення здійснення судження щодо важливості елементів на визначеному рівні з оглядом на елементи суміжних рівнів, що дозволяє максимально впорядкувати складові проблеми і швидше зрозуміти її суть.

Можливо, ключовим етапом усього процесу прийняття рішень за допомогою методу аналізу ієрархій є задача обрання та узгодження критеріїв, підхожих для досягнення поставленої мети. Саме ці критерії стануть наріжним каменем усієї ієрархічної структури. При побудові ієрархій експерт має досконало вивчити сферу проблеми та виокремити усі її ключові деталі та атрибути. Звісно, він не має долучати надлишкову інформацію, штучно ускладнюючи подальший процес прийняття рішення. Як стверджує принцип бритви Оккама – що може бути ефективно досягнуто на основі меншого числа даних, не слід робити, виходячи з більшого. Так і у випадку з МАІ: достатнім слід вважати той набір критеріїв та у тій кількості, застосувавши який проблему можна буде повноцінно вирішити. Тому, одна з основних задач експерта – знайти той нестійкий баланс між необхідним та надлишковим.

Врешті-решт, після того як судження були запропоновані, а пріоритети обраховані, можна пильно та детально дослідити які саме критерії мають найменший вплив на проблему та відкинути їх, оголосивши недостатньо вагомими для даної проблеми.

Тепер розглянемо порядок застосування методу аналізу ієрархій в деталях:

Процес починається першим етапом, на якому здійснюється побудова повноцінної моделі вирішуваної проблеми у вигляді ієрархії. До ієрархії прийнято долучати ціль, яка переслідується, критерії, на основі яких рішення проблемі буде знайдено та альтернативи, серед яких буде здійснено вибір. Ця структура відображає розуміння проблеми тим, хто приймає рішення. Кожен елемент ієрархії може представляти різні фактори вирішуваної задачі, до того ж до уваги можуть бути прийняті як кількісні, так і якісні параметри, як об'єктивні параметри, отримані внаслідок замірів, так і суб'єктивні – в тому вигляді, в якому вони були сприйняті експертом.

Приклад найпростішої ієрархії можна побачити на рисунку 2.1.

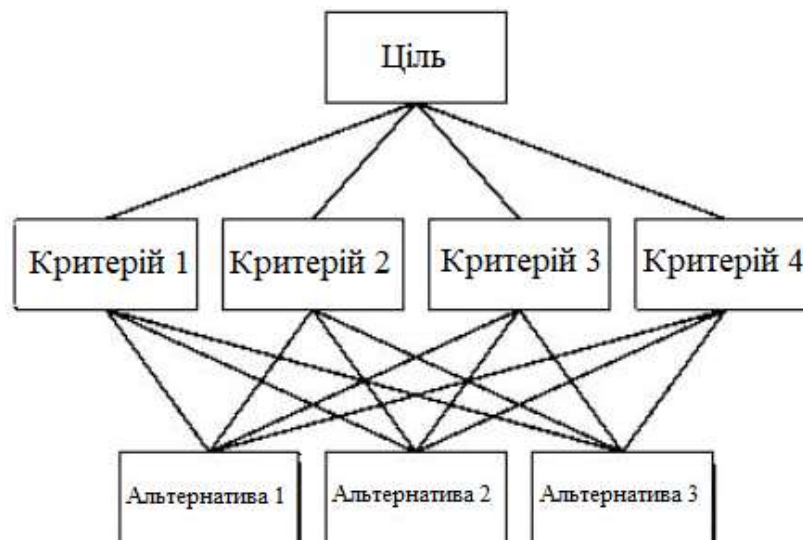


Рисунок 2.1 – Найпростіша архітектура в методі аналізу ієрархій

Ієрархічна структура – це графічна репрезентація проблеми у вигляді перевернутого дерева, де кожен елемент, за винятком найвищого, залежить від одного чи декількох розташованих вище елементів. Найчастіше якраз у вигляді ієрархії зображають органи влади, відповідно до їхніх законних повноважень.

Ієрархії застосовують для збільшення ступеню розуміння реальності: для цього розкладають досліджувану проблему на основні її складові, здійснюючи так звану декомпозицію, після чого процес повторюють для менших частин до тих пір, доки отримані підпроблеми не будуть достатньо спрощеними. На кожному кроці варто концентрувати увагу на розумінні поточного компоненту, розглядаючи його мовби у вакуумі, незалежно від інших. Саме в процесі декомпозиції проблеми приходить повне та різнобічне розуміння розв’язуваної проблеми.

Всі елементи одного рівня прийнято називати вузлами. Висхідні елементи, пов’язані з вузлами називають батьківськими елементами, а нисхідні – дочірніми. До того ж ті групи однакових елементів, які мають спільний батьківський елемент є групами порівняння. Наприклад, дочірніми елементами критеріїв є альтернативи, бо вони знаходяться на нижчому за критерії рівні. Таким чином, використовуючи подібну термінологію для нижченаведеної діаграми можна висновити, що ціль це батьківський елемент для п’яти критеріїв,

а критерії – це дочірні елементи цілі. Така ж категоризація справджується і відносно взаємозв'язків альтернатив та критеріїв. Варто додати, що у наведеній системі існують дві групи порівняння: перша, яка складається із п'ятих критеріїв та друга, що має чотири альтернативи.

Вигляд будь-якої ієрархії методу аналізу ієрархії залежить не лише від характеру досліджуваної проблеми, але і від знань, суджень, досвіду, преференцій та думок усіх акторів процесу прийняття рішення. Насправді, описані приклади застосувань методу нерідко включають в себе різноманітні ієрархії в купі із її трактуванням та описом ситуації, що передувала процесу прийняття рішення. Послідовне виконання всіх кроків методу передбачає можливість модифікації структури ієрархії з метою долучення нових критеріїв альтернатив, що, з одного боку може надати повнішу картину щодо досліджуваної проблеми, але з іншого може призвести до проблеми реверсу рангів, детальніше розглянутої в четвертому розділі роботи.

На другому етапі формують матриці попарних порівнянь, обчислюють локальні пріоритети критеріїв та альтернатив та перевіряють узгодженість суджень.

Після побудови ієрархії необхідно пріоритезувати всі елементи структури: спочатку критерії, а потім і альтернативи. В разі групового прийняття рішень дані для пріоритезації збирають з усіх учасників процесу й обробляють.

Пріоритезувати елемент ієрархії – означає оцінити його відносно інших елементів того ж рівня.

Пріоритети – це оцінки вузлів ієрархії, які відображають відносну вагу кожного з елементів стосовно інших елементів групи. Як і у випадку із ймовірностями, пріоритети можуть набувати значення від нуля до одиниці. Чим більша вага елемента – тим важливішим він є для процесу. Так, вища оцінка критерію знаменує його суттєвішу важливість для цілі процесу, а вища оцінка альтернативи – її більшу привабливість в порівнянні до інших. Очевидно, що сума пріоритетів елементів одного рівня має завжди строго дорівнювати одиниці. Пріоритет цілі – не виняток.

Матриці попарних порівнянь є ключовим інструментом надання зваженої оцінки критеріям та альтернативам в методі аналізу ієрархій. Саме за допомогою них в межах методу здійснюється визначення пріоритетів між елементами одного рівня.

Для формування матриць попарних порівнянь елементів використовується фундаментальна шкала значень. Її ефективність була підтверджена не лише теоретично, але й в результаті численної кількості практичних застосувань впродовж останніх десятиріч.

Фундаментальну шкалу значень зображено на таблиці 2.1, з якої можна побачити різновиди кількісної та відповідної якісної оцінки переваги одного елемента над іншим[5].

Судження	Тлумачення
1. Рівнозначна важливість	Рівнозначна важливість факторів по відношенню до цілі
2. ...	Проміжне судження
3. Помірна перевага	Досвід та судження надають невелику перевагу одного фактору над іншим
4. ...	Проміжне судження
5. Відчутна перевага	Відчутна перевага одного фактора над іншим
6. ...	Проміжне судження
7. Суттєва перевага	Майже тотальна перевага одного фактора над іншим
8. ...	Проміжне судження
9. Тотальна перевага	Тотальна перевага одного фактора над іншим

Таблиця 2.1 – Фундаментальна шкала значень в методі аналізу ієрархій

Так, з використанням фундаментальної шкали значень, матриця попарних порівнянь певних абстрактних критеріїв та альтернатив відносно критерію K1 може набути вигляду, зображеного на рис. 2.2.

Матриця попарних порівнянь критеріїв

	K1	K2	K3
K1	1	3	6
K2	1/3	1	2
K3	1/6	1/2	1

Матриця попарних порівнянь альтернатив відносно критерію K1

K1	A1	A2	A3
A1	1	4	1/2
A2	1/4	1	1/8
A3	2	8	1

Рисунок 2.1 – Матриці попарних порівнянь критеріїв та альтернатив

З цієї матриці можна зрозуміти, що по відношенню до певного абстрактного критерію K₁ альтернатива A₁ відчутно переважає альтернативу A₂ і помірно поступається A₃.

Варто зазначити, що попарне порівняння альтернатив відбувається по відношенню до всіх критеріїв ієрархії.

Матриця попарних порівнянь є обернено-симетричною, тобто якщо в клітинці матриці (i,j) знаходиться значення A, то в клітинці матриці (j,i) має розташовуватися зворотна величина, рівна 1/A .

Матриця порівняння формується шляхом порівняння елементу, що розташований у рядку, відносно елементу, що розташований у стовпці (рис 2.3).

	A	B	C	D
A	1	3	4	5
B	1/3	1	3	3
C	1/4	1/3	1	2
D	1/5	1/3	1/2	1

Рисунок 2.3 – Приклад матриці попарних порівнянь елементів A, B, C, D

При порівнянні елемента з собою маємо рівність у важливості, тобто на перетині стовпчика та рядка одного і того ж елемента структури має знаходитись одиниця.

Обчислення вектора пріоритетів за матрицею попарних порівнянь – це обчислення головного власного вектора, який після нормалізації стає вектором пріоритетів.

Приблизні оцінки значення головного власного вектора можна отримати такими чотирма способами [6]:

Перший спосіб – “Суми за рядками”. Підсумувати елементи кожного рядка і нормалізувати розподілом кожної суми на суму всіх елементів. Сума отриманих результатів буде дорівнювати одиниці. Перший елемент результуючого вектора буде пріоритетом першого об’єкта, другий – другого об’єкта і т. д. . Приклад розрахунку для матриці попарних порівнянь з рис. 2.3 зображено на рис. 2.4.

	A	B	C	D	Σ	$\Sigma/25,95$
A	1,00	3,00	4,00	5,00	13,00	0,50
B	0,33	1,00	3,00	3,00	7,33	0,28
C	0,25	0,33	1,00	2,00	3,58	0,14
D	0,20	0,33	0,50	1,00	2,03	0,08
					25,95	

Рисунок 2.4 – Приклад розрахунку вектора пріоритетів способом “Суми за рядками”

Другий спосіб - “Суми за стовпцями”. Підсумувати елементи кожного стовпця і отримати зворотні величини цих сум. Нормалізувати їх так, щоб їх сума дорівнювала одиниці, розділити кожну зворотну величину на суму всіх зворотних величин. Приклад розрахунку для матриці попарних порівнянь з рис. 2.3 зображено на рис. 2.5.

	A	B	C	D	
A	1,00	3,00	4,00	5,00	
B	0,33	1,00	3,00	3,00	
C	0,25	0,33	1,00	2,00	
D	0,20	0,33	0,50	1,00	
Σ	1,78	4,67	8,50	11,00	
$1/\Sigma$	0,56	0,21	0,12	0,09	0,98
$\Sigma/0,98$	0,57	0,22	0,12	0,09	

Рисунок 2.5 – Приклад розрахунку вектора пріоритетів способом “Суми за стовпцями”

Третій спосіб - “Зворотні величини”. Розділити елементи кожного стовпця на суму елементів цього стовпчика (тобто нормалізувати стовпець), потім додати елементи кожного отриманого рядка і розділити цю суму на число елементів рядка. Це називається процесом усереднення за нормалізованими стовпцями. Приклад розрахунку для матриці попарних порівнянь з рис. 2.3 зображено на рис. 2.7.

	A	B	C	D	Σ	$\Sigma/4$
A	0,56	0,64	0,47	0,45	1,78	0,53
B	0,19	0,21	0,35	0,27	4,67	0,26
C	0,14	0,07	0,12	0,18	8,50	0,13
D	0,11	0,07	0,06	0,09	11,00	0,08

Рисунок 2.6 – Приклад розрахунку вектора пріоритетів способом “Зворотні величини”

Четвертий спосіб - “Середньо геометричні значення за рядком”.

Необхідно перемножити n елементів кожного рядка і витягти корінь n -го ступеня з отриманого. Приклад розрахунку для матриці попарних порівнянь з рис. 2.3 зображено на рис. 2.7.

	A	B	C	D	Π	$\sqrt[4]{\Pi}$	$\sqrt[4]{\Pi}/5,17$
A	1,00	3,00	4,00	5,00	60,00	2,78	0,54
B	0,33	1,00	3,00	3,00	3,00	1,32	0,25
C	0,25	0,33	1,00	2,00	0,17	0,64	0,12
D	0,20	0,33	0,50	1,00	0,03	0,43	0,08
						5,17	

Рисунок 2.7 – Приклад розрахунку вектора пріоритетів способом “Середньо геометричні значення за рядком”

Порівнюючи отримані результати, зазначимо, що точність розрахунків підвищується від 1-го до 4-го способу, проте одночасно ускладнюється обчислення.

Під час використання таблиць попарного порівняння розглядаються індекси узгодженості. Для їх розрахунку помножимо матрицю порівнянь справа на розраховану оцінку вектора рішення, отримаємо новий вектор (рис. 2.8).

	A	B	C	D	Π	$\sqrt[4]{\Pi}$	$k_a = \sqrt[4]{\Pi}/5,17$	j_a	j_a/k_a
A	1,00	3,00	4,00	5,00	60,00	2,78	0,54	2,21	4,105
B	0,33	1,00	3,00	3,00	3,00	1,32	0,25	1,05	4,135
C	0,25	0,33	1,00	2,00	0,17	0,64	0,12	0,51	4,113
D	0,20	0,33	0,50	1,00	0,03	0,43	0,08	0,34	4,077
								Σ	16,430
								$\lambda_{\max}$	4,108

Рисунок 2.8 – Приклад розрахунків індексу узгодженості

Розділивши першу компоненту цього вектора на першу компоненту оцінки вектора рішення, другу компоненту нового вектора на другу компоненту оцінки вектора рішення і т. д., визначимо ще один вектор. Розрахуємо середнє арифметичне отриманого вектора. Отримане значення $\lambda_{\max}$ називають максимальним або головним власним значенням і використовують для оцінки узгодженості, що відображає пропорційність переваг.

Чим ближче $\lambda_{\max}$ до n (числа об'єктів у матриці), тим більш узгоджений результат.

Індексом узгодженості або Consistency Index (CI) називають величину:

$$CI = (\lambda_{\max} - n) / (n-1),$$

де $\lambda_{\max}$ – головне власне значення, а n – число об'єктів у матриці.

Випадковим індексом або Random Index (RI) називають індекс узгодженості, розрахований за даними оцінок, згенерованими у випадковий спосіб за шкалою від 1 до 15 (рис. 2.9).

п, порядок матриці	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
ВІ	0,00	0,00	0,58	0,90	1,12	1,24	1,32	1,41	1,45	1,49	1,51	1,48	1,56	1,57	1,59

Рисунок 2.9 – Значення випадкового індексу узгодженості

Відношення узгодженості або Consistency Ratio (CR) – це відношення індексу узгодженості (CI) до випадкового індексу (RI) для матриці того ж порядку.

У табл. 4.6 наведено приклад розрахунку $\lambda_{\max}$. Проведемо розрахунок наближеного значення індексу узгодженості і його аналіз відносно узгодженості.

Для нашого прикладу значення будуть наступними:

$$CI = (\lambda_{\max} - n) / (n - 1) = (4,108 - 4) / (4 - 1) = 0,035837;$$

$$RI = 0,9;$$

$$CR = CI/RI = 0,035837/ 0,9 = 0,039819,$$

де CI – індекс узгодженості, RI – випадковий індекс, CR – відношення узгодженості, $\lambda_{\max}$ – головне власне значення, а n – число об'єктів у матриці.

Якщо значення CR не перевищує 0.1, то узгодженість вважають ідеальною, при значенні в інтервалі від 0.1 до 0.5 – прийнятною, а відповідну ієрархічну модель — адекватною. При перевищенні значення порогу експертам радять переглянути свої оцінки, які і призвели до неузгоджених висновків.

На третьому етапі обраховують глобальні пріоритети альтернатив і визначають оптимальну.

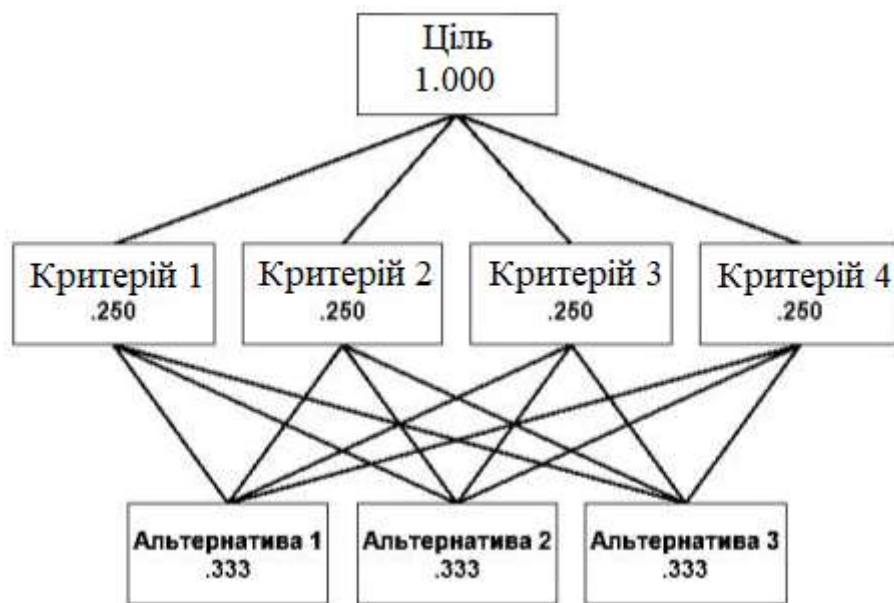


Рисунок 2.10 - Ієрархічна структура методу, що містить пріоритети за замовченням[7]

На рисунку 2.10 продемонстровано ієрархію, в якій пріоритети як критеріїв, так і альтернатив задані за замовченням. В такому разі пріоритети всіх елементів рівня є однаковими і в сумі дорівнюють одиниці. Це означає, що всі альтернативи та критерії є рівнозначними.

Втім, на практиці може статися, що ваги критеріїв є однаковими, проте оцінки альтернатив різняться. Це стається внаслідок того, що альтернативи володіють різним ступенем відповідності до критеріїв.

На рисунку 2.11 наведено приклад, в якому локальні пріоритети по різним критеріям не збігаються. Глобальні пріоритети альтернатив

обраховують наступним чином: локальний пріоритет кожної альтернативи множать на пріоритет кожного критерію і знаходять відповідну суму по всім критеріям.

Оцінки альтернатив, отримані таким чином в кінці нормалізують шляхом поділу кожної на їхню суму.

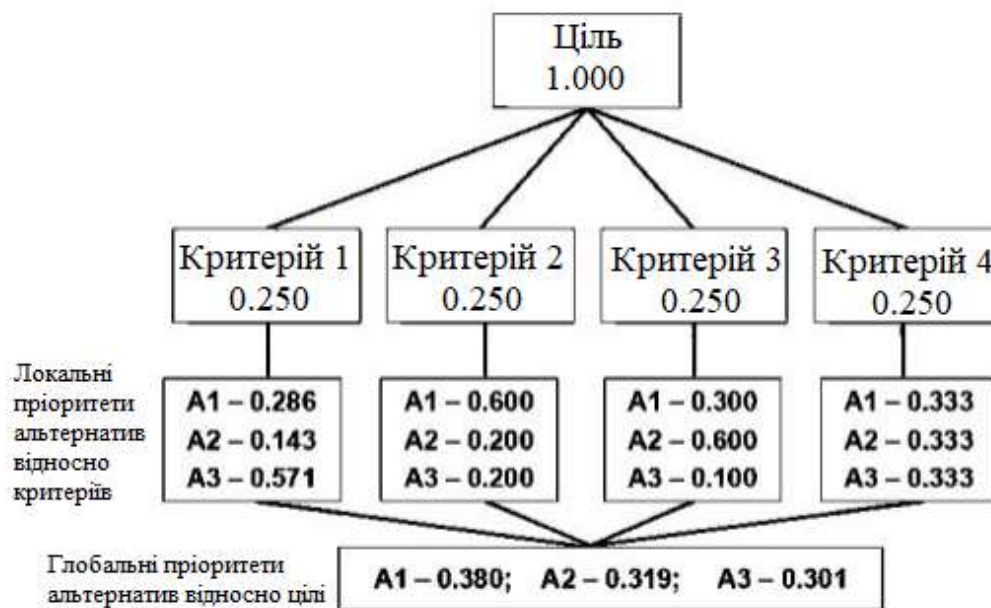


Рисунок 2.11 - Ієрархічна структура методу, що містить глобальні та локальні пріоритети за замовченням[7]

Якщо критеріальні пріоритети зміняться, то зміна відобразиться також і на значеннях глобальних пріоритетів альтернатив, що може викликати, відповідно, і зміну в їхньому ранжуванні. Як можна побачити з рис. 2.12, після зміни пріоритетів критеріїв оптимальною стає альтернатива A3[7].

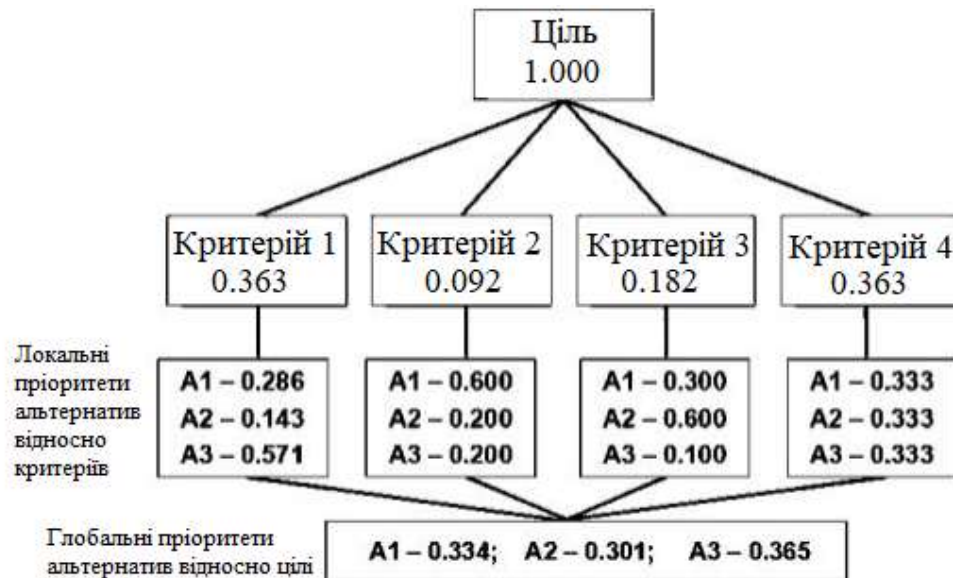


Рисунок 2.12 - Ієрархічна структура методу, що містить задані глобальні та локальні пріоритети

Системи підтримки прийняття рішень, які базуються на методах математичного моделювання дозволяють отримувати високоточні кількісні оцінки щодо тих чи інших складових досліджуваної системи. Втім, на практиці далеко не всі системи можна точно чи коректно змодельовати в межах математичної теорії. Здебільшого це стається через наступні причини:

- при здійсненні оцінювання слід враховувати велику кількість різноманітних як кількісних, так і якісних параметрів
- відсутність чи недостатність інформації та значень, які можуть кількісно описати систему
- існування винятково якісних даних
- оцінка створюється базуючись на особистому досвіді, інтуїції, суб'єктивних судження того, хто приймає рішення.
- досліджувані процеси та системи є занадто складними і їхнє математичне моделювання може займати нераціональний час

За таких умов є сенс використовувати метод експертних оцінок, заснованими на знаннях спеціалістів, отриманих в ході безпосередньої практичної діяльності в межах певної предметної області.

Оптимальним методом погоджування експертних оцінок є агрегування думок, висловлених за допомогою окремих матриць попарних порівнянь. Існує два ефективних методи агрегування думок групи експертів до однієї, узгодженої оцінки[8].

1. Усереднення суджень експертів може бути здійснено на рівні власних векторів матриць попарних порівнянь. Нехай $w^{(k)}$, $k = 1, \dots, m$ – власні вектори матриць попарних порівнянь матриць попарних порівнянь $A^{[k]}$ (де матриця $A^{[k]}$ створена k -м експертом). Тоді агреговану оцінку елементів знаходять за формулою:

$$w_i^A = \sqrt[m]{w_i^{(1)} w_i^{(2)} \cdot \dots \cdot w_i^{(m)}},$$

де $w_i^{(k)}$ – i -та компонента власного вектора отримана за оцінками k -го експерта;

w_i^A — сукупна оцінка i -го елемента, отримана за оцінками всіх експертів;

m — кількість матриць попарних порівнянь, кожна з них була складена одним експертом.

2. Також, для агрегування експертних думок іноді застосовують середнє геометричне елементів матриць, яке вираховують за такою формулою:

$$a_{ij}^A = \sqrt[m]{a_{ij}^{(1)} a_{ij}^{(2)} \cdot \dots \cdot a_{ij}^{(m)}},$$

де $a_{ij}^{(k)}$ – оцінка k -го експерта, тобто елемент матриці $A^{[k]}$, складеної k -м експертом;

a_{ij}^A - сукупна оцінка елементу, який належить i -му рядку і j -му стовпчику матриці попарних порівнянь;

m — кількість матриць попарних порівнянь, кожна з них була складена одним експертом.

Логічність другого критерію стає очевидною, якщо два рівноцінних експерти оголошують при порівнянні елементів оцінки відповідно a та $1/a$, так, що при обчисленні агрегованої оцінки виходить одиниця, що свідчить про рівнозначність порівнюваних елементів.

Більш того, показники, отримані шляхом опрацювання матриці другим способом будуть еквівалентними отриманим в результаті першого власним векторам матриць попарних порівнянь, якщо ступінь однорідності складених матриць є достатньою й задовольняє умові, що індекс узгодженості менше або дорівнює одній десятій.

В іншому випадку, результати двох варіантів агрегування думок можуть бути різними.

2.2. Метод аналізу мережі

Метод аналізу мережі – відносно нова методологія прийняття рішень авторства Томаса Сааті, яка побачила світ приблизно через 20 років після винайдення ним методу аналізу ієрархій. Сааті вважав, що кожну проблему прийняття рішень можна представити у формі мережі[9].

Цей підхід став логічним послідовником МАІ і уможливив вирішення найскладніших проблем. В методі аналізу мереж застосовують системний підхід до вирішення мультикритеріальних проблем.

Основними положеннями системного підходу прийнято вважати наступні[10]:

- Взаємозв'язок елементів. Жоден елемент не є відокремленим від інших, не існує у вакуумі. Через невраховно велику кількість таких зв'язків

неможливо абсолютно повно та точно передбачити усі наслідки будь-якого явища, процесу чи дії.

- Застосування мережевого мислення. За його допомогою можна висновити зв'язки, впливи, цикли між подіями, процесами та акторами розв'язуваної проблеми.
- При прийнятті рішень, залежних від багатьох критеріїв, особа, яка приймає рішення, має порівнювати альтернативи відносно критеріїв, підкритеріїв, цілей, спираючись на власні знання, досвід та інтуїцію.

Насправді, ієрархія – це простий варіант мережі.

Мережі можна отримати із ієрархій шляхом поступового збільшення числа ієрархічних зв'язків. Ідея представлення структури проблеми у формі мережі виникла через неможливість виразити певний клас складних проблем за допомогою ієрархії, оскільки ієрархія не передбачає наявності двостороннього впливу компонентів структури.

На відміну від MAI, метод аналізу мереж дозволяє дещо послабити строгість структурної організації проблеми та підтримує зв'язки між різними її компонентами.

У випадку із ієрархіями, натомість, лише критерії визначають альтернативи.

Метод аналізу мереж (від англ. Analytic network process або ANP) – це більш узагальнений вид методу аналізу ієрархій, який теж застосовують при розв'язанні мультикритеріальних задач прийняття рішень.

MAI структурує проблему як ієрархію з ціллю, критеріями та альтернативами, в той час як MAM – як мережу. Спільним в обидвох підходах є застосування методу попарних порівнянь для надання зваженої оцінки компонентам структури з метою подальшого ранжування альтернатив.

В методі аналізу ієрархій, кожен елемент структури є незалежним від інших. Це стосується як критеріїв, так і альтернатив. Втім, на практиці нерідко виникає ситуація, в якій компоненти системи є певним чином взаємопов'язаними. Метод аналізу мереж в свою чергу не потребує незалежності компонентів, і може бути ефективно застосований для вирішення подібних проблем.

Метод аналізу мереж є узагальненням методу аналізу ієрархій і застосовується у випадках, коли взаємодією ієрархічних рівнів та елементів які їм належать неможливо знехтувати. Насправді, чималу кількість проблем не можна виразити ієрархіями, тому що в них присутні залежності та взаємозв'язки між компонентами різних рівнів ієрархії. Так, наприклад, нерідко стається, коли не лише важливість критеріїв впливає на пріоритезацію альтернатив, як в традиційному методі аналізу ієрархії, але і навпаки, важливість альтернатив впливає на пріоритети критеріїв. Більш того, в методі аналізу мереж власне термін “альтернатива” дещо втрачає свою суть, адже не винятком є одночасна імплементація декількох альтернативних рішень із різною інтенсивністю. Взаємодія є також можливою між двома різними критеріями оцінки альтернатив.

Структури рішень зі зворотними зв'язками неможливо впорядкувати лінійно в нисхідному форматі, як це прийнято робити в методі аналізу ієрархій. Натомість, в цьому методі представлені мережі, які містять цикли, компоненти й петлі зворотного зв'язку, які зображають зв'язки між елементами одного компоненту. Усталених рівнів, як в методі аналізу ієрархій, теж, відповідно, немає.

Пріоритезація компонентів мережі, як критеріїв, так і альтернатив, може стати достатньо серйозною проблемою. Оскільки наявність зворотніх зв'язків потенційно може породити безкінечні маршрути та зацикленості, то в методі аналізу мереж виникає потреба в застосуванні іншого, більш складного аніж в класичному методі аналізу ієрархій способі зважування пріоритетів. Ба більше, з'ясувалося, що вирішення мережевих задач потребує здійснення високоточних обрахунків.

Варто також зауважити, що рішення, отримані в мережі, можуть суттєво відрізнятися від рішень, отриманих шляхом використання ієрархій різної складності. Слід пам'ятати, що не завжди штучне подолання складності шляхом надання реальній задачі спрощеної структури уможливить отримання результату взаємодії між компонентами проблеми у вигляді таких суджень, які б коректно та повноцінно відображали реальний стан речей. Тому не варто

забувати про баланс між повнотою опису проблеми та спрощеннями, які щодо неї можна собі дозволити.

Основною перевагою мереж зі зворотніми зв'язками є те, що вони уможливають отримання рішень, які дозволяють достатньо точно спроектувати майбутню ситуацію.

Тепер розглянемо ключову структурну одиницю в методі аналізу мереж – суперматрицю.

		C_1				C_2				$\dots$				C_m			
		e_{11}	e_{12}	$\dots$	e_{1n1}	e_{21}	e_{22}	$\dots$	e_{2n2}	$\dots$	e_{m1}	e_{m2}	$\dots$	e_{mn}			
$W =$	C_1	e_{11}	e_{12}	$\dots$	e_{1n1}	e_{21}	e_{22}	$\dots$	e_{2n2}	$\dots$	e_{m1}	e_{m2}	$\dots$	e_{mn}			
		e_{11}	e_{12}	$\dots$	e_{1n1}	e_{21}	e_{22}	$\dots$	e_{2n2}	$\dots$	e_{m1}	e_{m2}	$\dots$	e_{mn}			
		e_{11}	e_{12}	$\dots$	e_{1n1}	e_{21}	e_{22}	$\dots$	e_{2n2}	$\dots$	e_{m1}	e_{m2}	$\dots$	e_{mn}			
		e_{11}	e_{12}	$\dots$	e_{1n1}	e_{21}	e_{22}	$\dots$	e_{2n2}	$\dots$	e_{m1}	e_{m2}	$\dots$	e_{mn}			
		e_{11}	e_{12}	$\dots$	e_{1n1}	e_{21}	e_{22}	$\dots$	e_{2n2}	$\dots$	e_{m1}	e_{m2}	$\dots$	e_{mn}			
	C_2	e_{21}	e_{22}	$\dots$	e_{2n2}	e_{11}	e_{12}	$\dots$	e_{1n1}	e_{21}	e_{22}	$\dots$	e_{2n2}	e_{m1}	e_{m2}	$\dots$	e_{mn}
	C_m	e_{m1}	e_{m2}	$\dots$	e_{mn}	e_{11}	e_{12}	$\dots$	e_{1n1}	e_{21}	e_{22}	$\dots$	e_{2n2}	e_{m1}	e_{m2}	$\dots$	e_{mn}

Рисунок 2.13 – Суперматриця в МАМ[11]

Елементи W_{ij} в суперматриці є блоками (компонентами). Їх репрезентують матрицями – рисунок 2.

$$W_{ij} = \begin{bmatrix} w_{i1j1} & w_{i1j2} & \dots & w_{i1jn_j} \\ w_{i2j1} & w_{i2j2} & \dots & w_{i2jn_j} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ w_{in_jj1} & w_{in_jj2} & \dots & w_{in_jjn_j} \end{bmatrix}.$$

Рисунок 2.14 – Компонента суперматриці в МАМ[11].

Кожен стовпчик у відповідній матриці W_{ij} є основним власним вектором впливу елементів i -го компоненту мережі на елементи j -го компоненту. Нульові

елементи вектору відповідають елементам, які не здійснюють вплив на інші елементи блоку.

Мережу розглядають як систему, яку складають компоненти та елементи, які в цих компонентах містяться. Вплив, який здійснюють елементи певного компонента на інші елементи в системі задають векторами пріоритетів, отриманих шляхом попарних порівнянь. Вплив одного компонента на інший можна виразити, зобразивши дугу, яка виходить із компонента, на який здійснюється вплив і входить в елемент що цей вплив здійснює. Взаємні впливи елементів мережі демонструють через суперматрицю, блоками якої є матриці W_{ij} , де кожен стовпчик є головним вектором впливу елементів i -го компонента мережі на елементи j -го компонента. Втім, на відміну від метода аналізу ієрархій, в матриці W_{ij} елементам, які не здійснюють жодного впливу, відповідають нульові елементи вектора. Тому за попарних порівнянь використовують не всі елементи компонента, а лишень ті, які мають вплив. Якщо, скажімо, на найнижчому рівні ієрархії кожен елемент залежить від себе, то в суперматрицю додають блок, що складається з нулів, або ж одиничну матрицю.

Мережу можна отримати з ієрархії, помірно збільшуючи кількість враховуваних зовнішніх і внутрішніх зв'язків між компонентами. Мережа складається з компонентів та елементів, які ці компоненти містять. Але під час створення структур для моделювання проблем можуть використовувати набори компонентів – підсистеми. Тобто, якщо перераховувати структурні одиниці в порядку зменшення розміру можна відзначити наступні: загальна система, які містить підсистеми; підсистеми, складені з компонентів, які в свою чергу складаються з множини елементів.

Відзначимо також, що іноді вдається зробити декомпозицію складної проблеми, для вирішення якої використовують метод аналізу мереж, на декілька підпроблем, для яких вже можна застосувати більш простий та наочний, вищерозглянутий метод аналізу ієрархій. Врахування взаємодії та зворотного зв'язку здійснюють для меншої кількості компонентів мереж, що забезпечує зниження розмірності суперматриць.

Метод аналізу мереж складається з чотирьох основних кроків:

1. Конструювання моделі і структурування проблеми. Проблема має бути чітко викладена та приведена до вигляду мережі.
2. Здійснення попарного порівняння та знаходження векторів пріоритетів. В методі аналізу мереж як і в методі аналізу ієрархій пари елементів кожного кластеру порівнюють відносно їхньої важливості щодо контрольного критерію. Також, незалежність серед критеріїв кластеру має бути також досліджена парами. Вплив кожного елемента на інший оцінюють за допомогою власного вектора та з використанням фундаментальної шкали значень MAI.
3. Формування суперматриці. Для отримання глобальних пріоритетів в системі з незалежними впливами, вектори локальних пріоритетів заносять у відповідні стовпчики матриці. В результаті отримуємо суперматрицю – розділену матрицю, де кожен матричний сегмент висвітлює відношення між двома кластерами системи.
4. Здійснення синтезу пріоритетів критеріїв та альтернатив. Обрання оптимальної альтернатив. Зважені пріоритети критеріїв та альтернатив отримують із нормалізованої суперматриці.

2.3. Нечіткий метод аналізу ієрархій

Не можна оминути увагою і НМАІ, який набув значної популярності впродовж останніх років.

Теорію нечітких множин було розроблено з метою коректної роботи з поняттями частково правдивих значень, значення яких коливаються від абсолютної хибі до повної правди. Вона стрімко стала невід’ємним інструментом для роботи зі складними проблемами, які характеризувались неповнотою чи розмитістю інформації. Як стверджував автор теорії нечітких

множин Лотфі Заде, часто буває дуже непросто стандартними методами оцінки ґрунтовно описати складні ситуації і нерідко слід використовувати лінгвістичні змінні, значеннями яких є слова чи речення із природної мови[12].

Багатьом твердженням природної мови притаманна нечіткість, яка полягає в тому, що поняття, які фігурують в цих твердженнях, неможливо окреслити точно, як, наприклад, не можна визначити поняття “маленьке число” або “цікава книга”. Незрозуміло, де закінчуються “маленькі числа” і починаються “великі числа”.

Для формалізації таких понять запропоновано застосовувати апарат нечітких множин (fuzzy sets), точніше, нечітких підмножин. Інша назва – розмиті множини.[13]

Можливість роботи з лінгвістичними змінними, низька вартість обрахунків та простота в розумінні значно збільшили поширеність цього підходу. Застосування теорії нечітких множин в мультикритеріальному прийнятті рішень розпочалося у 70-х роках минулого сторіччя.

1992 року було запропоновано легкозастосовуваний та зрозумілий підхід для зменшення деяких громіздких обрахунків в попередніх ММНР. Ця методика складалася конвертації нечітких даних в стійкі оцінки та представленні зрозумілих методів. Також було підкреслено розбіжності між нечіткими методами ранжування та нечіткими ММНР. До першої групи належали різноманітні методи ранжування: за допомогою ступеню оптимальності, відстані Геммінга, порівняльної функції, пропорційності до ідеалу, виміру площі та методів лінгвістичного ранжування. Другу групу створили навколо методів оцінки відносної важливості різних багатьох атрибутів: прості нечіткі адитивні методи зважування, НМАІ, нечіткі з'єднувальні та роз'єднувальні методи, нечіткі методи ранжування та нечіткі методи максимуму.

Група, до якої надходить найбільше академічних внесків - нечітке математичне програмування. 1990 року група вчених здійснила дослідження застосувань нечіткого математичного програмування, серед яких були

розглянуті: гнучке програмування, можливісне програмування, можливісне програмування з нечіткими відношенням вподобань, можливісне лінійне програмування із застосуванням нечіткого максимуму або із нечіткими цілями та відмово стійке програмування [12].

Останнім часом, теорія нечітких множин знайшла своє застосування у багатьох сферах інформатики, серед яких: теорія прийняття рішень, наука управління, штучний інтелект, побудова експертних систем, теорія керування, статистика, computer science тощо.

Спостережувані характеристики реальних проблем часто є неточними або розмитими. Неточні та розмиті дані можуть бути наслідком неповної інформації. Їх часто виражають за допомогою інтервалів, ординальних даних чи нечітких чисел. Для ефективної обробки суб'єктивних спостережень, нечіткі числа поєднують з методом аналізу ієрархій, уможливлуючи коректне вираження лінгвістичних оцінок. Нечіткі числа також застосовують для боротьби з невизначеностями, які впливають на суб'єктивні уподобання під час оцінювання проблем.

Незважаючи на зручність МАІ при обробці як кількісних, так і якісних даних, відштовхуючись від думки експертів, НМАІ може значно знизити чи взагалі ліквідувати нечіткість та невизначеність, яка в багатьох випадках може послужити причиною неточних суджень експертів у звичайному МАІ. НМАІ сьогодні переживає свій розквіт. За останні роки, дослідники продовжують займатися створенням моделей застосування нечіткого методу аналізу ієрархій для роботи з ситуаціями з реального світу, в яких частина даних є неточною чи розмитою. Звідси, НМАІ найкраще підходить для роботи з проблемами, які стосуються суб'єктивних оцінок і наразі найширше застосовується в сферу бізнесу, управління, виробництва, індустрії та державництва.

Перший НМАІ було запропоновано ще 1983 року. У ньому, в матриці попарних порівнянь застосовувалися триангулярні нечіткі числа. Пізніше представлено було багато інших методик з використанням різних типів нечітких чисел, зокрема з трапецойдною функцією належності чи функцією належності Гаусса.

В останні роки НМАІ широко застосовують та досліджують, особливо в контексті його поєднання та інтегрування з іншими інструментами прийняття рішень, особливо з методом впорядкування преференцій наближенням до ідеального рішення (TOPSIS), методом Delphi, та вже розглянутим МАМ [12].

РОЗДІЛ 3

ПРИКЛАДНЕ ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ АНАЛІЗУ ІЄРАРХІЙ

3.1. Розгляд запропонованої системи

Програмну систему, яка дозволяє приймати рішення методом аналізу ієрархій побудовано на основі вже наявного проекту[14], створеного з використанням мови програмування Java та бібліотек Swing, призначена для створення графічного інтерфейсу користувача та JAMA, що надає засоби роботи з матрицями.

Для системи в ході роботи було впроваджено динамічну перевірку узгодженості матриці попарних порівнянь під час її заповнення та всі чотири методи знаходження векторів пріоритетів (рисунок 3.2), розглянутих у другому розділі роботи, а саме:

- Суми за рядками
- Суми за стовпцями
- Зворотні величини
- Середньо геометричні значення за рядком

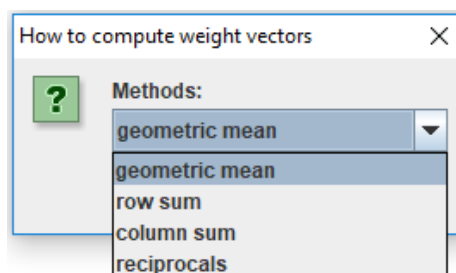


Рисунок 3.1 – Вікно вибору методу обрахунку вектору пріоритетів

Окрім того, було реалізовано автоматичну перевірку узгодженості для експертних суджень в ході здійснення попарних порівнянь, за формулою

відношення індексу узгодженості поточної матриці попарних порівнянь до випадкового індексу для матриці поточної розмірності.

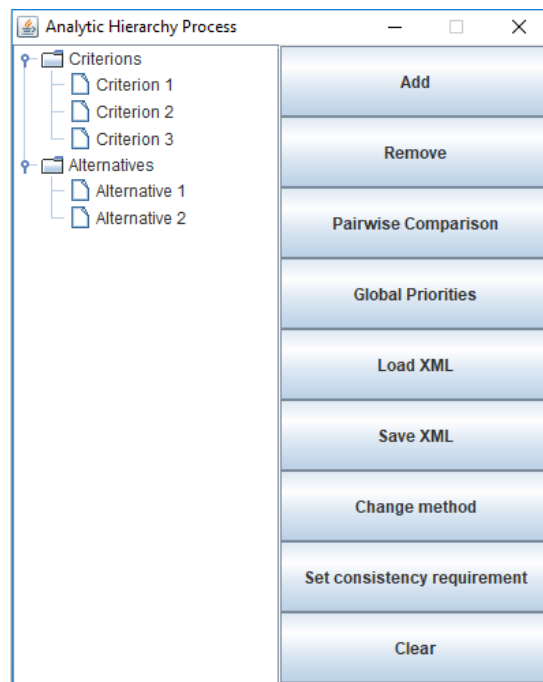


Рисунок 3.2 – Початкове вікно програми

Схема поточної ієрархії проблеми, що зображено на лівій частині рисунку 3.2, представлена у вигляді дерева, в якому є два основних піддерева: критеріїв та альтернатив. При додаванні нових чи видалення вже наявних елементів проблеми, зміни в структурі ієрархії миттєво відображаються на графічному її відтворенні. Імена критеріїв та альтернатив можна змінювати вручну шляхом подвійного натиснення мишею на елемент, назва якого потребує зміни і введенні нового імені.

Попередньо реалізованими в системі вже є опції додавання нових критеріїв та альтернатив, видалення вже наявних, здійснення попарних порівнянь критеріїв та альтернатив відносно кожного критерію, збереження поточної схеми у файл або підвантаження вже наявної з файлу, задання бажаного рівню узгодженості системи (від 0 до 1), видалення всіх критеріїв та альтернатив та задання методу обрахунку вектору пріоритетів. Повний перелік

цих опцій можна побачити на правій панелі вікна програми, зображеного на рисунку 3.2.

Порівняння елементів ієрархії здійснюється в функційній одиниці системи під назвою “Pairwise Comparison” і виконується шляхом поступового надання відносних ваг елементам відповідної групи – відповідно критеріям або альтернативам. При натисненні мишею на корінь дерева критеріїв та обранні опції “Pairwise Comparison” буде здійснено попарне порівняння всіх критеріїв ієрархії (рис. 3.3).

При натисненні на певний конкретний критерій та обрання тієї ж опції буде здійснено попарне порівняння всіх альтернатив відносно цього критерію (рис 3.4).

В процесі попарного порівняння елементів здійснюється динамічна перевірка узгодженості матриці попарних порівнянь, що утворюється в процесі.

Якщо рівень узгодженості поточної матриці є достатнім, тобто таким, що задовольняє заданому користувачем рівню узгодженості, то відношення узгодженості буде підсвічено зеленим кольором, в іншому випадку – червоним.

Варто додати, що вікно попарних порівнянь у випадку порівняння критеріїв має дві панелі: на першій висвітлено глобальні пріоритети критеріїв, а метод, яким їх було здобуто, а на другій – альтернатив.

The screenshot shows a 'Pairwise Comparison' window with a table of comparisons and a summary panel on the right.

Comparison	Value
Compare Criterion 1 to Criterion 2	2,000
Compare Criterion 1 to Criterion 3	4,000
Compare Criterion 2 to Criterion 1	0,500
Compare Criterion 2 to Criterion 3	2,000
Compare Criterion 3 to Criterion 1	0,250
Compare Criterion 3 to Criterion 2	0,500

Summary Panel:

- Consistency Index: 0,000
- Random Index: 0,580
- Consistency Ratio: 0,000 (highlighted in green)
- Method used: Geometric Mean
- Criterion 1: 0,333
- Criterion 2: 0,333
- Criterion 3: 0,333
- Alternative 2: 0,500
- Alternative 1: 0,500

Рисунок 3.3 – Вікно попарних порівнянь критеріїв

В разі порівняння альтернатив відносно обраного критерію користувач нарівні з інформацією про узгодженість суджень може ознайомитись з показниками локальних пріоритетів альтернатив.

The 'Pairwise Comparison' window displays the results of comparing two alternatives. The left pane shows two comparison sections: 'Compare Alternative 1 to Alternative 2' with a value of 2,000, and 'Compare Alternative 2 to Alternative 1' with a value of 0,500. The right pane shows calculated metrics: Consistency Index (0,000), Random Index (1,000), and Consistency Ratio (0,000, highlighted in green). Below these, the 'Method used' is 'Geometric Mean', and the final priorities are listed: Alternative 1 (0,667) and Alternative 2 (0,333).

Metric	Value
Consistency Index	0,000
Random Index	1,000
Consistency Ratio	0,000
Method used	Geometric Mean
Alternative 1	0,667
Alternative 2	0,333

Рисунок 3.4 – Вікно попарного порівняння альтернатив відносно критерію

Порівнявши всі елементи ієрархії користувач може отримати результат процесу – оптимальне рішення до поставленої проблеми, що складається з назви найкращої альтернативи та її глобального пріоритету (рис. 3.5).

The 'Global Ranks' window displays the final results of the hierarchy analysis. It shows two ranked alternatives: 1) Alternative: Alternative 1 with priority: 0,590 (highlighted in green), and 2) Alternative: Alternative 2 with priority: 0,410.

Rank	Alternative	Priority
1)	Alternative: Alternative 1	0,590
2)	Alternative: Alternative 2	0,410

Рисунок 3.5 – Вікно перегляду результуючих глобальних пріоритетів

Оскільки програмного забезпечення з використання методу аналізу ієрархій не є легкодоступним та безкоштовним, подібна розробка може суттєво підвищити зручність роботи з методом аналізу ієрархій.

3.2. Застосування методу аналізу ієрархій для обрання пацієнтів з COVID-19 для госпіталізації.

Ідея застосування методу аналізу ієрархій для вирішення проблем в галузі медицини не є новизною.

2015 року група дослідників у своїй праці, спрямованій на дослідження історії застосування методу аналізу ієрархій для вирішення задач в галузі медицини з'ясували, що лише протягом п'ятирічного проміжку з 2010 по 2015 рік до академічного доробку було запропоновано понад 120 статей, спрямованих на вирішення самих таких проблем [15].

Більше половини з них, 51%, містили три рівня ієрархії, 23% - лише дві, 21% - чотири, 5% - п'ять або більше (рис. 3.6). В середньому, ієрархічні структури, запропоновані в цих дослідженнях містили 19,76 елементів. На другому рівні більшість дослідників використовували від одного до п'яти критеріїв, та від одинадцяти до двадцяти альтернатив.

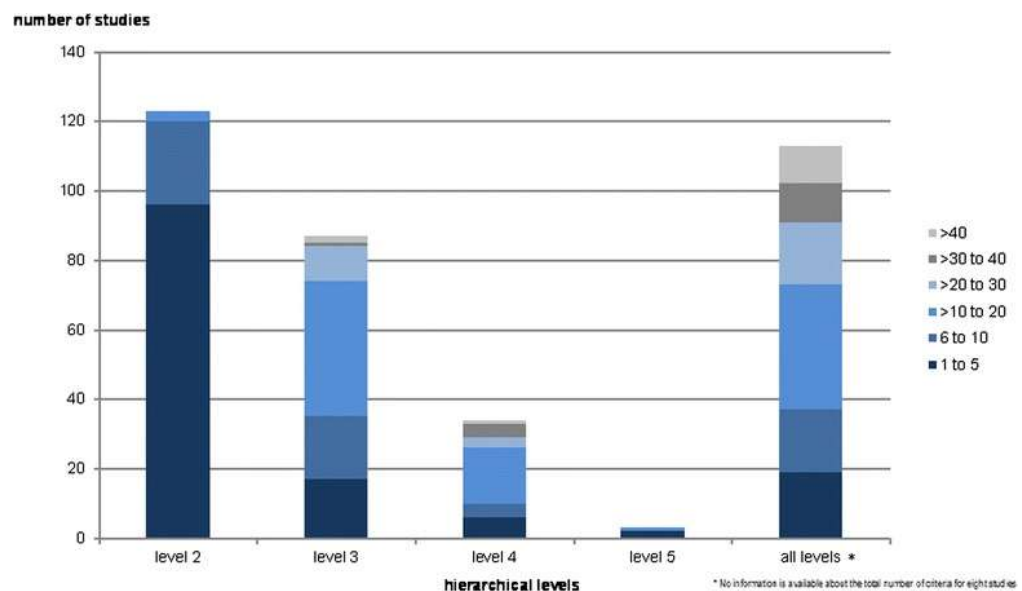


Рисунок 3.6 – розподіл кількості елементів на кожному з рівнів досліджених ієрархій.

Застосування метод аналізу ієрархій в медицині не виникає подиву, адже МАІ – це простий для розуміння інструмент для вирішення нових та малодосліджених проблем, де велика роль відводиться судженням експертів, та який уможлиблює опрацювання нечіткої інформації.

Само тому варто розглянути можливість його застосування для вирішення гострої та нагальної проблеми обрання пацієнтів з Covid-19 для їхньої подальшої госпіталізації.

Як відомо, нині в певних регіонах світу та, зокрема, України виникає нестача ліжокмісць для забезпечення ними усіх хворих на Covid-19[16]. Тому життєво необхідно вчасно та якісно визначити тих пацієнтів, які з більшою ймовірністю в майбутньому потребуватимуть невідкладної допомоги лікарів, і провести їхню госпіталізацію.

Оскільки дослідження цієї хвороби перебуває ще на зародковій стадії, вчені ще не дійшли консенсусу стосовно того переліку симптомів, які слід вважати критичними та загрозливими для життя пацієнта.

За таких умов невизначеності доречно буде застосувати метод, який для отримання оптимального рішення дозволяє певну свободу в трактуванні елементів проблеми і спирається на суб'єктивні судження експертів – метод аналізу ієрархій.

До множини критеріїв можна додати перелік загальноприйнятих на даний момент факторів ризику, які підвищують ймовірність важкого перебігу хвороби[17]: вік пацієнта, його вагу, наявність інших хвороб, температуру тіла та рівень кисню в крові (рис. 3.7).

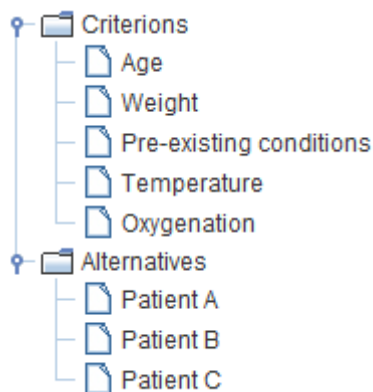


Рисунок 3.7 – Набір можливих критеріїв та альтернатив

Після цього, на розсуд лікаря чи групи лікарів має бути відведено проведення попарних порівнянь цих критеріїв, наприклад так, як це показано на рисунку 3.8. Зазначимо, що по завершенню процесу попарного порівняння можна одразу побачити відносні ваги критеріїв.

Варто додати, що якщо судження експертів різняться, то є сенс застосувати груповий варіант прийняття рішення метод аналізу ієрархій, описаний в попередньому розділі роботи.

Comparison	Value
Compare Age to Weight	0.500
Compare Age to Pre-existing conditions	0.166
Compare Age to Temperature	0.166
Compare Age to Oxygenation	0.200
Compare Weight to Age	2.000
Compare Weight to Pre-existing conditions	0.200
Compare Weight to Temperature	0.200
Compare Weight to Oxygenation	0.166
Compare Pre-existing conditions to Age	6.000
Compare Pre-existing conditions to Weight	

Metric	Value
Consistency Index	0.078
Random Index	1.116
Consistency Ratio	0.070

Factor	Weight
Oxygenation	0.406
Temperature	0.307
Pre-existing conditions	0.183
Weight	0.060
Age	0.044

Patient	Score
Patient C	0.389
Patient B	0.381
Patient A	0.238

Рисунок 3.8 – Процес попарного порівняння критеріїв – факторів ризику

Після того як критерії порівняно та пріоритезовано, слід порівняти кожну альтернативу ієрархії, в даному випадку – реальних людей-пацієнтів, відносно кожного з критеріїв, після чого отримати конкретні результати щодо черговості госпіталізації кожного з них (рис. х).

Нехай в системі є три пацієнти:

- Пацієнт А – 70 років, 78 кг, серцева недостатність, 38 С, 93% кисню в крові
- Пацієнт Б – 40 років, 97 кг, побічних захворювання відсутні, 37,5 С, 88% кисню в крові
- Пацієнт С – 18 років, 65 кг, астма, діабет, 39 С, 97% кисню в крові

На рисунку 3.9 продемонстровано порівняння кожного з цих пацієнтів відносно вікового критерію, де на правій нижній панелі видно локальні критерії альтернатив відносно цього критерію, та метод обрахунку, який для їхнього знаходження застосовувався.

The 'Pairwise Comparison' window displays the following data:

Comparison	Value
Compare Patient A to Patient B	5,000
Compare Patient A to Patient C	8,000
Compare Patient B to Patient A	0,200
Compare Patient B to Patient C	3,000
Compare Patient C to Patient A	0,125
Compare Patient C to Patient B	0,333

Summary Metrics:

- Consistency Index: 0,022
- Random Index: 0,580
- Consistency Ratio: 0,038

Method used: Geometric Mean

Final Priorities:

- Patient A: 0,742
- Patient B: 0,183
- Patient C: 0,075

Рисунок 3.9 – Процес попарного альтернатив відносно факторів ризику

Здійснивши порівняння кожного пацієнта відносно всіх критеріїв, можна отримати глобальні пріоритети альтернатив (рис. 3.10), зробивши, таким чином, ґрунтовне і виважене рішення щодо вирішення поставленої проблеми.

The 'Global Ranks' window displays the following results:

- 1) Alternative: Patient C with priority: 0,389**
- 2) Alternative: Patient B with priority: 0,381**
- 3) Alternative: Patient A with priority: 0,230**

Рисунок 3.10 – Глобальні пріоритети альтернатив

РОЗДІЛ 4

ПЕРЕВАГИ ТА НЕДОЛІКИ МЕТОДУ АНАЛІЗУ ІЄРАРХІЙ

4.1. Переваги методу

Чи не найбільшою перевагою МАІ варто вважати відсутність обмежень щодо сфери його застосування. Так, в академічних бібліотеках доступними є численні статті щодо застосування МАІ в галузях медицини, політики, промислового виробництва, для прийняття особистих рішень. Метод аналізу ієрархій без перебільшення можна застосовувати для вирішення проблеми з будь-якої сфери життя, де необхідно обрати оптимальну альтернативу з множини наявних.

Іншою важливою перевагою метода є підтримка групового прийняття рішень. Як було зазначено в другому розділі роботи, МАІ надає механізми врахування думки декількох експертів для отримання консолідованої позиції експертної групи. Це можна зробити як шляхом усереднення окремих елементів в матриці попарних порівнянь, так і усередненням результуючих векторів локальних пріоритетів.

До того ж сам процес узгодження думок експертів сприяє обговоренню різних складових проблеми та пошуку істини по відношенню до проблеми та шляхів її вирішення в цілому.

Коли метод аналізу ієрархій лише зароджувався – існувало немало проблем, непідвладних йому. До них належали, зокрема, складні проблеми із двосторонніми впливами між альтернативами та критеріями, та проблеми, дані яких були нечіткими або неточними. Для їхнього вирішення були створені різновиди МАІ, удосконалені для успішного вирішення таких проблеми. Це, відповідно, МАМ та НМАІ, дослідження та розвиток яких продовжується й понині.

Окрім того, сам алгоритм порівняння атрибутів різних альтернатив в процесі пошуку оптимальної є природним та притаманним людині. Тому,

можна сказати, що МАІ – це формалізація інтуїтивного підходу людей до вирішення проблем прийняття рішень з багатьма критеріями. Це, у свою чергу, означає, що людина швидко зрозуміє суть роботи алгоритму та в неї не виникне дискомфорту при роботі з методом.

Процес структурування проблеми шляхом декомпозиції її на складові та побудови відповідної ієрархії, здійснення попарних порівнянь критеріїв та альтернатив неодмінно призведе до підвищення рівня розуміння суті проблеми та її складових особою, що приймає рішення.

До того ж МАІ робить значний рівень деталізації проблеми – аж до розбиття критеріїв на відповідні підкритерії, що лише додасть у рівні сприйняття ситуації.

Жоден інший мультикритеріальний метод прийняття рішень не має такого ж широкого вжитку як метод аналізу ієрархій. В неспроможності скласти справжню конкуренцію МАІ слід звинувачувати відносно невелику кількість наукових робіт, спрямованих на дослідження інших ММПП, меншу “природність” алгоритму та складність в застосуванні методу без спеціального програмного забезпечення.

Важливим фактором при дослідженні МАІ слід вважати емпірично доведену ефективність роботи методу. МАІ успішно застосовують на практиці починаючи з сімдесятих років минулого сторіччя. Автор теорії, Томас Сааті зокрема зазначав, що спочатку її застосовували для планування в непередбачуваних обставинах в Міністерстві Оборони США, пізніше – для аналізу та проектування шляхів розвитку країн Африки, таких як Судан та Єгипет, для аналізування конфлікту в Північній Ірландії тощо. Сам факт того, що метод аналізу ієрархій не втратив у своїй вживаності з того часу свідчить про те, що ця методика вирішення мультикритеріальних проблем прийняття рішень є ефективною[4].

Варто додати, що особи, які приймають рішення за допомогою МАІ, в абсолютній більшості випадків погоджуються з результатами, отриманими внаслідок застосування методу.

Важко було б уявити метод аналізу ієрархій без перевірки узгодженості матриці попарних порівнянь критеріїв та альтернатив. Це – невід’ємна складова методу, основа коректності отриманих результатів. Процедура є простою і не вимагає від особи, яка приймає рішення ґрунтовних додаткових знань.

Зручною особливістю методу аналізу ієрархій є те, що всі необхідні обрахунки, такі як заповнення матриць попарних порівнянь та перевірка їхньої узгодженості можна здійснити навіть засобами Microsoft Excel. В той час як інші ММПП нерідко потребують конкретного спеціалізованого програмного забезпечення, МАІ, завдяки своїй простоті, може використати пересічний користувач персонального комп’ютера.

Звісно, для МАІ також існує різне програмне забезпечення, розроблено конкретно для роботи з методом та його різновидами: Super Decisions, Expert Choice тощо.

Як було розглянуто в другому розділі, в МАІ існують чотири способи отримання власного вектора пріоритетів, а саме: “Суми за рядками”, “Суми за стовпцями”, “Зворотні величини”, “Середні геометричні значення за рядком”. Зручність полягає в тому, що забувши про один з цих методів, особа, яка приймає рішення, може скористатися іншим.

Гнучкість методу в контексті можливості додавання до вже наявної ієрархії нових критеріїв та альтернатив – теж перевага методу. Хоч цей процес, як буде зазначено далі в роботі, і не є бездоганим через те, що інколи його супроводжує феномен реверсу рангів; втім, підтримка таких опцій є безумовно позитивним атрибутом методології.

Роками опрацьована та відточена фундаментальна шкала значень, яку використовують в процесі заповнення матриці попарних порівнянь та загалом порівняльного оцінювання елементів ієрархії зарекомендувала себе як ефективний інструмент для відносно точної пріоритезації критеріїв та альтернатив структури.

Не буде помилкою вважати, що МАІ став перший в історії методом прийняття рішень, який уможливив процес прийняття рішень, враховуючи як суб’єктивні оцінки експертів так і об’єктивні оцінки вимірювань, як кількісну,

числову інформацію, так і якісну, записану у формі так званих лінгвістичних змінних. Так, для прийняття рішень можна повноцінно використати усю наявну інформацію про досліджувану систему і це, безумовно, є перевагою методу.

4.2. Недоліки методу

Згадуючи недоліки методу, одразу варто підкреслити те, що суттєвою складністю, пов'язаною зі створенням критеріальної сітки в методі аналізу ієрархій є динамічне підтримання її узгодженості.

Таким чином експерт на етапі здійснення попарних порівнянь елементів ієрархічного рівня, має тримати в голові не лише тривіальні зворотні відношення пар елементів (якщо відношення А до Б дорівнює трьом, то значення оберненого відношення між цими елементами має становити одну третю), але й системну транзитивність усієї сукупності елементів (якщо відношення А до Б складає три, а Б до С - два, то відношення А до С має дорівнювати шести). Очевидно, що складність підрахунків зростає зі зростанням кількості критеріїв, наявних у даній проблемі.

Слід зауважити, що метод аналізу ієрархій надає інструментарій для подальшої перевірки узгодженості матриці попарних порівнянь, а саме так званий підрахунок індексу узгодженості матриці попарних порівнянь. Втім, в разі коли відповідне відношення буде незадовільним, експерту доведеться наново співвідносити усі елементи ієрархічного рівня. За умов реальних, складних, багатофакторних задач, коректування подібних прорахунків може розтягтися впродовж тривалого проміжку часу.

На відміну від звичайного МАІ, застосування МАМ не є можливим без використання програмного забезпечення, розробленого конкретно для цієї задачі. Постійне врахування зв'язків між всіма компонентами мережі зі змінними впливами одних елементів на інші – занадто складна задача для неспеціалізованого програмного забезпечення.

Втім, як було зазначено раніше, подібне програмне забезпечення існує, але потребує певні додаткові знання стосовно принципів його роботи.

Хоч в МАІ й існує підтримка групового прийняття рішень, проте в межах методу не визначено інструменту, який би уможлиблював диференціювання експертів в залежності від рівня їхніх знань та досвіду. Небажаним результатом цього може стати ситуація, коли більш обізнаний експерт матиме такий же вплив на ранжування елементів ієрархії, як і менш обізнаний, що, у свою чергу, негативно відобразиться на результаті усього процесу прийняття рішень і зменшить ймовірність обрання оптимальної альтернативи, оскільки судження менш досвідченого експерта може бути менш точним.

Аби уникнути подібного розвитку подій, можна ввести додатковий показник - коефіцієнт важливості експерта. Чим вищий рівень знань та авторитету експерта – тим більше значення коефіцієнту. На значення цього коефіцієнта можна множити кожне значення з відповідної матриці попарних порівнянь кожного окремого експерта, після чого знаходити середнє арифметичне з матриць усіх експертів.

Більш того, подібний коефіцієнт можна отримати засобами самого метода аналізу ієрархій, де кожен експерт буде виступати альтернативою, а роль критеріїв відіграватимуть характеристики експертів, такі як, скажімо, досвід чи наукове звання.

В цьому контексті також варто зазначити ще одну традиційно складну складову процесу прийняття рішення методом аналізу ієрархій - робота з підбору експертної групи для створення критеріальної сітки та заповнення матриці попарних порівнянь. По-перше, експертів не всіх галузей можна залучити до вирішення проблем. Причина цьому може полягати хоча б у територіальній недоступності експертів з бажаним рівнем компетенції та кваліфікації. По-друге, навіть якщо експертна група підібрана – на їхню роботу може бути витрачено значний час та кошти без жодної гарантії по-справжньому якісного результату.

З великого проміжку часу, який експерти зазвичай витрачають на створенні ієрархії та всіх її підструктур впливає ще один недолік методу – неможливість вирішення проблем, які вимагають миттєвого втручання.

Судження, що інструментарій, який надає МАІ для перевірки узгодженості значень в матриці попарних порівнянь є достатнім та надійним засобом захисту від некомпетентності експерта є помилковим.

По-перше, факт узгодженості матриці попарних порівнянь не нівелює ту можливість, що вся система суджень експерта є узгоджено помилковою і що він мислить когерентними, але хибними категоріями. В такому разі відношення узгодженості відповідних матриць може бути задовільним, але при цьому в результаті буде обрано об'єктивно неоптимальну альтернативу.

По-друге, в МАІ не існує перевірки правильності обраних експертом для вирішення даної задачі критеріїв. Критеріальна сітка для вирішення задачі має бути з одної сторони такою, за допомогою якої можна повноцінно змодельовати проблему, але з іншої – вона не має бути надлишковою, адже це суттєво збільшить часові витрати на використання методу для вирішення заданої проблеми.

Навіть якщо кількість та якість підібраних під проблему критеріїв є оптимальною, це не зводить нанівець потенційну складність процесу здійснення попарних порівнянь структурних елементів різних рівнів ієрархії. На практиці вкрай нечасто можна зустріти проблеми, які обмежені декількома критеріями та альтернативами. Насправді, критеріїв, підкритеріїв та альтернатив вирішення проблеми можуть бути десятки і, очевидно, час на порівняння кожної пари елементів зростає зі збільшенням числа компонентів в системі і може сягати суттєвих значень $(n(n-1)/2)$, де n – кількість порівнюваних елементів [18].

Тому, не виникає подиву, що деякі дослідники вважають сам механізм попарності порівнянь в МАІ дещо штучним[19].

Критикують також фундаментальну шкалу значень, яку застосовують в процесі попарних порівнянь критеріїв та альтернатив. Основною претензією з боку вчених до неї полягає в тому, що іноді її засобами неможливо абсолютно

точно передати перевагу одного елементу над іншим, оскільки вона обмежена значенням “дев’ять”. Натомість, може статися, що альтернатива А точно в 20 разів важливіша за альтернативу В[18]. В МАІ така перевага буде відображена із дещо втраченою точністю розміру переваги.

На рисунку 4.1 можна побачити матрицю попарних порівнянь і пріоритети трьох довільних елементів А, В і С, де А переважає В рівно в 20 разів.

	А	В	С	Пріоритети
А	1	20	5	0,81
В	1/20	1	1/3	0,05
С	1/5	3	1	0,15

Рисунок 4.1 – Перша матриця попарних порівнянь елементів

На рисунку 4.2 можна побачити матрицю попарних порівнянь тих же трьох елементів, з різницею в тому, що тепер елемент А переважає елемент В в дев’ять разів – саме такою є максимальна перевага одного елемента над іншим згідно з фундаментальною шкалою значень в МАІ. Як бачимо, різниця в пріоритетах є достатньо значною.

	А	В	С	Пріоритети
А	1	9	5	0,75
В	1/9	1	1/3	0,07
С	1/5	3	1	0,18

Рисунок 4.2 – Друга матриця попарних порівнянь елементів

Іншою причиною критики фундаментальної шкали значень стало те, що неочевидною є різниця між двома граничними значеннями переваги елемента, як то різниця між перевагою з силою “три” та “чотири”.

Головним же недоліком методу аналізу ієрархій був і залишається вже згаданий в першому розділі роботи феномен реверсу рангів. Він полягає в тому,

що інколи після додавання елемента до групи елементів ієрархічного рівня або видалення елемента з такої групи кардинально змінюються ранги цих елементів.

У захист МАІ варто ще раз зазначити, що реверс рангів не є характерною ексклюзивною особливістю саме МАІ, а зустрічається і при використанні інших ММПР.

Нехай є три рівноцінних критерії К1, К2 і К3, тобто пріоритет кожного з них становить рівно $1/3$. Також є три альтернативи А, В, С з відповідними матрицями попарних порівнянь відносно кожного з критеріїв (рис. 4.3)[20].

К1	А	В	С	П	ЗвП	Локальні пріоритети
А	1,00	0,11	1,00	0,11	0,48	0,09
В	9,00	1,00	9,00	81,00	4,33	0,82
С	1,00	0,11	1,00	0,11	0,48	0,09
					5,29	

К2	А	В	С	П	ЗвП	Локальні пріоритети
А	1,00	9,00	9,00	81,00	4,33	0,82
В	0,11	1,00	1,00	0,11	0,48	0,09
С	0,11	1,00	1,00	0,11	0,48	0,09
					5,29	

К3	А	В	С	П	ЗвП	Локальні пріоритети
А	1,00	0,89	8,00	7,11	1,92	0,44
В	1,13	1,00	9,00	10,13	2,16	0,50
С	0,13	0,11	1,00	0,01	0,24	0,06
					4,33	

Рисунок 4.3 – Початкові матриці попарних порівнянь альтернатив

За таких умов, в результаті ранжування альтернатив, на першому місці буде альтернатива В, на другому – А, на третьому – С (рис. 4.4).

	Глобальні пріоритети	Ранг
А	0,451	2
В	0,470	1
С	0,079	3

Рисунок 4.4 – Початкове ранжування альтернатив

Тепер до списку альтернатив додамо нову альтернативу D, яка є точною копією вже наявної B і ще раз обрахуємо локальні пріоритети кожної з альтернатив (рис. 4.5).

K1	A	B	C	D	П	$\sqrt[4]{VП}$	Локальні пріоритети
A	1,00	0,11	1,00	0,11	0,01	0,23	0,03
B	9,00	1,00	9,00	1,00	81,00	4,33	0,47
C	1,00	0,11	1,00	0,11	0,01	0,23	0,03
D	9,00	1,00	9,00	1,00	81,00	4,33	0,47
						9,12	

K2	A	B	C	D	П	$\sqrt[4]{VП}$	Локальні пріоритети
A	1,00	9,00	9,00	9,00	729,00	9,00	0,86
B	0,11	1,00	1,00	1,00	0,11	0,48	0,05
C	0,11	1,00	1,00	1,00	0,11	0,48	0,05
D	0,11	1,00	1,00	1,00	0,11	0,48	0,05
						10,44	

K3	A	B	C	D	П	$\sqrt[4]{VП}$	Локальні пріоритети
A	1,00	0,89	8,00	0,89	6,32	1,85	0,29
B	1,13	1,00	9,00	1,00	10,13	2,16	0,34
C	0,13	0,11	1,00	0,11	0,00	0,12	0,02
D	1,13	1,00	9,00	1,00	10,13	2,16	0,34
						6,29	

Рисунок 4.5 – Матриці попарних порівнянь альтернатив, отримані після додавання копії альтернативи

Як можна побачити з наново порахованих локальних пріоритетів, ранжування локальних пріоритетів альтернатив залишається стійким, проте значення суттєво змінюються.

	Глобальні пріоритети	Ранг
A	0,394	1
B	0,288	2-3
C	0,030	4
D	0,288	2-3

Рисунок 4.6 – Принципово змінене ранжування альтернатив

Знову обрахувавши глобальні пріоритети, бачимо кардинальну зміну в ранжуванні альтернатив: на перше місце виходить альтернатива А, яка раніше посідала друге місце (рис. 4.6). Альтернатива В і її точна копія – альтернатива D відходять на друге місце. Це прямо суперечить логіці, оскільки якщо альтернатива В є кращою за А відносно усталених критеріїв, то жоден набір альтернатив, до яких вони надходять, не мав би цей факт змінити.

В цьому, власне, і полягає суть феномену реверсу рангів. Більш того, його можна спостерігати не лише при додаванні точної копії альтернативи.

Так, з наступного прикладу видно, що альтернатива D вже дещо відрізняється від альтернативи В (рис. 4.7).

K1	A	B	C	D	П	$\sqrt[4]{\Pi}$	Локальні пріоритети
A	1,00	0,11	1,00	0,13	0,01	0,24	0,03
B	9,00	1,00	9,00	1,00	81,00	4,33	0,47
C	1,00	0,11	1,00	0,13	0,01	0,24	0,03
D	8,00	1,00	8,00	1,00	64,00	4,00	0,44
						8,81	

K2	A	B	C	D	П	$\sqrt[4]{\Pi}$	Локальні пріоритети
A	1,00	9,00	9,00	8,00	648,00	8,65	0,83
B	0,11	1,00	1,00	2,00	0,22	0,61	0,06
C	0,11	1,00	1,00	2,00	0,22	0,61	0,06
D	0,13	0,50	0,50	1,00	0,03	0,31	0,03
						10,18	

K3	A	B	C	D	П	$\sqrt[4]{\Pi}$	Локальні пріоритети
A	1,00	0,89	8,00	0,78	5,53	1,77	0,28
B	1,13	1,00	9,00	3,00	30,38	3,12	0,50
C	0,13	0,11	1,00	2,00	0,03	0,30	0,05
D	1,29	0,33	0,50	1,00	0,21	0,60	0,10
						5,79	

Рисунок 4.7 – Матриці попарних порівнянь альтернатив, отримані після додавання альтернативи D

Втім, феномен реверсу рангів з'являється все одно і А знову, всупереч логіці, випереджає альтернативу В (рис. 4.8).

	Глобальні пріоритети	Ранг
A	0,379	1
B	0,343	2
C	0,044	4
D	0,188	3

Рисунок 4.8 – Принципово змінене ранжування альтернатив

Для повноти картини варто продемонструвати, що реверс рангів іноді стається і в разі видалення альтернативи.

	Матриця рішень		Локальні пріоритети за критеріями		Глобальні пріоритети	Ранг
	K1	K2	K1 = 0,3	K2 = 0,7		
A	57,00	3,00	0,57	0,30	0,381	1
B	33,00	4,00	0,33	0,40	0,379	2
C	10,00	3,00	0,10	0,30	0,240	3

Рисунок 4.9 – Ранжування альтернатив до видалення елемента С

Нехай маємо два критеріїв K1 і K2, з відповідними вагами 0,3 та 0,7. Маємо також три альтернативи A, B і C. Відповідні ваги кожної альтернативи відносно критеріїв, а також локальні, глобальні пріоритети та ранги альтернатив можна побачити на рис. 4.9.

Видалимо тепер альтернативу C і побачимо збереження ранжування альтернатив за локальними пріоритетами і зміну за глобальними, що, знову суперечить логіці (рис. 4.10).

	Матриця рішень		Локальні пріоритети за критеріями		Глобальні пріоритети	Ранг
	K1	K2	K1 = 0,3	K2 = 0,7		
A	57,00	3,00	0,63	0,43	0,490	2
B	33,00	4,00	0,37	0,57	0,510	1

Рисунок 4.10 – Ранжування альтернатив після видалення елемента С

Дієвим шляхом вирішенням проблеми реверсу рангів можна вважати фіксування множини критеріїв та альтернатив на початку процесу прийняття рішення. Хоч це і виступає всупереч концепції гнучкості ієрархії та дещо зводить нанівець перевагу методу, яка полягає в можливості динамічного

розширення або звуження структури проблеми, втім, якщо коректність результуючого ранжування альтернатив має ключове значення для особи, яка приймає рішення, то цей варіант вирішення проблеми варто взяти до уваги.

ВИСНОВКИ

В ході магістерської роботи було розглянуто засади та принципи ранжувальних та компенсаторних багатокритеріальних методів прийняття рішень задля контекстуалізації методу аналізу ієрархій в межах ММПП.

Проаналізовано історію та алгоритмічну складову методу аналізу ієрархій, його суть та такі різновиди, як нечіткий метод аналізу ієрархій, що уможливорює обробку нечіткої інформації, та метод аналізу мережі, який застосовують для вирішення складних багатокomпонентних проблем із двосторонніми впливами.

Спираючись на проведений аналіз, запропоновано програмну систему для застосування методу аналізу ієрархій, для якої розроблено чотири способи обрахунку вектору пріоритетів, а також динамічну перевірку узгодженості матриці попарних порівнянь по мірі її заповнення експертом або особою, що приймає рішення.

На основі програмної системи розроблено ієрархію та критеріальну сітку для використання МАІ з метою ранжування черги пацієнтів з COVID-19 на госпіталізацію.

Висновлено переваги та недоліки методу, зокрема проведено експерименти на підтвердження актуальності проблеми числової обмеженості шкали фундаментальних значень МАІ, що призводить до втрати точності результуючих векторів пріоритетів елементів рівня.

Також експериментально продемонстровано феномен, відомий в МПП як реверс рангів, що полягає в зміні ранжування елементів при додаванні чи видаленні елемента зі структури досліджуваної проблеми. Доведено, що в методі аналізу ієрархій він може виникнути при додаванні точної або приблизно точної копії елемента та при видаленні елемента. Для вирішення цієї проблеми запропоновано використовувати фіксований, заздалегідь визначений набір альтернатив та критеріїв ієрархії.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. What is MCDM / MCDA? [Електронний ресурс] // 1000 minds – Режим доступу до ресурсу: <https://www.1000minds.com/decision-making/what-is-mcdm-mcda>.
2. Турунтаев Л. П. Теория принятий решений / Л. П. Турунтаев. – ТОМСК: Томский межвузовский центр дистанционного образования, 2007. – 197 с.
3. Saaty T. Models, Methods, Concepts & Applications of the Analytic Hierarchy Process / T. Saaty, L. Vargas., 2001. – 346 с. – (International Series in Operations Research & Management Science; 175).
4. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий / Томас Саати. – Москва: «Радио и связь», 1993. – 278 с.
5. Goepel K. D. Comparison of Judgment Scales of the Analytical Hierarchy Process - A New Approach / Klaus Goepel. // World Scientific Publishing Company. – 2018. – С. 1–2.
6. Мічківський С. М. Системи та методи прийняття рішень: методичні вказівки / С. М. Мічківський, О. В. Прігунов, П. В. Римар. – Вінниця: ДонНУ імені Василя Стуса, 2019. – 76 с.
7. Кузнецова О. Б. РАСЧЕТ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ ОТ ВНЕДРЕНИЯ ИТПРОЕКТОВ [Електронний ресурс] / О. Б. Кузнецова, С. А. Шиманский // Мурманский государственный технический университет. – 2012. – Режим доступу до ресурсу: <https://studfile.net/preview/5851312/page:5/>.
8. Халин В. Г. Системы поддержки принятия решений / В. Г. Халин. – Москва: Юрайт, 2017. – 494 с.
9. Saaty T. Decision Making with the Analytic Network Process / T. Saaty, L. Vargas. – New York: Springer, 2013. – 363 с. – (Springer Science+Business

Media). – (International Series in Operations Research & Management Science; 195).

10. Саати Т. Л. Принятие решений при зависимостях и обратных связях. Аналитические сети / Томас Л. Саати. – Москва: ЛКИ, 2008. – 360 с.
11. Лабинский А. Ю. ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА АНАЛИТИЧЕСКИХ СЕТЕЙ [Электронный ресурс] / А. Ю. Лабинский, А. А. Козлов // Научно-аналитический журнал «Вестник Санкт-Петербургского университета Государственной противопожарной службы МЧС России». – 2018. – Режим доступа до ресурсу: <https://cyberleninka.ru/article/n/prinyatie-resheniy-s-pomoschyu-metoda-analiticheskikh-setey/viewer>.
12. Emrouznejad A. Fuzzy Analytic Hierarchy Process / A. Emrouznejad, W. Ho. – Boca Raton: CRC Press, 2017. – 430 с.
13. Глибовець М. М. Штучний Інтелект / М. М. Глибовець, О. В. Олецкий. – Київ: КМ Академія, 2002. – 366 с.
14. Płatek P. Analytic Hierarchy Process [Электронный ресурс] / Paweł Płatek. – 2017. – Режим доступа до ресурсу: https://github.com/GrosQuildu/agh_ahp.
15. Applying the Analytic Hierarchy Process in healthcare research: A systematic literature review and evaluation of reporting [Электронный ресурс] / [K. Schmidt, I. Aumann, I. Hollander та ін.] // US National Library of Medicine National Institutes of Health. – 2015. – Режим доступа до ресурсу: <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC4690361/>.
16. МОЗ ПОВІДОМИЛО, У ЯКОМУ РАЗІ ХВОРИМ НА COVID-19 ПОТРІБНА ГОСПІТАЛІЗАЦІЯ [Электронный ресурс] // <https://www.5.ua/>. – 2020. – Режим доступа до ресурсу: <https://www.5.ua/suspilstvo/moz-povidomylo-u-iakomu-razi-khvorym-na-covid-19-potribna-hospitalizatsiia-212208.html>.
17. PROMETHEE and AHP: The design of operational synergies in multicriteria analysis. Strengthening PROMETHEE with ideas of AHP / C. Macharis, J.

- Springael, K. De Brucker, A. Verbeke. // European Journal of Operational Research. – 2003. – №153. – С. 307-317
18. Goepel K. AHP/ANP application [Электронный ресурс] / Klaus Goepel. – 2011. – Режим доступа до ресурсу: https://bpmsg.com/wordpress/wp-content/uploads/2011/07/BPMSG_AHP_ANP.pdf.
19. On rank reversal in decision analysis / W. Ying-Ming, L. Ying. // Mathematical and Computer Modelling. – 2009. – С. 1221–1223.

Додаток А

Текст програми для знаходження векторів пріоритетів чотирма способами

```

public class ColumnSum implements PriorityVector {

    public Matrix getPriorityVector(AhpNode node) {
        Matrix matrix = node.getMatrix();
        int n = matrix.getRowDimension();
        double[] priority = new double[n];
        double[] columnSum = new double[n];
        double[] dividedColSum = new double [n];
        double allSum = 0;

        //calculating allSum
        for(int i = 0; i < n; i++) {
            for (int j = 0; j < n; j++) {
                columnSum[i] += matrix.get(j,i);
            }
            dividedColSum[i] = 1 / columnSum[i];
            allSum += dividedColSum[i];
        }

        //normalization
        for(int i = 0; i < n; i++) {
            priority[i] = dividedColSum[i] / allSum;
        }

        return new Matrix(priority, 1).transpose();
    }

    public String toString() {
        return "Column Sum";
    }
}

public class GeometricMean implements PriorityVector {
    public Matrix getPriorityVector(AhpNode node) {
        Matrix m = node.getMatrix();
        int n = m.getRowDimension();
        double[] priority = new double[n];
        double[] roots = new double[n];
        double[] product = new double[n];

        double rootSum = 0;

        //calculating rootSum
        for(int i = 0; i < n; i++) {
            product[i] = 1;
            for (int j = 0; j < n; j++) {
                product[i] *= m.get(i,j);
            }
            roots[i] = Math.pow(product[i], 1.0 / n);
            rootSum += roots[i];
        }

        //normalization
        for(int i = 0; i < n; i++) {
            priority[i] = roots[i] / rootSum;
        }
    }
}

```

```

        return new Matrix(priority, 1).transpose();
    }

    public String toString() {
        return "Geometric Mean"; }}

public class Reciprocals implements PriorityVector {

    public Matrix getPriorityVector(AhpNode node) {
        Matrix m1 = node.getMatrix();
        Matrix m2 = m1.copy();
        int n = m1.getRowDimension();
        double[] columnSum = new double[n];
        double[] newRowSum = new double[n];
        double[] priority = new double[n];

        //calculating each column sum
        for(int i = 0; i < n; i++) {
            for (int j = 0; j < n; j++) {
                columnSum[i] += m1.get(j,i);
            }
        }

        //calculating new matrix
        for(int i = 0; i < n; i++) {
            for (int j = 0; j < n; j++) {
                double newValue = m1.get(j,i) / columnSum[i];
                m2.set(j, i, newValue);
            }
        }

        //calculating new row sum
        for(int i = 0; i < n; i++) {
            for (int j = 0; j < n; j++) {
                newRowSum[i] += m2.get(i,j);
            }
        }

        //normalization
        for(int i = 0; i < n; i++) {
            priority[i] = newRowSum[i] / n;
        }

        return new Matrix(priority, 1).transpose();
    }

    public String toString() {
        return "Reciprocals";
    }
}

public class RowSum implements PriorityVector {

    public Matrix getPriorityVector(AhpNode node) {
        Matrix matrix = node.getMatrix();
        int n = matrix.getRowDimension();
        double[] priority = new double[n];
        double[] rowSum = new double[n];

```

```
double allSum = 0;

//calculating rowSum and allSum
for(int i = 0; i < n; i++) {
    for (int j = 0; j < n; j++) {
        rowSum[i] += matrix.get(i,j);
    }
    allSum += rowSum[i];
}

//normalization
for(int i = 0; i < n; i++) {
    priority[i] = rowSum[i] / allSum;
}

return new Matrix(priority, 1).transpose();
}

public String toString() {
    return "Row Sum";
}
}
```

Додаток Б

Текст програми для перевірки узгодженості матриць попарних порівнянь.

```

public class ConsistencyIndex{
    static public double getCI(Matrix m) {
        int n = m.getRowDimension();
        double CI = (getLMax(m)-n)/(n-1);
        return Math.abs(CI);
    }

    public static double getLMax(Matrix m) {
        int n = m.getRowDimension();
        double[] priority = new double[n];
        double[] roots = new double[n];
        double[] product = new double[n];
        double[] jaVector = new double[n];
        double[] jaKaVector = new double[n];
        double jaKaSum = 0;
        double lMax = 0;

        double rootSum = 0;

        for(int i = 0; i < n; i++) {
            product[i] = 1;
            for (int j = 0; j < n; j++) {
                product[i] *= m.get(i,j);
            }
            roots[i] = Math.pow(product[i], 1.0 / n);
            rootSum += roots[i];
        }

        //normalization
        for(int i = 0; i < n; i++) {
            priority[i] = roots[i] / rootSum;
        }

        //calculating Ja vector
        for(int i = 0; i < n; i++) {
            for (int j = 0; j < n; j++) {
                jaVector[i] += priority[j] * m.get(i,j);
            }
        }

        //calculating Ja/Ka vector
        for(int i = 0; i < n; i++) {
            jaKaVector[i] = jaVector[i] / priority[i];
        }

        //calculating Ja/Ka sum
        for(int i = 0; i < n; i++) {
            jaKaSum += jaKaVector[i];
        }

        lMax = jaKaSum / n;

        return lMax;
    }
}

public class RandomIndex {

```

```
static double[] randIndices = {0, 0, 1, 0.5799, 0.8921, 1.1159, 1.2358, 1.3322,
1.3952, 1.4537, 1.4882, 1.5117, 1.5356, 1.5571, 1.5714, 1.5831};
```

```
public static double getRI(Matrix m) {
    int n = m.getRowDimension();
    if(n > 1 && n < 16) {
        return randIndices[n];
    } else if (n >= 16) {
        return 1.007*(getRI(n-1));
    }
    else {
        return 0;
    }
}

public static double getRI(int n) {
    if(n == 15) {
        return randIndices[n];
    } else if (n >= 16) {
        return 1.007*(getRI(n-1));
    }
    else {
        return 0;
    }
}
}
```

```
public class ConsistencyRatio{
```

```
static public double getCR(Matrix matrix) {
    return ConsistencyIndex.getCI(matrix)/RandomIndex.getRI(matrix);
}

}
```

Додаток С

Текст програми для виведення глобальних пріоритетів альтернатив.

```

class GlobalRanks extends JPanel {
    private JPanel globalRanks;
    private TreeNodeUI node;
    private PriorityMethod method;

    GlobalRanks(TreeNodeUI node, PriorityMethod method) {
        super(new BorderLayout());
        this.node = node;
        this.method = method;
        this.globalRanks = new JPanel(new GridLayout(0,1));
        getRanks();
        add(new JScrollPane(globalRanks));

        JFrame frame = new JFrame("Global Ranks");
        frame.setDefaultCloseOperation(JFrame.DISPOSE_ON_CLOSE);

        GlobalRanks newContentPane = this;
        frame.setContentPane(newContentPane);
        frame.setSize(new Dimension(500, 200));
        frame.setLocationRelativeTo(null);
        frame.setVisible(true);
        frame.setResizable(false);
    }

    private void getRanks() {

        Matrix ranks = node.getWeightsVector(method);
        ArrayList<String> alternatives = new ArrayList<>();

        for(int i = 0; i < node.getTree().getAlternativesRoot().getChildren().size();
i++) {
            TreeNode alt =
node.getTree().getAlternativesRoot().getChildren().get(i);
            alternatives.add(alt.getName());
        }

        Map<String, Double> res = new HashMap<>();

        for(int i = 0; i < alternatives.size(); i++) {
            res.put(alternatives.get(i).toString(), ranks.get(i, 0));
        }

        res = Tree.sortByValue(res);

        int len = alternatives.size();
        String names [] = new String[len];
        Double val [] = new Double[len];

        names = res.keySet().toArray(new String[0]); // returns an array of keys
        val = res.values().toArray(new Double[0]); // returns an array of values

        for (int i = 0; i < len; i++) {
            JTextField pair = new JTextField(i+1 + ") Alternative: " + names[i] + "
with priority: " + String.format("%.3f", val[i]));
            if(i == 0) {
                pair.setBackground(Color.GREEN);
            }
        }
    }
}

```

```
    }  
    pair.setFont(new Font("Serif", Font.BOLD, 20));  
    pair.setHorizontalAlignment(JLabel.CENTER);  
    pair.setEditable(false);  
    globalRanks.add(pair);  
  }  
}  
  
}
```