

Р. С. Яворський

Властивості періодичних біотопних просторів

 Національний університет «Кієво-Могилянська академія», Київ.

Означення 1. Супернатуральним числом, або числом Стейніца, називається формальний добуток $\prod_{p \in P} p^{k_p}$ де P — множина всіх простих чисел, $k_p \in N \cup \{0, \infty\}$ для всіх $p \in P$. Зауважимо, що довільне натуральне число є також супернатуральним.

Нехай $u \in \mathbb{SN}$ — деяке супернатуральне число. Нескінченну $\{0, 1\}$ -послідовність \mathbf{a} називатимемо u -періодичною, якщо мінімальний період цієї послідовності є дільником числа u .

Розглянемо конструкцію періодичного біотопного простору, що є узагальненням скінченних біотопних просторів, які було введено для потреб математичної біології в роботі [1]

Означення 2. u -періодичним біотопним простором $B(u)$ називається множина всіх u -періодичних $\{0, 1\}$ -послідовностей з заданою на ній метрикою d_B , що визначається рівністю для довільних u -періодичних послідовностей $x = (x_1, x_2, \dots)$ і $y = (y_1, y_2, \dots)$:

$$d(x, y) = \begin{cases} 0, & \text{якщо } x = y, \\ \left\{ \sum_{i=1}^n |x_i \oplus y_i| / \sum_{i=1}^n |x_i \vee y_i| \right\}, & \text{в іншому випадку,} \end{cases}$$

де n — спільний період послідовностей x і y .

Теорема 1. *Нехай $B(u)$ — періодичний біотопний простір. Тоді мають місце такі твердження:*

1. *Якщо u — натуральне число, то простір $B(u)$ ізометричний скінченному біотопному простору B_u .*
2. *Співвідношення $B(u) \subseteq B(v)$ виконується тоді і тільки тоді, коли $u|v$.*
3. *Простори $B(u)$, за відношенням включення утворюють решітку, яка ізоморфна решітці супернатуральних чисел відносно відношення подільності.*

[1] Marczewski F., Steinhaus H. *On certain distance of sets and the corresponding distance of functions* // Colloquium Mathematicum, 6, 1958, 319–327.

E-mail: ✉ romayavorskyi@gmail.com.