

**СТРАТЕГІЧНА ВЗАЄМОДІЯ ПРОВАЙДЕРІВ  
ДИФЕРЕНЦІЙОВАНИХ ІНТЕРНЕТ-ПОСЛУГ\***

**Ключові слова:** нейтральність мережі, модель Штакельберга, гіперболічна функція випадкового попиту, мотивація до інвестицій.

**Ключевые слова:** нейтральность сети, модель Штакельберга, гиперболическая функция случайного спроса, мотивация к инвестициям.

**Вступ**

З огляду на те, що обчислення та Інтернет-з'єднання стають технологіями і послугами загального призначення, спрямованими на широкі глобальні ринки, виникають питання ефективності таких ринків з точки зору суспільного добробуту [1], участі в них провайдерів диференційованих послуг [2–6] та кінцевих користувачів [1, 7]. Проект Iridium глобального зв'язку фірми Motorola завершився у 1990-х роках, вперше досягнувши мети технологічної спроможності такого зв'язку. Оскільки Інтернет-послуги характеризуються високою інноваційністю, диференційованістю та динамічністю, для них можна застосовувати відомі моделі диференційованих продуктів [8–10]. Проте функції попиту у таких моделях гіперболічні [11], а не лінійні. Крім того, подібні моделі стохастичні [12, 13] та включають провайдерів з різними способами конкуренції [14–17].

**Постановка проблеми**

В екосистемі Інтернету важливими є зв'язки між постачальниками Інтернет-послуг (Internet service providers — ISPs) як операторами телекомунікаційної мережі та провайдерами послуг контенту, особливо потужними провайдерами відеоконтенту, що передбачає високу пропускну здатність. Оскільки підвищення пропускну здатності потребує нових інвестицій у спроможність мережі, то мотивація до таких інвестицій має бути як у провайдерів відеоконтенту, так і у ISPs.

Мотивацію до інвестицій має визначати бізнес-модель, яка враховує ISPs у розподілі результуючих вигащів (основних грошових потоків). Розроблені засоби моделювання відповідних бізнес-моделей, де провайдер контенту (content provider — CP) має значну ринкову владу, показують, що для CP може бути прибутковим пропонувати платний перегляд контенту, передаючи до ISPs частину доходів від надання контенту і стимулюючи ISPs до розширення спроможностей [3–5]. Така ситуація можлива у випадку ефективних ISPs (з точки зору витрат на обслуговування і розширення) при невисокій невизначеності попиту та високій еластичності інноваційних послуг. Розроблена бізнес-модель може забезпечувати суттєві переваги всім основним учасникам екосистеми Інтернету — постачальникам мережі, провайдерам контенту і послуг, кінцевим користувачам. Крім того, постачальники і провайдери можуть надавати диференційовані послуги — від виключно послуг мережі до виключно послуг контенту.

Розроблені засоби [3–5] можуть застосовуватися до оцінювання параметрів угод між Netflix та Comcast, а також між Netflix і деякими ISPs Європи. Ці засоби також можуть застосовуватися для аналізу бізнес-моделей та економічних взаємозв'язків між CPs та постачальниками Інтернет-з'єднання.

---

\* Робота виконана за часткової підтримки Національного фонду досліджень України, проект «Аналітичні методи та машинне навчання в теорії керування і прийнятті рішень за умов конфлікту та невизначеності» (грант № 2020.02/0121).

© О.О. ГАЙВОРОНСЬКИЙ, В.М. ГОРБАЧУК, М.С. ДУНАЄВСЬКИЙ, 2021

При впровадженні послуг з великим контентом (наприклад, послуг, пов'язаних з відео) у швидких і мобільних мережах відбувається значне зростання трафіку, яке потребує більше інвестицій у мережеву інфраструктуру [18]. Цим скористалися, насамперед CPs, зокрема CPs у Мережах доставки контенту (Content Delivery Networks), які використовують перегляд контенту. Водночас бізнес-моделі були такими, що ускладнювали виграші ISPс при збільшенні попиту в мережі [19, 20], зокрема попиту на хмарні послуги. Ці бізнес-моделі можуть вести до нестачі інвестицій з боку ISPс та подальшого загального погіршення мережевої інфраструктури, а відтак — зменшення виграшів усіх учасників екосистеми Інтернету. Тому пропонується платний перегляд контенту, коли CPs діляться своїм доходом (від надання контенту) з відповідними ISPс [19, 20]. При цьому обмін Інтернет-трафіком можна трактувати як піринг (peering), тобто угоди і принципи, які регулюють обмін трафіком між різними мережами, які становлять Інтернет. Різні ISPс розглядають можливість впровадження стратегій, що порушують нейтральність мережі (рівноправну обробку ISP-пакетів даних від різних джерел), але дозволяють провайдерам збирати додаткові доходи шляхом диференціації абонплати відповідно до використання. Наприклад, компанія Deutsche Telekom розглядала таку диференціацію, що обмежуватиме використання відеосервісів від зовнішнього CP, а не від свого власного відеосервісу.

Вивчення економічних питань нейтральності мережі (network neutrality) [7, 21–24] було спрямовано на пошук аналітичних взаємозв'язків між різними параметрами Інтернет-екосистеми та ідентифікацію її учасників, які виграватимуть від порушень нейтральності мережі. Зосередимося на економічному взаємозв'язку між ISPс та CPs, щоб розробити засоби чисельного аналізу відповідних бізнес-моделей і стратегій. Крім того, дослідимо вплив невизначеності попиту на платний перегляд контенту, відштовхуючись від взаємозв'язку між монопольним CP та ISPс, де CP може приймати своє рішення про передачу частини доходу від надання свого контенту до ISP шляхом такого перегляду, а ISP приймає своє рішення.

Якщо станом на 2021 р. найбільшим джерелом зростання Інтернет-трафіку були відосервіси в реальному часі, то у майбутньому таким джерелом може стати Інтернет речей (Internet of Things, IoT) [25].

### Аналітична модель взаємодії провайдерів контенту та Інтернет-послуг

Для взаємодії CP та ISPс скористаємося моделлю Штакельберга [26], де лідер повідомляє своє рішення послідовнику, який оптимізує свою цільову функцію на основі отриманої інформації. Лідер приймає свої рішення, враховуючи таку поведінку послідовника. Для простоти почнемо з випадку єдиної послуги, а потім перейдемо до випадку кількох взаємозалежних послуг.

Нехай CP максимізує свій прибуток (profit) — дохід від надання контенту мінус частка платного перегляду з витратами, тобто

$$P_{CP} = [p(1-x) - c] E_{\omega} \min \{W_0 + W; D(p, \omega)\} - e E_{\omega} \max \{0; D(p, \omega) - W_0 - W\}, \quad (1)$$

де  $p$  — ціна (price) послуги,  $c$  — витрати (costs) на надання послуг,  $x$  — частка доходу CP, перерахована до ISP,  $W_0$  — існуюча спроможність мережі,  $W$  — можливе розширення спроможності,  $D(p, \omega)$  — (випадковий) попит на послугу за ціною  $p$  для випадкової величини  $\omega$ ,  $e$  — альтернативна вартість незадоволеного попиту,  $E_{\omega}$  — оператор математичного сподівання (expectation). Тут рішеннями CP є  $p$  та  $x$ , рішенням ISP є  $W$ , наслідком рішень користувачів послуги є

$D(p, \omega)$ ;  $c$ ,  $e$ ,  $W_0$  — параметри. Витрати CP складаються з двох частин — частини втраченого доходу (залежної від  $x$ ) від надання контенту і частини втраченої клієнтської вартості (залежної від  $e$ ) внаслідок клієнтського відтоку (churn) до іншого провайдера чи альтернативного задоволення попиту.

Припустимо, ISP максимізує свій прибуток — дохід від фіксованої абонплати від клієнтів плюс частка доходу CP перерахована до ISP через платний перегляд, мінус витрати на обслуговування і розширення мережі, тобто

$$P_{ISP} = C + p x E_{\omega} \min \{W_0 + W; D(p, \omega)\} - r W - q(W_0 + W), \quad (2)$$

де  $C$  — абонентська плата (вважаємо, що вся популяція користувачів підписана до Інтернету за фіксовану плату),  $r$  — витрати на одиницю розширення спроможності мережі,  $q$  — витрати на одиницю обслуговування спроможності мережі.

За емпіричними даними гіперболічна функція попиту на інформаційно-комунікаційні продукти та послуги має постійну еластичність  $\gamma$  відносно ціни [11]:

$$D = \frac{M}{p^{\gamma}},$$

де  $M$  — параметр популяції користувачів (доступного бюджету). Модифікуємо цю функцію таким чином:

$$D(p, \omega) = \frac{M(1 + \omega)}{(a + p)^{\gamma}}, \quad (3)$$

де  $a$  — альтернативна ціна, яка відіграє роль параметра стабілізації, що сповільнює зростання функції попиту для малих значень ціни  $p$ . Хоча всі параметри  $\gamma$ ,  $M$ ,  $a$  невизначені, враховуватимемо її тільки множником  $(1 + \omega)$ , де  $\omega$  — випадкова змінна з функцією  $H$  кумулятивного розподілу та щільністю  $h$ . Оскільки  $D(p, \omega) \geq 0$ , то  $\omega \geq -1$ .

Припустимо, що CP є лідером з ринковою владою у даній системі. Тоді рішення в системі приймаються у такій послідовності:

1) CP обирає ціну  $p$  послуги та частку  $x$  свого доходу від надання контенту, яка перераховуватиметься до ISP у рамках угоди про перегляд контенту;

2) користувачі, знаючи ціну  $p$ , формують попит на послугу за співвідношенням (3);

3) ISP, знаючи свою частку  $x$  і попит  $D(p, \omega)$  на послугу для випадкової змінної  $\omega$  з відомим розподілом  $H$ , приймає рішення про обсяг  $W$  розширення спроможності мережі, максимізуючи свій сподіваний прибуток (2);

4) CP, знаючи поведінку користувачів та ISP, обирає такі значення  $p$  та  $x$ , які максимізують сподіваний прибуток (1).

Використовуючи співвідношення (3) у цільовій функції (2), маємо

$$\begin{aligned} P_{ISP} &= C + p x E_{\omega} \min \{W_0 + W; D(p, \omega)\} - r W - q(W_0 + W) = \\ &= C + p x E_{\omega} \min \{W_0 + W; M(1 + \omega)(a + p)^{-\gamma}\} - (r + q) W - q W_0. \end{aligned}$$

Зазначимо, що обсяг продажів (sales) послуги становить

$$\begin{aligned} S &= E_{\omega} \min \{W_0 + W; M(1 + \omega)(a + p)^{-\gamma}\} = \\ &= E_{\omega} \{W_0 + W - [W_0 + W - M(1 + \omega)(a + p)^{-\gamma}]^+\} = \\ &= E_{\omega} \{W_0 + W\} - E_{\omega} \{[W_0 + W - M(1 + \omega)(a + p)^{-\gamma}]^+\}, \end{aligned}$$

де  $u^+ \equiv \max \{0; u\}$ . Для неперервної випадкової змінної  $y$ , яка має щільність  $h$  та кумулятивну функцію  $H$  розподілу, введемо функцію втрат

$$n(z) = E[(y - z)^+] = \int_z^{\infty} (y - z)h(y)dy = \int_z^{\infty} \bar{H}(y)dy,$$

де  $\bar{H}(z) = 1 - H(z)$  — доповнююча кумулятивна функція розподілу; введемо доповнюючу функцію втрат

$$\bar{n}(z) = E[(y - z)^-] = \int_{-\infty}^z (z - y)h(y)dy = \int_{-\infty}^z H(y)dy,$$

де  $u^- \equiv \left| \min \{0; u\} \right|$ . Звідси

$$\begin{aligned} \bar{n}(z) - n(z) &= \int_{-\infty}^z (z - y)h(y)dy - \int_z^{\infty} (y - z)h(y)dy = \int_{-\infty}^z zh(y)dy - \int_{-\infty}^z yh(y)dy - \\ &- \int_z^{\infty} yh(y)dy + \int_z^{\infty} zh(y)dy = \int_{-\infty}^{\infty} zh(y)dy - \int_{-\infty}^{\infty} yf(y)dy = z - E[y], \\ S(z) &= E[z] - n(z) = z - \bar{n}(z). \end{aligned}$$

З урахуванням формули Лейбніца, беремо похідну

$$n'(z) = \frac{\partial}{\partial z} \int_z^{\infty} \bar{H}(y)dy = -\bar{H}(z) = H(z) - 1,$$

звідки

$$\bar{n}'(z) = n'(z) + 1 - 0 = H(z),$$

$$S'(z) = 1 - n'(z) = 1 - H(z) = \bar{H}(z).$$

Враховуємо, що

$$S = E_{\omega} \{W_0 + W\} = E_{\omega} \{M(1 + \omega)(a + p)^{-\gamma}\}$$

при

$$W_0 + W = M(1 + \omega)(a + p)^{-\gamma},$$

$$z = \omega = \frac{(a + p)^{\gamma}}{M} (W_0 + W) - 1 = \frac{(a + p)^{\gamma}}{M} \left( W_0 + W - \frac{M}{(a + p)^{\gamma}} \right).$$

Звідси

$$S' = \bar{H} \left[ \frac{(a+p)^\gamma}{M} \left( W_0 + W^* - \frac{M}{(a+p)^\gamma} \right) \right].$$

Таким чином, функція  $P_{ISP}(W)$  максимізується по  $W \geq 0$  за умови

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{\partial P_{ISP}}{\partial W} = pxS' - r - q = \\ &px\bar{H} \left[ \frac{(a+p)^\gamma}{M} \left( W_0 + W^* - \frac{M}{(a+p)^\gamma} \right) \right] - r - q, \\ \frac{r+q}{px} &= \bar{H} \left[ \frac{(a+p)^\gamma}{M} \left( W_0 + W^* - \frac{M}{(a+p)^\gamma} \right) \right] = 1 - H \left[ \frac{(a+p)^\gamma}{M} \left( W_0 + W^* - \frac{M}{(a+p)^\gamma} \right) \right], \\ H \left[ \frac{(a+p)^\gamma}{M} \left( W_0 + W^* - \frac{M}{(a+p)^\gamma} \right) \right] &= 1 - \frac{r+q}{px}, \\ \frac{(a+p)^\gamma}{M} (W_0 + W^*) - 1 &= H^{-1} \left( 1 - \frac{r+q}{px} \right), \end{aligned}$$

де  $H^{-1}$  — обернена до  $H$  функція. Звідси аналітично отримуємо оптимальне рішення ISP у явному вигляді:

$$\begin{aligned} \frac{(a+p)^\gamma}{M} (W_0 + W^*) &= 1 + H^{-1} \left( 1 - \frac{r+q}{px} \right), \\ \frac{(a+p)^\gamma}{M} W^* &= \left[ 1 + H^{-1} \left( 1 - \frac{r+q}{px} \right) \right] - \frac{(a+p)^\gamma}{M} W_0, \\ W^*(p, x) &= \max \left\{ 0; \frac{M}{(a+p)^\gamma} \left[ 1 + H^{-1} \left( 1 - \frac{r+q}{px} \right) \right] - W_0 \right\}. \end{aligned} \quad (4)$$

Використовуючи співвідношення (3) і (4) в цільовій функції (1), СР максимізує по  $p \geq 0$ ,  $x \in [0, 1]$  свій прибуток:

$$\begin{aligned} P_{CP} &= [p(1-x) - c] E_\omega \min \{ W_0 + W^*(p, x); M(1+\omega)(a+p)^{-\gamma} \} - \\ &- eE_\omega \max \{ 0; M(1+\omega)(a+p)^{-\gamma} - W_0 - W^*(p, x) \}, \end{aligned} \quad (5)$$

знаходячи оптимальні значення

$$p^* = p^*(M, a, r, q, \gamma, c, e, W_0) \text{ та } x^* = x^*(M, a, r, q, \gamma, c, e, W_0)$$

за допомогою чисельних методів [27]. Отже, система, що функціонує на основі впорядкованих правил (кроків) 1)–4), автоматично визначатиме стратегічні значення  $p^*$ ,  $x^*$ ,  $W^*(p^*, x^*)$ .

### Чисельне моделювання взаємодії провайдерів диференційованих Інтернет-послуг

Чисельне моделювання функціонування цієї системи при різних значеннях параметрів  $(M, a, r, q, \gamma, c, e, W_0)$  дає попередні результати чисельних експериментів для важливих сценаріїв.

Сценарій платного перегляду контенту може бути вигідним для СР за умови, що ISP достатньо ефективний з точки зору витрат забезпечення мережі.

Значення  $P_{CP}(p)$  з необмеженою спроможністю  $W_0$  перевищує значення  $P_{CP}(p, x)$  з платним (paid) переглядом, яке перевищує значення  $P_{CP}(p, W_0)$  з обмеженою спроможністю  $W_0$  і вільним (free) переглядом [3–5]. Значення функцій  $P_{CP}(p)$ ,  $P_{CP}(p, x)$ ,  $P_{CP}(p, W_0)$  збігаються при досить високих цінах  $p$ , бо для задоволення попиту достатньо фактичної спроможності.

Максимум функції  $P_{CP}(p)$  досягається при ціні  $p_p$ , а максимум функції  $P_{CP}(p, W_0)$  — при ціні  $p_f > p_p$ . Максимум  $P_{CP}(p, x)$  при нижчій (lower) ціні  $p = p_L \in (p_p, p_f)$  має місце, коли для СР вигідно надавати платний перегляд контенту, стимулюючи попит низькою ціною, а також стимулюючи ISP до розширення спроможності, щоб задовольняти цей попит. Максимум  $P_{CP}(p, x)$  при вищій (higher) ціні  $p = p_H > p_L$  має місце, коли для СР не вигідно надавати платний перегляд контенту і СР надає лише вільний перегляд контенту; тому при досить високих цінах  $p$  залежність  $P_{CP}(p, x)$  збігається із залежністю  $P_{CP}(p, W_0)$ .

Якщо  $P_{CP}(p_L, x) > P_{CP}(p_H, x)$ , то для СР вигідно допускати платний перегляд. Водночас значення  $P_{ISP}(p, x)$  спадає при збільшенні ціни  $p$ , зменшенні попиту відповідно до співвідношення (3), зменшенні необхідної спроможності для задоволення цього попиту, зменшенні стимулювання з боку СР до розширення спроможності ISP. При досить високій пороговій (threshold) ціні  $p_T \in (p_L, p_H)$  для СР не вигідно надавати платний перегляд, а значення  $P_{ISP}(p, x)$  різко спадає до нуля. Проте перевага платного перегляду існує лише тоді, коли ISP є досить ефективним з точки зору витрат розширення та обслуговування мережі: при зменшенні ефективності ISP ціна  $p_L$  наближається до ціни  $p_H$ .

Можна показати, що більша невизначеність (дисперсія)  $\sigma$  попиту веде до більшої неохочності СР до ризику, зокрема ризику зниження ціни та пов'язаного ризику надання платного перегляду. При більшій  $\sigma$  СР намагається хеджувати більший ризик шляхом підвищення ціни  $p$  послуги. Тоді в силу співвідношення (3) зменшуються попит і його мінливість. При малих і середніх рівнях  $\sigma$  для СР вигідно використовувати платний перегляд, щоб стимулювати ISP до розширення спроможності мережі; при цьому значення  $P_{ISP}(p, x)$  є додатним і майже незмінним. При великих рівнях  $\sigma$  (при рівнях  $\sigma$  понад певний поріг) СР підвищує ціну  $p$  послуги, щоб обмежувати попит на існуючу спроможність мережі, таким чином позбавляючи ISP прибутку.

Прибуток  $P_{CP}(p)$  спадає при збільшенні  $\sigma$ . По-перше, підвищення ціни  $p$  для зниження ризику веде до зниження попиту та відповідного скорочення прибутку. По-друге, заданий попит з більшою мінливістю  $\sigma$  зменшуватиме прибуток CP, бо обслуговування однакової частки попиту потребуватиме від CP більшої спроможності; відповідно до співвідношення (1), обслуговування меншої частки попиту знижуватиме дохід від фактичного обсягу обслуговування і водночас штрафуватиметься з множителем  $e$ . При цьому потреба у більшій спроможності ( $W_0 + W$ ), відповідно до співвідношення (2), збільшуватиме прибуток ISP, а також віддача від інвестицій, вимірювана відношенням цього прибутку до витрат на розширення спроможності. Однак прибуток ISP збільшується лише при платному перегляді, а при переході на вільний перегляд відбувається різкий спад прибутку ISP і зменшення прибутку CP, уповільнене переходом у режим  $x = 0$ .

Покажемо, що перегляд контенту вигідний у випадку інноваційної послуги з високою еластичністю  $\gamma$  попиту. У галузі інформаційно-комунікаційних технологій ця еластичність може стосуватися взаємозв'язку між базовими, усталеними, традиційними послугами та інноваційними новими послугами. Ця еластичність низька для традиційних послуг, які задовольняють базові необхідні потреби комунікації: за багатьма літературними даними, для базової фіксованої мережевої телефонії еластичність дещо перевищує 1. Для нових інноваційних послуг, які служать індивідуальним потребам (наприклад, послуг відео на вимогу), еластичність може перевищувати 2.

Якщо CP надає базові послуги з еластичністю  $\gamma$  від низької до середньої, то встановлює порівняно високу ціну послуг. При такій еластичності немає потреби у платному перегляді, бо існуючої спроможності достатньо для надання цих послуг. Якщо еластичність послуги зростає, то її споживання стає більш дискреційним, а оптимальна ціна CP поступово спадає. Коли еластичність досягає певного порогу, то для CP стає вигіднішим надавати платний перегляд, щоб стимулювати ISP встановлювати більшу спроможність і діставати здатність істотно знижувати ціну для стимулювання попиту. Ціна  $p(\gamma)$  після істотного зниження повільно зменшуватиметься при зростанні  $\gamma$ .

Прибуток  $P_{ISP}(p, \gamma)$  істотно підвищується при досягненні згаданого порогу і повільно збільшуватиметься при подальшому зростанні  $\gamma$ .

Прибуток  $P_{CP}(p, \gamma)$  зменшується для еластичності на проміжку від 1 до згаданого порогу (від низької до середньої еластичності), бо зниження цін не компенсується достатнім збільшенням обсягу послуг, який залишається обмеженим встановленою потужністю  $W_0$  внаслідок відсутності стимулів для розширення спроможності ISP при вільному перегляді. Коли CP переходить до платного перегляду, то прибуток  $P_{CP}(p, \gamma)$  починає збільшуватися при зростанні еластичності  $\gamma$ , бо тоді стає доступною більша спроможність. При цьому прибуток  $P_{ISP}(p, \gamma)$  також збільшується при зростанні  $\gamma$ , але повільніше, ніж прибуток  $P_{CP}(p, \gamma)$ ; віддача від інвестицій ISP істотно зростає при досягненні згаданої порогової еластичності, але спадає при подальшому зростанні еластичності  $\gamma$  внаслідок потреби розширення встановленої спроможності.

Ефективність ISP вимірюється не лише віддачею на інвестиції, але і сумою  $(r + q)$  витрат на розширення та обслуговування мережі. У випадку ефективного ISP, з витратами  $(r + q)$  у діапазоні від малих до середніх значень, для CP вигідно переходити до платного перегляду. Коли витрати ISP на розширення мережі зростають, спадає відношення введеної ISP додаткової спроможності до доходу від надання контенту. Тоді CP може: збільшувати ціну  $p$  послуги, щоб зменшувати попит до меншої доступної спроможності; збільшувати частку  $x$  доходу CP, перераховану до ISP, щоб стимулювати ISP до розширення спроможності. Ці дії CP істотно знижуватимуть його прибуток.

Перейдемо до аналізу бізнес-моделі, де наданням контенту займається не лише CP, але й ISP, виходячи з кейсу Deutsche Telekom. Можна показати, що платний перегляд може бути вигідним як для CP, так і для ISP. Цей кейс стає викликом для нейтральності мережі.

Припустимо, ISP пропонує кілька послуг забезпечення Інтернетом, які відрізняються швидкостями з'єднання, тобто якістю досвіду (Quality of Experience — QoE) — мірою загального задоволення клієнтів телекомунікаційною послугою, які, насамперед, споживають відеопослуги з високими вимогами до пропускної здатності, маючи вказаний ліміт завантаження (download limit). Клієнти можуть мати також необмежений ліміт завантаження, але за вищою ціною. Крім того, ISP надає свою власну контент-послугу, конкуруючи з існуючим провайдером CP відеоконтенту, з необмежним лімітом завантаження. Тоді ISP порушуватиме принципи нейтральності мережі, бо по-різному обробляє потоки даних, генеровані подібними послугами різного походження. Подібна ситуація виникла, коли компанія Deutsche Telekom прийняла рішення про обробку своєї власної відеопослуги, конкуруючи, наприклад, з послугою YouTube від Google.

### Моделювання кількох диференційованих Інтернет-послуг

Перейдемо до трьох диференційованих послуг. Припустимо, на ринку пропонуються три послуги (services)  $s_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ , причому кожна має два компоненти — контент і підключення. Ці компоненти разом створюють QoE для кінцевого користувача. Якщо контент може надаватися як ISP, так і CP, то підключення — лише ISP.

Нехай послуга  $s_1$  має контент, наданий від CP і доступний для абонентів базового пакету Інтернет-підключення за фіксованою ціною  $C_1$  з високою швидкістю  $V_1$  до досягнення ліміту  $\bar{d}$  завантаження та низькою швидкістю  $V_2$  після досягнення цього ліміту.

Нехай послуга  $s_2$  має контент послуги  $s_1$ , наданий від CP і доступний для абонентів розширеного пакету Інтернет-підключення за фіксованою ціною  $C_2 > C_1$  з високою швидкістю  $V_1$  незалежно від обсягу завантаження.

Нехай послуга  $s_3$  має контент, наданий від ISP і доступний до абонентів базового пакету Інтернет-підключення за фіксованою ціною  $C_1$  з високою швидкістю  $V_1$  незалежно від обсягу завантаження.

Дослідимо попит абонента (клієнта) на ці послуги, наприклад, попит на окремі послуги  $s_2$  та  $s_3$ . Якщо  $p$  — ціна за одиницю контенту, вимірюваного пропускною здатністю, то нехай, подібно до згаданої гіперболічної функції (3) попиту на ці послуги



$$d_i = \frac{M}{(a+p)^{\gamma_i}}, \quad i = 2, 3, \quad (6)$$

де  $a$  — альтернативна вартість для клієнта, пов'язана із споживанням одиниці послуги,  $M$  — множник, пропорційний доходу клієнта. Припустимо, що більшому значенню  $\gamma_i$  відповідає вищий рівень QoE. Дійсно, при більшому  $\gamma_i$  споживання  $d_i$  зростає швидше зі зниженням ціни  $p$  послуги, а при  $p = 0$  та  $\gamma_2 > \gamma_3$  матимемо  $d_2 > d_3$  за умови  $a < 1$ . Тоді послуга  $s_2$  є привабливішою для споживачів, ніж послуга  $s_3$ . Вважатимемо, що QoE для послуги  $s_2$  є вищим, ніж для послуги  $s_3$ : ці послуги мають високу швидкість незалежно від обсягу завантаження, але контент  $s_2$  надається CP, а контент  $s_3$  надається ISP.

Оскільки при попиті нижче обсягу  $\bar{d}$  послуги  $s_1$  та  $s_2$  не відрізняються, то  $\gamma_1 = \gamma_{1H} = \gamma_2$  при досить низькому попиті:

$$d_1 = \frac{M}{(a+p)^{\gamma_{1H}}} \leq \bar{d}, \quad M \leq \bar{d}(a+p)^{\gamma_{1H}},$$

$$\frac{M}{\bar{d}} \leq (a+p)^{\gamma_{1H}}, \quad \left(\frac{M}{\bar{d}}\right)^{\frac{1}{\gamma_{1H}}} \leq a+p, \quad \left(\frac{M}{\bar{d}}\right)^{\frac{1}{\gamma_{1H}}} - a \leq p.$$

При попиті вище обсягу  $\bar{d}$  швидкість з'єднання послуги  $s_1$  спадає, знижуючи рівень QoE та зменшуючи еластичність  $\gamma_1$  попиту на цю послугу від вищого (higher) значення  $\gamma_1 = \gamma_{1H} = \gamma_2$  до нижчого (lower) значення  $\gamma_1 = \gamma_{1L} < \gamma_3 < \gamma_2 = \gamma_{1H}$ . Тоді

$$\left(\frac{M}{\bar{d}}\right)^{\frac{1}{\gamma_{1H}}} - a \geq p, \quad d_1 = \frac{M}{(a+p)^{\gamma_{1L}}} \geq \bar{d}, \quad \left(\frac{M}{\bar{d}}\right)^{\frac{1}{\gamma_{1L}}} - a \geq p.$$

На проміжку значень  $p$  від  $\left(\frac{M}{\bar{d}}\right)^{\frac{1}{\gamma_{1H}}} - a$  до  $\left(\frac{M}{\bar{d}}\right)^{\frac{1}{\gamma_{1L}}} - a$  обсяг попиту зростає від  $\bar{d} = \frac{M}{(a+p)^{\gamma_{1H}}}$  до  $d_1 = \frac{M}{(a+p)^{\gamma_{1L}}}$ .

Припустимо, абонент вибирає одну з послуг  $s_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ , виходячи з мікроекономічної теорії споживання та цін послуг. За цією теорією споживання послуги  $s_i$  пов'язується з індивідуальною функцією корисності  $\phi_i(p, d)$  абонента, який максимізує цю функцію, обираючи обсяг  $d$  споживання послуги при даній ціні  $p$  одиниці послуги. Для нейтрального до ризику споживача ця функція сепарабельна:

$$\phi_i(p, d) = \psi_i(d) - (a+p)d - C, \quad (7)$$

де  $\psi_i(d)$  — корисність споживання обсягу  $d$  послуги  $s_i$ ,  $(a+p)d$  — витрати такого споживання,  $C = C_i$  — абонентська плата. Функція попиту  $d_i(p) = d_i(p, C, M)$  є результатом максимізації функції  $\phi_i(p, d)$  відносно  $d$ . Тоді максимальна споживча корисність, пов'язана зі споживанням послуги  $s_i$  за ціною  $p$ , становить  $\beta_i(p) \equiv \phi_i(p, d_i(p))$ ,  $i = 1, 2, 3$ .

Звідси випливає правило споживання послуг абонентом, коли послуги  $s_1, s_2$  пропонуються за ціною  $p_1 = p_2$ , а послуга  $s_3$  — за ціною  $p_3$ : знайти послугу  $s_k$  таку, що  $\beta_k(p_k) \geq \beta_i(p_i)$ ,  $i = 1, 2, 3$ ; попит  $d_k$  на послугу  $s_k$  дорівнює  $d_k(p_1) = d_k(p_2)$  при  $k = 1, 2$  та  $d_k(p_3)$  при  $k = 3$ ; попит  $d_i$  на послугу  $s_i$  дорівнює 0 при  $i \neq k$ .

Для функції попиту (6) функція корисності (7) матиме вигляд

$$\phi_i(p, d) = \psi_i(d) - \frac{(a+p)M}{(a+p)^{\gamma_i}} - C = \psi_i(d) - (a+p)^{1-\gamma_i} M - C \geq 0,$$

звідки випливатиме обмеження абонплати (participation constraint)

$$\phi_i(p, d) - \psi_i(d) + (a+p)^{1-\gamma_i} M \geq C, \quad i = 1, 2, 3.$$

Виконання цього обмеження має сприяти створенню критичної маси користувачів послуг.

#### Висновок

Для аналізу взаємозв'язків між провайдерами Інтернет-послуг і контент-провайдерами в Інтернет-екосистемі запропоновано обчислювані (computable) моделі, основані на побудові функцій виграшу всіх учасників цієї екосистеми. Введення платного перегляду контенту мотивуватиме провайдерів Інтернет-послуг до інвестицій у підвищенні спроможностей мережі, яка має тренд експоненціального зростання. Водночас такий перегляд порушуватиме принципи нейтральності мережі, що дає підстави для розробки нових задач мінімізації порушень умов нейтральності мережі та максимізації суспільного добробуту Інтернет-екосистеми. Моделі вказують на важливість ефективності провайдерів Інтернет-послуг, передбачуваності попиту та високої цінової еластичності інноваційних послуг.

*О.О. Гайворонський, В.М. Горбачук, М.С. Дунаєвський*

### СТРАТЕГІЧНА ВЗАЄМОДІЯ ПРОВАЙДЕРІВ ДИФЕРЕНЦІЙОВАНИХ ІНТЕРНЕТ-ПОСЛУГ

По мірі того, як обчислення та Інтернет-з'єднання стають технологіями і послугами загального призначення, спрямованими на широкі глобальні ринки, виникають питання ефективності таких ринків з точки зору суспільного добробуту, участі в них провайдерів диференційованих послуг і кінцевих користувачів. Проект Iridium глобального зв'язку фірми Motorola завершився у 1990-х роках внаслідок подібних питань, вперше досягши мети технологічної спроможності такого зв'язку. Оскільки Інтернет-послуги характеризуються високою інноваційністю, диференційованістю та динамічністю, то для них можна застосовувати відомі моделі диференційованих продуктів. Проте функції попиту у таких моделях є гіперболічними, а не лінійними. Крім того, подібні моделі стохастичні та включають провайдерів з різними способами конкуренції. В екосистемі Інтернету важливими є зв'язки між постачальниками Інтернет-послуг

(Internet service providers — ISPs) як операторами телекомунікаційної мережі та провайдерами послуг контенту, особливо потужними провайдерами відеоконтенту, що передбачає високу пропускну здатність. Оскільки підвищення пропускну здатності потребує нових інвестицій у спроможність мережі, то мотивація до таких інвестицій має бути як у провайдерів відеоконтенту, так і у ISPs. Для аналізу взаємозв'язків між провайдерами Інтернет-послуг і контент-провайдерами в Інтернет-екосистемі запропоновано обчислювані (computable) моделі, основані на побудові функцій виграшу всіх учасників цієї екосистеми. Введення платного перегляду контенту мотивуватиме провайдерів Інтернет-послуг до інвестицій у підвищення спроможностей мережі, яка має тренд експоненціального зростання. Водночас такий перегляд порушуватиме принципи нейтральності мережі, що дає підстави для розробки нових задач мінімізації порушень умов нейтральності мережі та максимізації суспільного добробуту Інтернет-екосистеми. Моделі вказують на важливість ефективності провайдерів Інтернет-послуг, передбачуваності попиту та високої цінової еластичності інноваційних послуг.

**Ключові слова:** нейтральність мережі, модель Штакельберга, гіперболічна функція випадкового попиту, мотивація до інвестицій.

A.A. Gaivoronski, V.M. Gorbachuk, M.S. Dunaievskiy

## STRATEGIC INTERACTION OF PROVIDERS FOR DIFFERENTIATED INTERNET SERVICES

As computing and Internet connections become general-purpose technologies and services aimed at broad global markets, questions arise about the effectiveness of such markets in terms of public welfare, the participation of differentiated service providers and end-users. Motorola's Iridium Global Communications project was completed in the 1990s due to similar issues, reaching the goal of technological connectivity for the first time. As Internet services are characterized by high innovation, differentiation and dynamism, they can use well-known models of differentiated products. However, the demand functions in such models are hyperbolic rather than linear. In addition, such models are stochastic and include providers with different ways of competing. In the Internet ecosystem, the links between Internet service providers (ISPs) as telecommunications operators and content service providers are important, especially high-bandwidth video content providers. As increasing bandwidth requires new investments in network capacity, both video content providers and ISPs need to be motivated to do so. In order to analyze the relationships between Internet service providers and content providers in the Internet ecosystem, computable models, based on the construction of payoff functions for all the participants in the ecosystem, are suggested. The introduction of paid content browsing will motivate Internet service providers to invest in increasing the capacity of the global network, which has a trend of exponential growth. At the same time, such a browsing will violate the principles of net neutrality, which provides grounds for the development of new tasks to minimize the violations of net neutrality and maximize the social welfare of the Internet ecosystem. The models point to the importance of the efficiency of Internet service providers, the predictability of demand and the high price elasticity of innovative services.

**Keywords:** net neutrality, Stackelberg model, hyperbolic function of random demand, motivation to investments.

1. Gorbachuk V., Gavrylenko S. The impact of cloud services pricing on provider profit, consumer surplus, and social welfare. *CEUR Workshop Proceedings*. 2020. **2866**. P. 237–245.
2. Gaivoronski A.A., Strasunskas D., Nesse P.J., Svaet S., Su X. Modeling and economic analysis of the cloud brokering platform under uncertainty: choosing a risk/profit trade-off. *Service Science*. 2013. **5** (2). P. 137–162.
3. Gaivoronski A.A., Nesse P.J., Erdal O.B., Johansen F.-T. Internet service provision and content services: peering and service differentiation. Advances in Service-Oriented and Cloud Computing. ESOC 2015 Workshops. A.Celesti, P.Leitner (eds.) *Communications in Computer and Information Science (CCIS)*. 2016. **567**. P. 63–78.
4. Gaivoronski A.A., Nesse P.-J., Østerbo O.-N., Lønsethagen H. Risk-balanced dimensioning and pricing of End-to-End differentiated services. *European Journal of Operation Research*. 2016. **254** (2). P. 644–655.
5. Gaivoronski A.A., Nesse P.J., Erdal O.B. Internet service provision and content services: paid peering and competition between internet providers. *Netmomics: Economic Research and Electronic Networking*. 2017. **18**. N 1. P. 43–79.

6. Becker D.M., Gaivoronski A.A., Nesse P.J. Optimization based profitability management tool for cloud broker. *Transactions in Emerging Telecommunications Technologies*. 2019. **30** (1). URL: <https://doi.org/10.1002/ett.3527>
7. Maille P., Tuffin B. Telecommunication network economics: from theory to applications. New York, NY: Cambridge University Press, 2014. 300 p.
8. Горбачук В.М. Сравнительный анализ равновесий Курно–Нэша и Бертрана–Нэша для дифференцированных продуктов. *Теорія оптимальних рішень*. 2009. № 8. С. 120–126.
9. Горбачук В.М., Гаркуша Н.І. Рівноваги Курно–Нэша та Бертрана–Нэша для диференційованих продуктів. *PDMU-2009 (27–30 квітня 2009 р., Східниця)* Київ: Київський національний університет імені Тараса Шевченка, 2009. С. 85–86.
10. Gorbachuk V.M. Cournot–Nash equilibria and Bertrand–Nash equilibria for a heterogenous duopoly of differentiated products. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2010. **46**, N 1. P. 25–33.
11. Mitra D., Ramakrishnan K.G., Wang Q. Combined economic modeling, traffic engineering: joint optimization of pricing and routing in multi-service networks. *Teletraffic Engineering in the Internet Era. Proceedings of 17-th International Teletraffic Congress (24–28 September, 2001, Salvador, Brasil)*. *Teletraffic Science and Engineering*. V. 4. J.M. de Souza, N.L.S. da Fonseca, E.A. de Souza e Silva (eds.) Amsterdam: Elsevier, 2001. P. 73–85.
12. Gorbachuk V.M. An asymmetric Cournot–Nash equilibrium under uncertainty as a generalized Cournot–Stackelberg–Nash equilibrium. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2007. **43**, N 4. P. 471–477.
13. Gorbachuk V.M. The Cournot–Nash equilibrium under mutual uncertainty. *Journal of Automation and Information Sciences*. 2008. **40**, N 7. P. 59–72.
14. Gorbachuk V.M. Generalized Cournot–Stackelberg–Nash equilibrium. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2006. **42**, N 1. P. 25–33.
15. Gorbachuk V.M. The mixed strategy of cooperation and generalized leadership for outputs of symmetric duopoly. *Journal of Automation and Information Sciences*. 2007. **39**, N 7. P. 68–74.
16. Gorbachuk V., Dunaievskiy M., Suleimanov S.-B. Modeling of agency problems in complex decentralized systems under information asymmetry. *IEEE Conference on Advanced Trends in Information Theory (December 18–20, Kyiv, Ukraine)*. Kyiv: Taras Shevchenko National University of Kyiv, 2019. P. 449–454.
17. Горбачук В.М., Бардадим Т.О., Осипенко С.П. Задача децентралізованого прийняття рішень для сучасних хмарних послуг. *Вісник Київського університету. Серія: фізико-математичні науки*. 2021. № 2. С. 32–38.
18. Labovitz C., Iekel-Johnson S., McPherson D., Oberheide J., Jahanian F. Internet inter-domain traffic. *Proceedings of the ACM SIGCOMM Conference (August 30 – September 3, 2010, New Delhi, India)*. ACM. 2010. P. 75–86.
19. Krogfoss B., Sofman L., Weldon M. Internet architecture evolution and the complex economies of content peering. *Bell Labs Technical Journal*. 2012. **17** (1). P. 163–184.
20. Liebenau J., Karrberg P., Elaluf-Calderwood S. A critical analysis of the effects of Internet traffic on business models of telecom operators: a white paper of the LSE & ETNO research collaboration programme. London: London School of Economics and Political Science, 2011.
21. Altman E., Legout A., Xu Y. Network non-neutrality debate: an economic analysis. *International Conference on Research in Networking (May 9–13, 2011, Valencia, Spain)*. Part II. J. Domingo-Pascual, P. Manzoni, S. Palazzo, A. Pont, C. Scoglio (eds.) Lecture Notes in Computer Science (LNCS). V. 6641. Heidelberg: Springer, 2011. P. 68–81.
22. Cheng H.K., Bandyopadhyay S., Guo H. The debate on net neutrality: a policy perspective. *Information Systems Research*. 2011. **22** (1). P. 60–82.
23. Economides N., Tåg J. Network neutrality on the internet: a two-sided market analysis. *Information Economics and Policy*. 2012. **24** (2). P. 91–104.
24. Krämer J., Wiewiorra L., Weinhardt C. Net neutrality: a progress report. *Telecommunication Policy*. 2013. **37** (9). P. 794–813.
25. Atzori L., Iera A., Morabito G. The internet of things: a survey. *Computer Networks*. 2010. **54** (15). P. 2787–2805.
26. Von Stackelberg H. *The Theory of Market Economy*. New York, NY: Oxford University Press, 1952. 328 p.
27. Gorbachuk V., Ermoliev Y., Zagorodniy A., Bogdanov V., Ermolieva T., Rovenskaya E., Komendantova N., Borodina O., Knopov P., Norkin V., Gaivoronski A. Iterative stochastic quasigradient procedures for robust estimation, machine learning and decision making problems. *31-st European Conference on Operational Research (July 11–14, 2021, Athens, Greece)*. The Association of European Operational Research Societies, 2021. P. 184–185.
28. Gaivoronski A., Gorbachuk V. The stochastic problem for cloud services. *Mathematical Modeling, Optimization and Information Technologies*. 2021. P. 64–69.

Получено 22.11.2021