УДК 004.021: 004.312.4: 004.421.6: 004.414.2

Лук’янова О. О.

ПРО КОМПОНЕНТНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМ ІЗ ПАРАЛЕЛІЗМОМ

Розглянуто компонентну мережу Петрі і запропоновано відповідну технологію компонентного моделювання та верифікації систем із паралелізмом. При цьому не виникає проблема адекватності побудованої моделі та початкової системи. Отримана модель враховує всі властивості системи і не породжує нових. Перевірку властивостей моделі здійснено методами аналізу властивостей мереж Петрі. Запропоновану технологію проілюстровано на прикладі моделювання задачі про п’ятьох філософів.

Ключові слова: мережа Петрі, компонентна мережа Петрі, складові компоненти, матриця інцидентності, TSS-алгоритм, інваріанти, верифікація моделі.

Вступ

Реальну систему, що складається з кількох об’єктів, які взаємодіють між собою і з навколишнім середовищем, представляють зазвичай як паралельну систему, де усі компоненти системи та її оточення функціонують паралельно, взаємодіючи одне з одним. Завданням теорії паралельних систем є розроблення та дослідження формальних моделей, їхньої специфікації та аналізу властивостей за умов незалежного функціонування компонентів. Якість моделювання системи залежить від обраного інструменту моделювання й від того, наскільки явно він відображає властивості системи та особливості її поведінки. Мережу Петрі [4] – найбільш зручну модель паралелізму – часто використовують як математичну модель такого типу системи. Більшість алгоритмів аналізу мереж Петрі мають експоненціальну складність, тому будь-яка оптимізація, що скорочує розміри моделі може істотно полегшити її подальший аналіз. Запропонований метод компонентного (блочного) моделювання та верифікації дає змогу скоротити розмір початкової моделі й зменшити витрати на верифікацію її властивостей.

1. Постановка задачі

У системах із паралелізмом на перший план висувають питання, пов'язані зі структурними властивостями і характеристиками поведінки системи. Використання мереж Петрі дає можливість досить ефективно забезпечувати збереження модульності системи. У цьому випадку модель системи структурно подібна самій системі, а значить, модель можна будувати по частинах так, що зв'язки і відношення між фрагментами моделі будуть схожі зв'язки і відношення між фрагментами системи. На початковому етапі моделювання при аналізі початкової складної системи виділяються її складові як більш прості об'єкти, і виконується аналіз цих складових об'єктів, в процесі якого виявляються зв'язки між ними. Результат такого аналізу – виділення груп однакових або однотипних процесів. Це дає можливість на етапі побудови моделі заздалегідь визначити і неодноразово уточнити групи однакових або однотипних процесів, оформити їх як блоки складових компонентів моделі (компонентів-місць і компонентів-переходів). Таким чином, під час моделювання можна отримати детальну модель вихідної системи, де однотипні процеси акумульовано у відповідні блоки. На адекватність моделі запропоновані перетворення не впливають. Назвемо таку мережу ***компонентною мережею Петрі***. Аналіз отриманої блокової моделі – компактної мережі Петрі – ґрунтується на відомих методах якісного аналізу мереж Петрі. Внаслідок такого перетворення необхідно проаналізувати компонентну мережу Петрі та окремих представників груп складових компонентів. Структурні властивості моделі визначають за допомогою правил, що встановлюють взаємозв'язок між властивостями компактної мережі та властивостями мереж блоків. Можливість такого моделювання в роботі ілюструють на прикладі задачі про п'ятьох філософів, які обідають.

2. Базові означення та властивості моделі

Спосіб формального опису моделі визначає метод формальної верифікації. Аналіз досліджуваної системи здійснено на основі мереж Петрі: властивості системи визначають у термінах станів мереж Петрі, натомість аналіз досліджуваної системи ґрунтується на дослідженні таких властивостей мереж Петрі, як досяжність, обмеженість, безпека, повторюваність, несуперечність [1].

Мережа Петрі – це набір $N = (P, T, F, W, M_0)$, де (P, T, F) – скінченна мережа (множина $P \bigcup T$ скінчена, P – множина місць, T – множина переходів мережі), $W : F \rightarrow N \backslash \{0\}$ і $M_0 : P \rightarrow N$ – відповідно до функції кратності дуг і початкової розмітки.

Мережа Петрі безпечна, якщо число фішок у будь-якому місці під час її функціонування не перевищує одиниці. Мережа Петрі обмежена, якщо існує таке ціле k, що не перевищує число фішок у будь-якому місці.

Мережу Петрі називають повторюваною, якщо існує послідовність спрацьовувань переходів σ за початкової розмітки M_0, така, що кожен перехід спрацьовує нескінченне число в цій послідовності.

Мережу Петрі називають несуперечною, або T-інваріантною, якщо існує така послідовність спрацьовувань переходів σ з початкової розмітки M_0 до M_0, що кожний перехід у послідовності σ спрацьовує принаймні раз.

Властивість досяжності забезпечена можливістю переходу мережі з одного заданого стану в інший.

3. Компонентна мережа Петрі

Формально компонентну мережу Петрі задамо як орієнтований граф, описаний такою упорядкованою п'ятіркою:

$$CN = (P, T, F, W, M_0),$$

де P – скінченна множина місць, що складається з підмножин P_1 і P_2 (P_1 – скінченна множина компонентів-місць, які акумулювалися в компоненти, P_2 – скінченна множина місць в звичайному сенсі мереж Петрі, які залишилися після виділення компонентів-місць); T – скінченна множина переходів, яка складається із підмножин T_1 і T_2 (відповідно множина компонентів-переходів і множина переходів, що розуміється звичайно як мережа Петрі, що залишилися після виділення компонентів-переходів), $F \subseteq P \times T \bigcup T \times P$ – відношення інцидентності між місцями і переходами, $W : F \to N \backslash \{0\}$ – функція кратності дуг, M_0 – початкова розмітка мережі.

Множини P і T задовольняють наступні умови: $P \neq \emptyset$, $T \neq \emptyset$, $P \cap T = \emptyset$ (граф *CN*-мережі повинен містити хоча б один перехід та одне місце, причому вершина графа не може бути одночасно елементом множин P і T).

Відношення інцидентності F і функція кратності дуг W визначають функцію інцидентності I, яка задає правило: $I:(P\times T)\bigcup(T\times P)\to N$, що визначає, які елементи однієї множини можуть бути з'єднані дугами.

Компонент-місце уособлює ділянку мережі, що моделює деякий однотипний процес, який починається і закінчується місцем, компонент-перехід – ділянку мережі, що моделює деякий однотипний процес, що починається і закінчується переходом.

Компонентна мережа функціонує, переходячи від розмітки до розмітки, як регулярна мережа Петрі. Наявність у компонентній мережі складових компонентів дає змогу розглядати функціонування компонентів у двох аспектах. З одного боку, як миттєве спрацьовування (або миттєве використання умови), ігноруючи внутрішню роботу компонента. З другого боку, як вкладену мережу, що перебуває певний час в активному стані. При цьому, якщо йдеться про модель у вигляді *CN*-мережі, то функціонування складових компонентів розуміється як миттєве виконання. В іншому випадку, говоритимемо про базову модель вихідної системи, де виконання кожного складового компонента характеризується його повним життєвим циклом. Запропонований двоаспектний підхід до функціонування *CN*-мережі дає змогу встановити структурні властивості моделі, опираючись на такі правила:

1) якщо досліджувана структурна властивість не виконується для *CN*-мережі, то ця структурна властивість не виконується і для базової моделі початкової системи;
2) якщо досліджувана структурна властивість виконується для *CN*-мережі, то ця структурна властивість виконується для базової моделі системи, якщо вона виконується для кожного компонента *CN*-мережі.

При цьому дослідження структурних властивостей складових компонентів достатньо розглянути тільки на одному представнику з груп складових компонентів.

Методами дослідження *CN*-мереж, що використовують під час верифікації, виберемо методи лінійної алгебри [6; 2; 5], а в разі необхідності – побудову дерева покриття або графа досяжних розміток. Граф досяжних розміток моделі – орієнтований граф, який містить усі розмітки мережі й усі послідовності спрацьовувань та передбачає вичерпний пошук по всьому простору станів моделі.

Методами лінійної алгебри обчислюють *S*- і *T*-інваріанти *CN*-мережі (*S*-інваріант – це лінійне відношення на розмітці підмножини місць, яке виражається в тому, що зважена сума різних фішок у місцях є константою і дорівнює значенню, що визначається початковою розміткою, а *T*-інваріант відповідає послідовності спрацьовувань переходів, яка переводить мережу з деякої розмітки у ту саму розмітку). За допомогою *S*- і *T*-інваріантів встановлюють такі структурні властивості *CN*-мережі, як обмеженість, безпека, повторюваність, несуперечність.

Що стосується перевірки виконуваності властивостей на складових компонентах, то для досліджуваного складового компонента також будують відповідну йому матрицю інцидентності та систему рівнянь станів. Якщо у складового компонента розмітка на k-му кроці дорівнює початковій розмітці, то отримаємо відповідні системи лінійних однорідних діофантових рівнянь (СЛОДР), сумісність яких встановлюємо за допомогою *TSS*-алгоритму [5]. Якщо отримаємо систему лінійних неоднорідних діофантових рівнянь (СЛНДР), то її сумісність або несумісність визначимо відповідно до алгоритму перевірки властивостей складної системі, запропонованому в роботі [3].

4. Моделювання задачі про п'ятьох філософів, що обідають

Розглянемо задачу про п'ятьох філософів, що обідають. П'ять філософів розмірковують про щось, прогулюючись в саду. Якщо філософ відчуває голод, він заходить у їдальню, де розміщено круглий стіл із п'ятьма стільцями. Посеред столу стоїть блюдо зі спагеті. На столі – п'ять виделок, по одній зліва і справа від кожного стільця. Філософ бере виделки (обов'язково потрібно взяти дві виделки: в ліву і в праву руки) і їсть спагеті. Втамувавши голод, філософ кладе виделки на стіл і виходить в сад роздумувати, поки знову не зголодніє. Модель цієї задачі дає змогу синхронізувати незалежні дії філософів і не допускає взаємного блокування (всі філософи сидять за столом, кожен із них взяв по одній виделці і ніхто не може почати їсти спагеті) зобразимо компонентною мережею Петрі (*CN*-мережею) з інгібіторними дугами та компонентною мережею Петрі (*CN*-мережею).

Кожен із філософів Φ_i виконує сім дій: 1 – Φ_i входить до їдальні, 2 – Φ_i бере виделку зліва, 3 – Φ_i бере виделку справа, 4 – Φ_i їсть спагетті, 5 – Φ_i кладе ліворуч виделку, 6 – Φ_i кладе праворуч виделку, 7 – Φ_i виходить з їдальні.

Для синхронізації незалежних дій філософів у модель необхідно ввести елементи, що регламентують використання виделок двома сусідніми філософами. Такими елементами можна зобразити додаткові місця з інгібіторними дугами. Інгібіторні дуги забороняють спрацьовувати переходу, якщо у вхідній позиції, пов'язаній з переходом інгібіторної дуги, є фішка. Інгібіторна дуга – індикатор свободи правого столового знаряддя: якщо виделка зайнята, то сусідній філософ чекає, доки її не звільнять. Цим у моделі забезпечено неможливість одночасного використання однієї і тієї самої виделки двома філософами, що обідають.

Запропонована *CN*-мережа з інгібіторними дугами (рис. 1) має два типи складових компонентів t_* і t_{**}, що моделюють поведінку окремого *i*-го філософа. Перший тип компонент-переходів t_* (рис. 2, *а*) відображає процес входу філософа Φ_i до їдальні і що він бере виделку зліва. Другий тип компонент-переходів t_{**} (Рис. 2, *б*) моделює наступний процес: філософ Φ_i бере праву виделку, їсть, кладе ліву виделку, кладе праву виделку, виходить з їдальні.

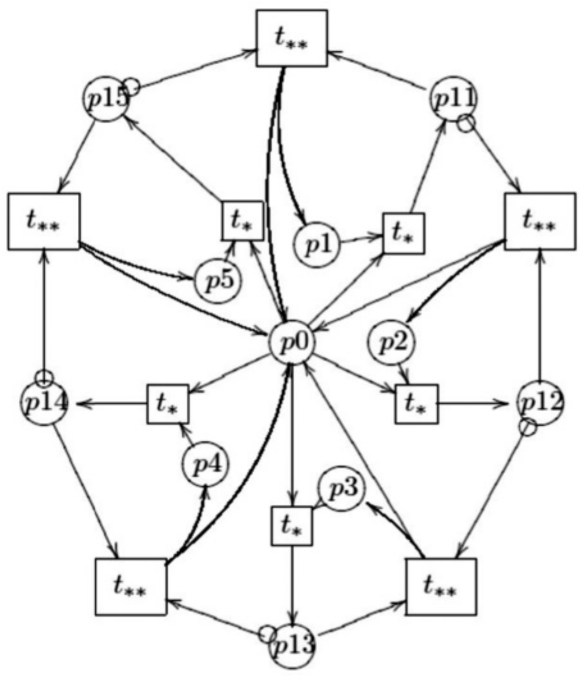


Рис. 1. *CN*-мережа з інгібіторними дугами, що моделює задачу про п'ятьох філософів, де t_* і t_{**} компоненти-переходи

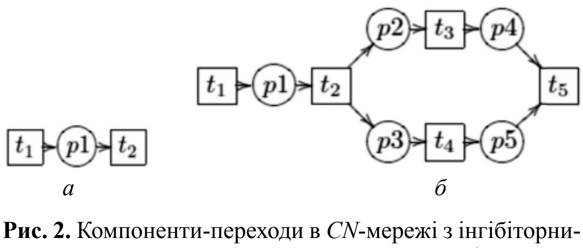


Рис. 2. Компоненти-переходи в *CN*-мережі з інгібіторними дугами з рис. 1: *а* – компонент-перехід t_*; *б* – компонент-перехід t_{**}

Факт паралельності дій відображено паралельними гілками мереж компонентів t_{**} (переходи t_3, t_4 можуть спрацювати незалежно й одночасно) і паралельними компонентами-переходами *CN*-мережі (переходи t_* або переходи t_{**} можуть спрацювати незалежно й одночасно).

Проблему забезпечення браку блокувань у побудованій моделі розв'язують через заборону на одночасну присутність в їдальні більш, ніж чотирьох філософів, що забезпечено уведенням ще одного додаткового місця p_0, кількість фішок у якому дорівнює чотири. Це місце пов'язане вхідними дугами з першими компонентами-переходами t_* моделі дій кожного з п'ятьох філософів. Початок роботи *CN*-мережі зумовлено наявністю фішок у вхідних місцях p_i (i = 1, 2, 3, 4, 5) переходу t_*. Спрацювання переходів t_* можливе доти, доки в додатковому місці p_0 є фішка – обід дозволений, в іншому випадку (якщо в їдальні вже обідають чотири особи) філософ чекаме, поки один за обіднім столом не звільнить йому місце. Запропонована модель як *CN*-мережа з інгібіторними дугами дає можливість синхронізувати незалежні дії філософів і не допускає взаємного блокування процесів.

Варто зазначити, що використання інгібіторної дуги значно поліпшує модель. Порівняймо, на рис. 3 представлено *CN*-мережа для цієї задачі без використання інгібіторної дуги.

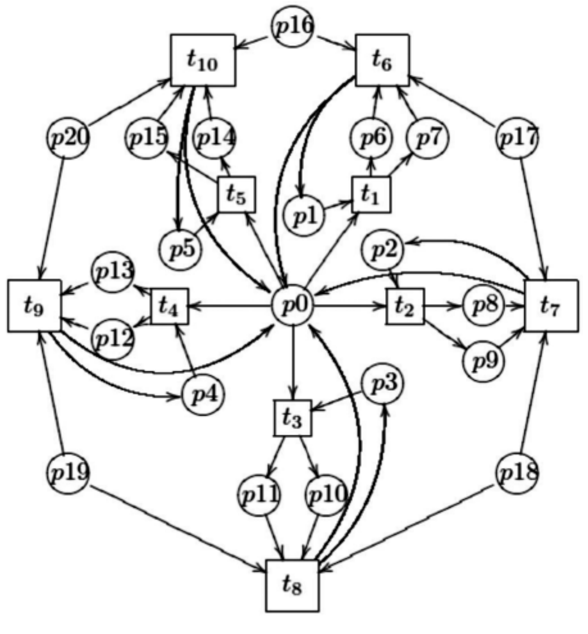


Рис. 3. *CN*-мережа, задачі про п'ятьох філософів, де t_6, t_7, t_8, t_9, t_{10} – компоненти-переходи, які моделюють один і той самий процес

При такому моделюванні вдається виділити лише один тип складового компонента. Це компоненти-переходи t_6, t_7, t_8, t_9, t_{10}, що моделюють один і той самий процес – дії окремого *i*-го філософа: філософ Φ_i бере виделку ліворуч, бере виделку праворуч, їсть, кладе виделку ліворуч, кладе виделку праворуч, виходить з їдальні. Модель цього складового компонента (t_6, t_7, t_8, t_9, t_{10}) представлено на рис. 4. Зауважмо, що переходи t_1 і t_2, а також t_3 і t_4 складового компонента можуть спрацювати незалежно й одночасно.

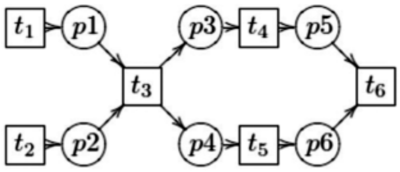


Рис. 4. Компонент-перехід (t_6 – t_{10}) *CN*-мережі з рис. 3

Продемонструємо модель задачі про п'ятьох філософів *CN*-мережею з інгібіторними дугами (рис. 5), яка містить такі складові компоненти: компонент-місце P_* (рис. 6, *а*) й компонент-перехід T_{**} (рис. 6, *б*).

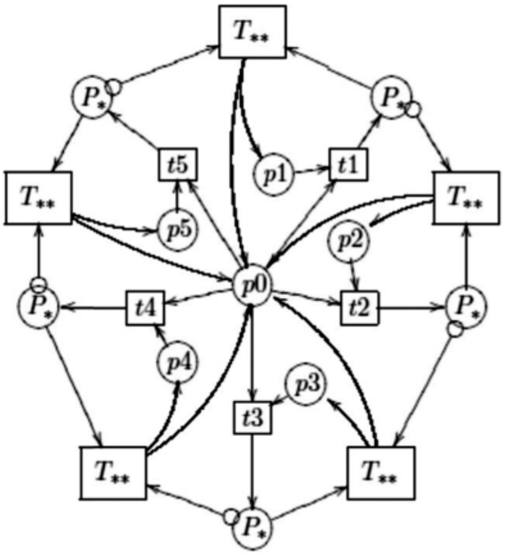
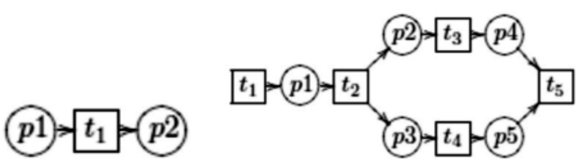


Рис. 5. *CN*-мережа з інгібіторними дугами задачі про п'ятьох філософів, де P_* – компонент-місце, T_{**} – компонент-перехід з рис. 6, *а*, *б*, відповідно



а *б*

Рис. 6. Складові компоненти в *CN*-мережі з інгібіторними дугами з рис. 5: *а* – компонент-місце P_*; *б* – компонент-перехід T_{**}

Компонент-перехід T_{**}, зображений на рис. 6, *б*, моделює процес: як філософ Φ_i бере праворуч виделку, їсть, кладе ліворуч, потім виделку праворуч, виходить з їдальні. Компонент-місце P_*, що на рис. *6*, *а*, моделює умову перебування філософа в їдальні і те, що він бере виделку ліворуч.

Запропоновано ще одну модель задачі про п'ятьох філософів, яка подана на рис. 7 *CN*-мережею з трьома типами складових компонент P_*, T_{**}, t_*, представлених на рис. 8, *а*, *б*, *в*.

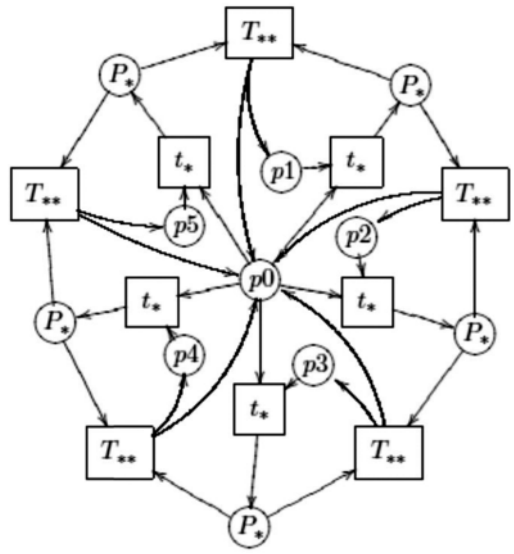
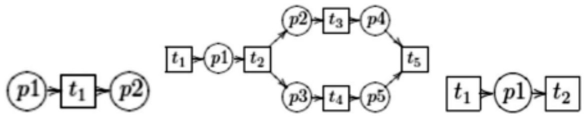


Рис. 7. *CN*-мережа задачі про п'ятьох філософів, де P_* – компонента-місце, T_{**}, t_* – компоненти-переходи (рис. 8. *а*, *б*, *в*)



а *б* *в*

Рис. 8. Складові компоненти в *CN*-мережі (Рис. 7, *а*) – компонент-місце P_*; *б* – компонент-перехід T_{**}; *в* – компонент-перехід t_*

Модель, представлена на рис. 7, може бути отримана з *CN*-мережі з інгібіторними дугами, зображеної на рис. 1, якщо з цієї мережі виключити інгібіторні дуги. Для цього потрібно ввести додаткові місця (p_{16}–p_{20}), які можна розглядати як індикатори перевірки на нуль (рис. 9).

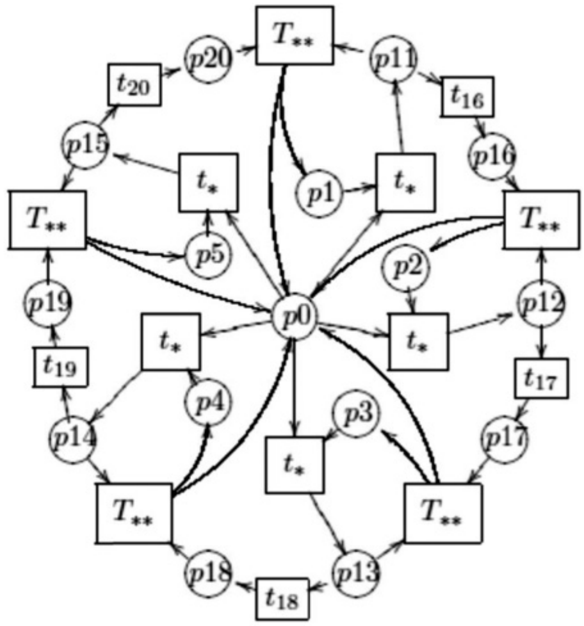


Рис. 9. Допоміжна *CN*-мережа для моделювання задачі про п'ятьох філософів *CN*-мережею з рис. 7

Висновки

Під час моделювання складних систем виникають важливі взаємопов'язані задачі – задача побудови моделі якомога менших розмірів і задача адекватності отриманої моделі досліджуваній системі. Технологія компонентного моделювання дає змогу розв'язати ці задачі.

У статті визначено розширення формалізму мереж Петрі через виділення однотипних складових компонентів у базовій мережі Петрі досліджуваної системи, що уможливлює значно скоротити розмір моделі системи. Для аналізу властивостей моделі, зображеної як *CN*-мережа, запропоновано використовувати методи аналізу мереж Петрі, зокрема, алгебраїчний метод аналізу *S*- і *T*-інваріантів мереж Петрі.

Література

1. Котов В. Е. Сети Петри / Вадим Евгеньевич Котов. – М. : Наука, 1984. – 160 с.
2. Крывый С. Л. Критерий совместности систем линейных диофантовых уравнений над множеством натуральных чисел / Сергей Лукьянович Крывый // Доклады НАНУ. – 1999. – № 5. – С. 107–112.
3. Лук'янова О. О. Про автоматичну систему аналізу деяких властивостей алгоритмічних схем / О. Лук'янова, А. Дереза // Вісник Київського нац. університету. Серія фіз.-мат. науки. – 2011. – № 1. – С. 163–168.
4. Питерсон Дж. Теория сетей Петри и моделирование систем / Джеймс Питерсон : Пер. с англ. М. В. Горбатовой [и др.] ; под ред. В. А. Горбатова. – М. : Мир, 1984. – 264с.
5. Чугаенко А. В. О реализации TSS алгоритма / А. В. Чугаенко // Управляющие системы и машины : Международный научный журнал. – 2007. – № 4. – С. 14–18.
6. Murata T. Petri Nets : Properties, Analysis and Applications // Proceedings of the IEEE. – April 1989. – Vol. 77. – № 4. – P. 541–580.

E. Lukyanova

ABOUT COMPONENTAL MODELLING OF SYSTEMS WITH PARALLELISM

In work the componental network of Petri is entered into consideration and the corresponding technology of componental modelling and verification of systems with parallelism is offered. Thus there is no problem of adequacy of model of initial system. The model considers properties of system and does not generate the new. Check of properties is carried out in terms of Petrinets. The offered technology is illustrated on an example of modelling of a problem about five philosophers.

Keywords: Petri Net, componental Petri Net, composite components, matrix incidence, invariants, TSS-algorithm, model verification.

Матеріал надійшов 15.11.2011