

Міністерство освіти і науки України

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «КИЄВО-МОГИЛЯНСЬКА АКАДЕМІЯ»

Кафедра математики факультету інформатики

КУРСОВА РОБОТА

на тему:

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ТА МЕТОДИ ОЦІНКИ РИЗИКУ В
ЕКОЛОГІЧНО НЕБЕЗПЕЧНИХ ВИРОБНИЦТВАХ

Керівник курсової роботи к. ф.-м. н.

Чорней Руслан Костянтинович

(підпис)

Виконала студентка 3-го року

навчання спеціальності 113 «Прикладна

математика» Кржешевська Анастасія

Олександрівна

“ _____ ” _____ 2023 р.

Київ 2023

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН ВИКОНАННЯ РОБОТИ:

Номер	Назва етапу курсової роботи	Термін виконання	Примітка
1.	Отримання теми курсової роботи	3.10.2022	
2.	Ознайомлення з темою курсової, зустріч з керівником	22.03.2023	
3.	Робота з науковою літературою	4.05.2023	
4.	Написання початкової версії теоретичної частини роботи	7.05.2023	
5.	Реалізація математичної моделі практично	10.05.2023	
6.	Перевірка моделі, зустріч з науковим керівником	12.05.2023	
7.	Кінцеве оформлення текстової частини курсової роботи та виправлення помилок	14.05.2023	
8.	Оформлення кінцевого проекту роботи	15.05.2023	
9.	Захист курсової роботи.	23.05.2023	

ЗМІСТ

ВСТУП.....	4
РОЗДІЛ 1.....	5
1.1 Екологічна ситуація на території України.....	5
1.2 Основні відомості оцінки ризику небезпечних підприємств.....	6
1.3 Кіотський протокол як аспект економічних відносин.....	7
1.4 Використання моделі Леонтьєва-Форда для врегулювання екологічного питання.....	8
1.5 Математична форма моделі Леонтьєва.....	10
1.6 Загальний вигляд моделі Леонтьєва-Форда.....	11
1.7 Розгляд модифікованої моделі Леонтьєва-Форда.....	13
РОЗДІЛ 2.....	14
2.1 Реалізація модифікованої моделі Леонтьєва-Форда в Python.....	14
ВИСНОВКИ.....	22
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ.....	23

ВСТУП

Екологічні проблеми зараз привертають дедалі більшу увагу як у світі, так і в Україні. Розвиток міст, зростаюча індустріалізація та використання природних ресурсів призводять до погіршення екологічної обстановки та руйнування біорізноманіття. У зв'язку з цим виникає необхідність розробки еколого-економічних моделей, які дозволять оцінити вплив економічної діяльності на довкілля та спрогнозувати можливі наслідки.

У роботі розглянуто та реалізовано еколого-економічну модель Леонтєва-Форда, яка широко використовується для аналізу взаємодії між економічною діяльністю і навколишнім середовищем.

1.1 ЕКОЛОГІЧНА СИТУАЦІЯ НА ТЕРИТОРІЇ УКРАЇНИ

В Україні наразі фіксується складна ситуація екологічної безпеки. Однією з причин даної проблеми є насиченість території України промисловими об'єктами, де рівень зносу більшості обладнання наближається до критичного, з чим пов'язане підвищення ризику техногенних аварій і катастроф. Значний вплив на ризик виникнення надзвичайних ситуацій мають такі чинники, як деградація матеріально-технічного забезпечення, зниження виробничо-технічної дисципліни, не дотримання сучасних екологічних вимог та стандартів, відмова (з різних причин) від інноваційних технологій ресурсозбереження та висока частота нехтування правил екологічної безпеки у виробничій діяльності.

Для прикладу, тільки у Житомирській області, згідно з документами¹, розташовано близько 100 підприємств, що вважаються екологічно небезпечними. Серед них наявні підприємства збору, обробки, зберігання, поховання, знешкодження, утилізації побутових відходів; зберігання, реалізації нафтопродуктів; складування нафтопродуктів; металообробки; харчового виробництва; виробництва спирту та ін., що значною мірою негативно впливають на ризик техногенної катастрофи. Катастрофа може бути викликана хімічними, радіаційними, бактеріологічними чинниками.

1.2 ОСНОВНІ ВІДОМОСТІ ОЦІНКИ РИЗИКУ НЕБЕЗПЕЧНИХ ПІДПРИЄМСТВ

У питанні екологічних проблем та катастроф слід розглянути також оцінку ризику в небезпечних підприємствах. Розглянемо, зокрема, хімічну безпеку. Дана проблема актуальна не тільки для України, а й для багатьох країн сучасного світу. Саме вони зберігають всю необхідну інформацію про токсичні речовини, які можуть бути наявні чи з'явитися у процесі роботи підприємства. Огляд на найбільші та найуспішніші колекції даних проведено у навчальному посібнику В.В.Березуцького та М.І.Адаменка «Небезпечні виробничі ризики та надійність»². У ньому згадується Вермонтський університет (США), що має електронну колекцію паспортів безпеки для 180 тисяч хімічних речовин. Подібна інформація зберігається також в Корнельському університеті (США): понад 250 тисяч хімікатів. Центр оцінки хімічних речовин та ризику RIVM Centre for Substances & Risk Assessment (Нідерланди) надає інформацію про токсичність речовин, та спосіб розрахунку ризику для людей. Інформаційна система Міністерства енергетики США (Інформаційна система оцінки ризиків (Risk Assessment Information System – RAIS)) містить відомості про фізико-хімічні властивості, фактори канцерогенного потенціалу, референтні дози і концентрації хімічних речовин.

Технічний прогрес та все ширше використання інноваційних технологій наштовхнули людство на перехід моделі відповіді на ризик надзвичайної ситуації з «реагувати та виправляти» на «передбачати та упереджувати». Інформаційні технології сьогодні дозволяють провести моделювання та обробити великий обсяг даних для аналізу можливих негативних наслідків людської, зокрема, промислової діяльності.

При моделюванні процесів на небезпечних підприємствах необхідно описати всі етапи виробництва від постачання сировини до випуску готової продукції. Для цього використовуються математичні моделі, що описують фізичні, хімічні, технічні та технологічні процеси, що відбуваються на підприємстві. Дані математичні моделі використовуються для подальшої оцінки ризиків, пов'язаних з діяльністю виробництва, які виконуються, власне, з допомогою методів аналізу та оцінки ризиків. Існує багато методів, якими може бути розрахована оцінка. Наприклад, аналіз ймовірності та впливу (Probability and Impact Analysis), аналіз ризиків з дерева подій (Event Tree Analysis), методи багатовимірного аналізу даних та методи машинного навчання.

Таким чином, математичні моделі та методи оцінки ризиків допомагають провести всебічний аналіз екологічної безпеки виробничого середовища, визначити потенційні небезпеки та розробити заходи щодо запобігання або мінімізації небезпек.

1.3 КІОТСЬКИЙ ПРОТОКОЛ ЯК АСПЕКТ ЕКОНОМІЧНИХ ВІДНОСИН

Окрім тем, описаних у попередніх розділах, основною проблемою сучасних виробництв є викиди парникових газів в атмосферу планети, що є значно розповсюдженішим явищем. Задля урегулювання даного питання у 1997 році було висунуто Кіотський протокол. Він був прийнятий на Конференції ООН зі зміни клімату в японському місті Кіото. Договір покликаний знизити викиди парникових газів в атмосферу та боротися із глобальним потеплінням. Кіотський протокол передбачає встановлення національних цілей щодо скорочення викидів парникових газів для розвинених країн, що беруть участь у протоколі. Не дивлячись та прогресивну на той час мету, він став об'єктом критики з боку деяких країн, які вважають його неефективним чи несправедливим щодо їхніх економічних інтересів. Внаслідок цього деякі країни відмовилися брати участь у протоколі, а інші почали виходити з нього. Проте Кіотський протокол залишається важливим міжнародним документом, спрямованим на боротьбу зі зміною клімату. Та ключовим моментом є те, що він зобов'язує брати до уваги «витрати на навколишнє середовище», що впливає на економіку в цілому та, власне, на математично-теоретичну її частину.

На даному етапі можна підсумувати, що шляхів пошуку можливості та запобіжних заходів при загрозі екологічного забруднення існує достатньо. Але, взявши до уваги людський і економічний фактори та реальність того, що дана процедура передбачає великий обсяг роботи, а отже, великі затрати підприємства, можемо сформулювати наступну проблему: недостаток економічного забезпечення для ідеального вирішення екологічного питання.

На сучасному етапі економічного розвитку антропогенний вплив на навколишнє середовище загострив конфлікт інтересів між економічною та екологічною системами. Статичність та застій у проблемі екологічного блоку неминуче призведе до негативних змін в економічній, соціальній і політичній царинах сучасного суспільства. Таким чином, перехід до економічно-екологічної моделі підприємницької сфери має стати поштовхом для практичних засобів забезпечення розвитку та удосконалення методів економіки, що позитивно вплине на усі царинах людства.

1.4 ВИКОРИСТАННЯ МОДЕЛІ ЛЕОНТЬЄВА-ФОРДА ДЛЯ РЕГУЛЮВАННЯ ЕКОЛОГІЧНОГО ПИТАННЯ

У розділі 1.2 було зазначено, що учені різних країн світу активно досліджують ризики діяльності підприємств у такій злободенній темі, як екологія. На їх основі запроваджуються моделі адміністративного регулювання екологічних проблем. У статті «Оптимізаційна еколого-економічна модель з урахуванням технологічних аварій» Р.К.Чорнея згадано три основних напрями безпосередньо адміністративного вирішення даного питання:

- Адміністративно-екологічна система лімітів на забруднення
Передбачає видачу «лімітів на забруднення» за плату. Тобто на кожне джерело забруднення встановлюється деякий ліміт.
- Оплата викидів забруднення
Передбачає оплату «права на забруднення», після чого забруднювач має бути утилізований, а гроші «права на забруднення» повернені виробнику. Тобто попередня оплата утилізованих в майбутньому відходів.
- Податок на чисту сировину
Передбачає сплату податку за «чисту» сировину, що залежить від кількості сировини, яку неможливо переробити. Тобто створюються умови для переробки сировини та виробництва з мінімальними відходами.

У даному питанні необхідно розглянути модель Леонтьєва-Форда, що спрямована на оптимізацію небезпечних підприємств та може підпорядковуватися другій моделі адміністративного регулювання екологічних питань – оплати «права на забруднення».

Модель Леонтьєва-Форда – це математична модель, яка використовується для аналізу взаємозв'язків між різними секторами економіки. У цій моделі кожен сектор виробництва сприймається як вузол взаємодії з іншими секторами. Вона дозволяє визначити, які ресурси необхідні власне для виробництва певного продукту, та які продукти необхідні для підтримки роботи інших секторів.

У випадку з застосуванням для екологічно небезпечних виробництв, модель Леонтьєва-Форда може бути використана для визначення впливу одного виробництва на навколишнє середовище та інші виробництва. Наприклад, якщо один виробник використовує велику кількість шкідливих хімічних речовин, це може призвести до забруднення води або повітря території, близької до виробництва, що в свою чергу вплине на інші виробництва та життя місцевих жителів. Оптимізаційна модель Леонтьєва-Форда допомагає

визначити оптимальний баланс між економічною ефективністю виробництва та екологічною безпекою. Вона дозволяє виявити, які зміни в одному секторі виробництва можуть вплинути на інші сектори, і які заходи необхідно вжити, щоб зменшити негативні екологічні наслідки виробництва. Таким чином, модель Леонтьєва-Форда може бути використана для оцінки взаємозв'язків між економікою та навколишнім середовищем, та для розробки стратегій, які можуть допомогти знизити негативний вплив виробництва на навколишнє середовище.

Дана модель була запропонована українським економістом Василем Леонтьєвим та американським економістом Волтером Фордом у 1930-х роках, і з того часу широко застосовується в економічній галузі як теоретично, так і практично. Вона була логічним продовженням запропонованої раніше моделі Леонтьєва.

Модель Леонтьєва-Форда була першою з міжгалузевих моделей, яку можна застосувати у царині екології. На основі цієї моделі проводиться аналіз для встановлення вектору економічного розвитку з урахуванням впливу екологічних факторів. Для даної задачі модель складається з двох частин:

- основного виробництва
тобто матеріальна частина виробництва власне продукції
- допоміжного виробництва
галузь утилізації шкідливих відходів (знищень забруднень)

Модель дозволяє отримати на макрорівні інформацію, пов'язану з галузевою структурою виплат на охорону довкілля та їх вплив на кінцевий обсяг продукції в залежності від встановленого рівня забруднення та інших показників. Вона дозволяє оцінити збитки, пов'язані з екологічними проблемами, та обчислити оптимальний рівень випуску продукції, який забезпечить максимальний прибуток, за мінімального впливу на навколишнє середовище. Отже, балансова модель Леонтьєва-Форда, що відображає як економічну складову, так і елементи природного сегменту, має бути досліджена задля вирішення екологічного питання виробництва. Даний процес передбачає максимізацію загального об'єму виробництва продукції, при мінімізації загального об'єму екологічно небезпечних відходів, що мають бути утилізовані.

Модель Леонтьєва-Форда є важливим інструментом для оцінки екологічних наслідків виробництва та прийняття рішень щодо зниження шкідливого впливу на довкілля. Вона дозволяє виробництвам визначити оптимальний баланс між економічною вигодою та шкодою для навколишнього середовища та вжити заходів щодо зниження свого екологічного сліду.

1.5 МАТЕМАТИЧНА ФОРМА МОДЕЛІ ЛЕОНТЬЄВА

Розглянемо початкову модель Леонтьєва. Вона також відома як матриця міжгалузевих зв'язків, тобто структура, що описує процес виробництва у всіх секторах економіки як матрицю, у якій кожен елемент є кількістю ресурсів, необхідною для виробництва одиниці виробленої продукції у певному секторі. Таким чином, модель описує взаємозв'язки між різними секторами економіки, а також потоки ресурсів та продуктів між ними. Тобто в основі моделі Леонтьєва лежить ідея, що виробництво будь-якого товару чи послуги потребує не тільки ресурсів, а й продукції з інших галузей економіки. Отже, продуктивність виробництва будь-якої галузі залежить від продуктивності інших галузей.

Розглянемо початкову класичну модель Леонтьєва у векторно-матричній формі:

$$x = Ax + y$$

Де

$x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ - вектор-стовпчик валового випуску

$y = (y_1, y_2, \dots, y_n)^T$ - вектор-стовпчик кінцевого продукту

A – матриця коефіцієнтів прямих матеріальних затрат

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

Завдання міжгалузевого балансу по Леонтьєву у тому, щоб визначити потреби кожної галузі в ресурсах, необхідних для її функціонування, обсяги виробництва кожної галузі та обсяги споживання продукції кожної галузі іншими галузями. Математично це означає відшукання такого вектора-стовпчика x , який за відомої матриці прямих витрат A забезпечує необхідний вектор-стовпчик обсягу кінцевого продукту y .

1.6 ЗАГАЛЬНИЙ ВИГЛЯД МОДЕЛІ ЛЕОНТЬЄВА-ФОРДА

Перейдемо до моделі Леонтьєва-Форда. Модель Леонтьєва, яка описана вище, є математичною моделлю, що використовується для аналізу взаємозв'язків між секторами економіки та макроекономічних показників. В її основі лежать технологічні таблиці взаємодії, у яких відображаються взаємозв'язки між різними секторами економіки та обсяги продукції, що виробляється кожним сектором, як згадувалось раніше. Модель Леонтьєва-Форда є розширенням моделі Леонтьєва та використовується для аналізу взаємозв'язків між окремими секторами економіки та екологічними аспектами виробництва. У моделі Леонтьєва-Форда враховуються не лише виробничі відносини, а й використання природних ресурсів та вплив на навколишнє середовище. Вона дозволяє оцінити екологічні ризики, пов'язані з виробництвом та виявити найбільш уразливі сектори економіки, з погляду їхнього впливу на навколишнє середовище. Таким чином, основна відмінність між моделлю Леонтьєва та моделлю Леонтьєва-Форда полягає в тому, що модель Леонтьєва використовується для аналізу взаємозв'язків між окремими секторами економіки, а модель Леонтьєва-Форда враховує екологічні аспекти виробництва та дозволяє оцінити ризики для навколишнього середовища.

Дана модель, як і модель Леонтьєва, є моделлю типу "витрати-випуск". Вона дозволяє оцінити збитки, пов'язані з екологічними проблемами, та обчислити оптимальний рівень випуску продукції, який забезпечить максимальний прибуток, за мінімального впливу на навколишнє середовище, що згадувалось раніше. Дана теза буде використана далі.

У моделі "збиток-випуск" у даному випадку враховуються два основні параметри: збитки, пов'язані з екологічним впливом виробництва, та випуск продукції. Збитки можуть бути як безпосередніми (наприклад, шкода здоров'ю населення чи природи), і непрямими (наприклад, зниження туристичного потоку чи втрати через зміни клімату). Дана модель є важливим інструментом для оцінки екологічних наслідків виробництва та прийняття рішень щодо зниження екологічного впливу.

Розглянемо початкову векторно-матричну форму моделі Леонтьєва-Форда для нашої задачі математично. Початковий її варіант:

$$\begin{cases} x_1 = A_{11}x_1 + A_{12}x_2 + y_1, & x_1 \geq 0 \\ x_2 = A_{21}x_1 + A_{22}x_2 - y_2, & x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Де

$x_1 = (x_1^1, x_2^1 \dots x_n^1)^T$ - вектор-стовпчик обсягів матеріального виробництва

$y_1 = (y_1^1, y_2^1 \dots y_n^1)^T$ - вектор-стовпчик обсягів кінцевого продукту

$x_2 = (x_1^2, x_2^2 \dots x_n^2)^T$ - вектор-стовпчик обсягів знищених забруднювачів
 $y_2 = (y_1^2, y_2^2 \dots y_n^2)^T$ - вектор-стовпчик обсягів незнищених забруднювачів
 $A_{11} = (a_{ik}^{11})_{i,k=1}^n$ - матриця витрат продукції i на на одиницю випуску продукції k

$A_{12} = (a_{ij}^{12})_{i,j=1}^{n,m}$ - матриця витрат продукції i на одиницю знищення забруднювачів j

$A_{21} = (a_{ji}^{21})_{j,i=1}^{n,m}$ - матриця випуску забруднювача j на одиницю випуску продукції i

$A_{22} = (a_{jl}^{22})_{j,l=1}^n$ - матриця випуску забруднювача j на одиницю знищення забруднювача l

Вважаємо матриці A_{11} , A_{12} , A_{21} , A_{22} невід'ємними, тобто $A_{11}, A_{12}, A_{21}, A_{22} \geq 0$. Економічний зміст моделі Леонтьєва-Форда вимагає, щоб всі її змінні були невід'ємними, тобто $x_1, x_2 \geq 0, y_1, y_2 \geq 0$.

1.7 РОЗГЛЯД МОДИФІКОВАНОЇ МОДЕЛІ ЛЕОНТЬЕВА-ФОРДА

Даний розділ спирається на статтю Чорнея Р. К. «Оптимізаційна еколого-економічна модель з урахуванням технологічних аварій».

Беручи до уваги попередню тезу про максимальний прибуток виробництва, за мінімального впливу на навколишнє середовище, формулюємо наступну мету: мінімізувати витрати на виробництво та знищення забруднювачів.

При цьому, способи виробництва можуть призвести до аварії, тобто викиду великої кількості забруднювачів у навколишнє середовище - екологічної катастрофи. Задача зводиться до задачі лінійного програмування.

Введемо:

I – множина всіх видів продукції виробництва

P_i – множина всіх способів виробництва продукції

J – множина всіх видів забруднювачів

Q_j – множина всіх способів знищення забруднювачів

Нехай кожний вид продукції $i \in I$ виробляється декількома способами $\varphi_i \in P_i$, але кожним способом випускається лише один продукт. Аналогічно, кожний вид забруднювачів $j \in J$ знищується декількома способами $\psi_j \in Q_j$, але кожним способом знищується лише один забруднювач.

Введемо наступні позначення:

$x_{i\varphi_i}^1$ – обсяг виробництва продукції i методом φ_i

$x_{j\psi_j}^2$ – обсяг знищення забруднювача j методом ψ_j

$a_{ik\varphi_k}^{11}$ – нормативний коефіцієнт витрат продукції i на виробництво одиниці продукції $k \in I$ способом φ_k

$a_{ij\psi_j}^{12}$ – нормативний коефіцієнт витрат продукції i на знищення одиниці забруднювача j способом ψ_j

$a_{ji\varphi_i}^{21}$ – нормативний коефіцієнт викиду забруднювача j при випуску одиниці продукції i способом φ_i

$a_{jl\psi_l}^{22}$ – нормативний коефіцієнт викиду забруднювача j при знищенні одиниці забруднювача $l \in J$ способом ψ_l

y_i^1 – обсяг споживання продукції i

y_j^2 – обсяг максимальної кількості незнищеного забруднювача j (викиду)

p_{φ_i} – ймовірність екологічної аварії при виробленні продукції i методом φ_i

p_{ψ_j} – ймовірність екологічної аварії при знищенні забруднювача j методом ψ_j

$b_{ji\varphi_i}^1$ – коефіцієнт викиду забруднювача j , при виробництва продукції i методом φ_i , у випадку аварії

$b_{jl\psi_l}^2$ – коефіцієнт викиду забруднювача j , при знищенні забруднювача l способом ψ_l , у випадку аварії

c_j – оплата незнищених викидів забруднення, що береться за кожен одиницю забруднювача j («права на забруднення»)

$c_j\psi_j$ – вартість знищення одиниці забруднювача l способом ψ_l

Перепишемо деякі значення спираючись на ймовірність того, що екологічна аварія не відбудеться:

$$\begin{aligned}\overline{a_{ik\varphi_k}^{11}} &= (1 - p_{\varphi_k})a_{ik\varphi_k}^{11} \\ \overline{a_{ij\psi_j}^{12}} &= (1 - p_{\psi_j})a_{ij\psi_j}^{12} \\ \overline{a_{ji\varphi_i}^{21}} &= (1 - p_{\varphi_i})a_{ji\varphi_i}^{21} + p_{\varphi_i} b_{ji\varphi_i}^1 \\ \overline{a_{jl\psi_l}^{22}} &= (1 - p_{\psi_l})a_{jl\psi_l}^{22} + p_{\psi_l} b_{jl\psi_l}^2\end{aligned}\quad (1)$$

Визначимо цільову функцію. Знайдемо обсяг викинутих забруднювачів при виробництві продукції. Для цього необхідно знайти загальну кількість викидів забруднювача j для загального обсягу випуску продукції i способом ψ_j .

Отримуємо:

$$\sum_{i \in I} \sum_{\varphi_i \in P_i} \overline{a_{ji\varphi_i}^{21}} x_{i\varphi_i}^1$$

Введемо:

$$\sigma_{jl\psi_l} = \begin{cases} \overline{a_{jl\psi_l}^{22}}, & j \neq l \\ \overline{a_{jj\psi_l}^{22}} - 1 + \frac{c_j\psi_j}{c_j}, & j = l \end{cases} \quad (2)$$

Знаходимо обсяг викинутих забруднювачів при їх знищенні мінус обсяг знищених забруднювачів плюс витрати на їх знищення:

$$\sum_{l \in J} \sum_{\psi_j \in Q_j} \sigma_{jl\psi_l} x_{l\psi_l}^2$$

Сформулюємо цільову функцію як вартісну суму двох попередніх пунктів:

$$\sum_{j \in J} c_j \left(\sum_{i \in I} \sum_{\varphi_i \in P_i} \overline{a_{ji\varphi_i}^{21}} x_{i\varphi_i}^1 + \sum_{l \in J} \sum_{\psi_j \in Q_j} \sigma_{jl\psi_l} x_{l\psi_l}^2 \right) \rightarrow \min \quad (3)$$

$$x_{i\varphi_i}^1, x_{l\psi_l}^2 \geq 0 \quad (4)$$

Метою є мінімізація цільової функції.

При цьому, обсяг кінцевої продукції не може бути меншим обсягів споживання:

$$\sum_{k \in I} \sum_{\varphi_k \in P_k} (\delta_{ik} - \overline{a_{ik\varphi_k}^{11}}) x_{k\varphi_k}^1 - \sum_{j \in J} \sum_{\psi_j \in Q_j} \overline{a_{ij\psi_j}^{12}} x_{j\psi_j}^2 \geq y_i^1 \quad (5)$$

Обсяг незнищених забруднювачів не має перевищувати максимальної кількості викиду:

$$-\sum_{i \in I} \sum_{\varphi_i \in P_i} \overline{a_{ji\varphi_i}^{21}} x_{i\varphi_i}^1 + \sum_{l \in J} \sum_{\psi_l \in Q_l} (\delta_{jl} - \overline{a_{jl\psi_l}^{22}}) x_{l\psi_l}^2 \geq -y_j^2 \quad (6)$$

де $\delta_{jl} = \begin{cases} 1, & j = l \\ 0, & j \neq l \end{cases}$ (символ Кронекера)

Достатньою умовою розв'язку задачі у нашому випадку є:

$$\sum_{i \in I} \sum_{\varphi_i \in P_i} \overline{a_{ji\varphi_i}^{21}} x_{i\varphi_i}^1 \geq y_j^2 \quad (7)$$

2.1 РЕАЛІЗАЦІЯ МОДИФІКОВАНОЇ МОДЕЛІ ЛЕОНТЬЄВА-ФОРДА В PYTHON

У попередніх розділах розглянуто теоретичну частину еколого-економічної моделі Леонт'єва-Форда, зокрема її модифіковану версію, запропоновану Р.К.Чорнеєм (розділ 1.7). Далі буде наведена спроба реалізації даної моделі за допомогою мови програмування Python. Програма складається з трьох частин: даних простої задачі, основного алгоритму та генерації CSV файлу з рандомізацією вхідних даних та записаним одразу результатом виконання програми.

1) Реалізація алгоритму роботи модифікованої моделі Леонт'єва-Форда В даному етапі була використана бібліотека PuLP. Використовуючи цільову функцію (3) та обмеження (4)-(7) написано функцію `call_solver`, яка вирішує задачу лінійного програмування. Повний її вигляд зображено на рисунках 1.1 та 1.2.

```
def call_solver(prob_a11, prob_a12, prob_a21, prob_a22, prob_a22_sigma, y1, y2, cj, cjf, p_i, p_k, p_j, p_l, b1, b2):
    prob = pulp.LpProblem('MyLP', pulp.LpMinimize)

    prob_a11_num_j, prob_a11_num_i, prob_a11_num_var = prob_a11.shape
    prob_a12_num_j, prob_a12_num_i, prob_a12_num_var = prob_a12.shape
    prob_a21_num_j, prob_a21_num_i, prob_a21_num_var = prob_a21.shape
    prob_a22_sigma_num_j, prob_a22_sigma_num_i, prob_a22_sigma_num_var = prob_a22_sigma.shape

    x1 = pulp.LpVariable.dicts('x1', (range(1), range(prob_a21_num_i), range(prob_a21_num_var)), lowBound=0,
                               cat=pulp.LpContinuous)
    x2 = pulp.LpVariable.dicts('x2', (range(1), range(prob_a22_sigma_num_i), range(prob_a22_sigma_num_var)), lowBound=0,
                               cat=pulp.LpContinuous)

    expr = pulp.lpSum(cj) * \
        (pulp.lpSum([prob_a21[j][i][var] * x1[0][i][var] for j in range(prob_a21_num_j) for i in range(prob_a21_num_i)
                    for var in range(prob_a21_num_var)]) + \
         pulp.lpSum([prob_a22_sigma[j][i][var] * x2[0][i][var] for j in range(prob_a22_sigma_num_j)
                    for i in range(prob_a22_sigma_num_i) for var in range(prob_a22_sigma_num_var)]))

    prob += expr

    exprlimit1 = pulp.lpSum(prob_a11[j][i][var] * x1[0][i][var] for j in range(prob_a11_num_j) for i in range(prob_a11_num_i)
                            for var in range(prob_a11_num_var)) - \
        pulp.lpSum(prob_a12[j][i][var] * x2[0][i][var] for j in range(prob_a12_num_j) for i in range(prob_a12_num_i)
                  for var in range(prob_a12_num_var)) >= pulp.lpSum(y1)

    prob += exprlimit1

    exprlimit2 = -pulp.lpSum(prob_a21[j][i][var] * x1[0][i][var] for j in range(prob_a21_num_j) for i in range(prob_a21_num_i)
                            for var in range(prob_a21_num_var)) + \
        pulp.lpSum(prob_a22[j][i][var] * x2[0][i][var] for j in range(prob_a22_sigma_num_j) for i in range(prob_a22_sigma_num_i)
                  for var in range(prob_a22_sigma_num_var)) >= -pulp.lpSum(y2)
```

рис. 1.1


```

prob += exprlimit2

prob.solve(pulp.PULP_CBC_CMD(msg=0))

x1_values_arr = []
for j in range(1):
    for i in range(prob_a21_num_i):
        for var in range(prob_a21_num_var):
            x1_values_arr.append(pulp.value(x1[j][i][var]))
x1_values_arr = np.array(x1_values_arr).reshape(1, prob_a21_num_i, prob_a21_num_var)

x2_values_arr = []
for j in range(1):
    for i in range(prob_a22_sigma_num_i):
        for var in range(prob_a22_sigma_num_var):
            x2_values_arr.append(pulp.value(x2[j][i][var]))
x2_values_arr = np.array(x2_values_arr).reshape(1, prob_a22_sigma_num_i, prob_a22_sigma_num_var)

objective = pulp.value(prob.objective)

return x1_values_arr, x2_values_arr, objective

```

рис. 1.2

2) Реалізація простої задачі

Нехай наявно 2 товари, кожен з яких виготовляється 2-ма способами та два забруднювача, кожен з яких знищується 2-ма способами. Вхідні дані введено вручну у вигляді матриць, як зображено на рисунках 2.1 та 2.2.

```

a11 = np.array([
    [[0.1, 0.1], [0.3, 0.3]],
    [[0.3, 0.3], [0.0, 0.0]],
])

a12 = np.array([
    [[0.3, 0.3], [0.3, 0.3]],
    [[0.3, 0.3], [0.0, 0.0]],
])

a21 = np.array([
    [[0.3, 0.3], [0.3, 0.3]],
    [[0.3, 0.3], [0.3, 0.3]],
])

a22 = np.array([
    [[0.2, 0.2]],
    [[0.2, 0.2]]
])

y1 = np.array([1, 1])
y2 = np.array([10, 10])

cj = np.array([100, 100])
cjf = np.array([50, 50])

```

рис. 2.1 Вхідні дані моделі, написані вручну

```

p_i = np.array([
    [[0.1, 0.1], [0.1, 0.1]],
])
p_k = np.array([
    [[0.1, 0.1], [0.1, 0.1]]
])
p_j = np.array([
    [[0.1, 0.1], [0.1, 0.1]]
])
p_l = np.array([
    [[0.1, 0.1], [0.1, 0.1]]
])

b1 = np.array([
    [[0.9, 0.9], [0.9, 0.9]],
    [[0.9, 0.9], [0.9, 0.9]],
])
b2 = np.array([
    [[0.9, 0.9], [0.9, 0.9]]
])

```

рис. 2.2 Вхідні дані моделі, написані вручну

Використовуючи вірогідність катастрофи, перераховуються коефіцієнти матриць A_{11} , A_{12} , A_{21} , A_{22} за формулами (1), як зображено на рисунку 3.

```

prob_a11 = (1 - p_k) * a11
prob_a12 = (1 - p_j) * a12
prob_a21 = (1 - p_i) * a21 + p_i * b1
prob_a22 = (1 - p_l) * a22 + p_l * b2

```

рис.3

Для визначення цільової функції обчислюється значення $\sigma_{jl}\psi_l$ за формулою (2), як показано на рисунку 3.

```

prob_a22_sigma = prob_a22.copy()
for i in range(prob_a22_sigma.shape[0]):
    for j in range(prob_a22_sigma.shape[1]):
        for c in range(prob_a22_sigma.shape[2]):
            if prob_a22_sigma[i][j][c] == 1.0:
                prob_a22_sigma[i][j][c] = prob_a22_sigma[i][j][c] - 1 + cjf[i] / cj[i]

```

рис.3

У результаті роботи програми отримуємо результат: оптимальним обсягом роботи виробництва є 5,56, значення мінімуму цільової функції наближено дорівнює 800.

3) Робота з більшим обсягом даних та їх генерація

Оптимальним способом зберігання і роботи з великою кількістю даних у даному випадку є робота з CSV файлом, оскільки є необхідність збереження

великої кількості таблиць. В програмі виконується рандомізація вхідних даних у межах від 0 до 1 для коефіцієнтів матриць A_{11} , A_{12} , A_{21} , A_{22} та коефіцієнтів $b_{ji\varphi_i}^1$ та $b_{ji\psi_i}^2$; від 1 до 10 для кількості видів продукції, методів, якими вона виготовляється, забруднювачів, методів, якими вони знищуються; від 1 до 100 для y_i^1 , y_j^2 , c_j та $c_{j\psi_j}$. Програмний код відповідного процесу показано на рисунку 4.

```

top_rand_shape = 10
top_rand_value = 100

i_num = random.randint(1, top_rand_shape)
k_num = i_num
i_k_methods_num = random.randint(1, top_rand_shape)
i_j_methods_num = random.randint(1, top_rand_shape)

j_num = random.randint(1, top_rand_shape)
l_num = j_num
j_l_methods_num = random.randint(1, top_rand_shape)

a11 = np.random.rand(i_num, k_num, i_k_methods_num)
a12 = np.random.rand(i_num, j_num, i_j_methods_num)
a21 = np.random.rand(j_num, i_num, i_k_methods_num)
a22 = np.random.rand(j_num, l_num, j_l_methods_num)

y1 = np.random.randint(1, top_rand_value, size=(k_num))
y2 = np.random.randint(1, top_rand_value, size=(l_num))

cj = np.random.randint(1, top_rand_value, size=(j_num))
cjf = np.random.randint(1, top_rand_value, size=(j_num))

p_i = np.random.rand(1, i_num, i_k_methods_num)
p_k = np.random.rand(1, k_num, i_k_methods_num)

p_j = np.random.rand(1, j_num, i_j_methods_num)
p_l = np.random.rand(1, l_num, j_l_methods_num)

b1 = np.random.rand(l_num, i_num, i_k_methods_num)
b2 = np.random.rand(j_num, l_num, j_l_methods_num)

```

рис. 4 Генерація вхідних значень

Далі відповідно до формул (1)-(2) записано нові значення, як зображено на рисунку 5.

```

prob_a11 = (1 - p_k) * a11
prob_a12 = (1 - p_j) * a12
prob_a21 = (1 - p_i) * a21 + p_i * b1
prob_a22 = (1 - p_l) * a22 + p_l * b2

prob_a22_sigma = prob_a22.copy()
for i in range(prob_a22_sigma.shape[0]):
    for j in range(prob_a22_sigma.shape[1]):
        for c in range(prob_a22_sigma.shape[2]):
            if prob_a22_sigma[i][j][c] == 1.0:
                prob_a22_sigma[i][j][c] = prob_a22_sigma[i][j][c] - 1 + c_jf[i] / c_j[i]

```

рис. 5

Процес, описаний вище виконується функцією `randomize_params`.

Згенеровані та переписані дані одразу використовуються функцією `call_solver`, результат роботи алгоритму та дані записуються в CSV файл. Дана реалізація передбачає 19 наборів даних та результатів, тобто 19 задач. Програмний код даного процесу зображено на рисунку 6.

```

counter = 0
data = []
while counter < 20:
    try:
        index_num = str(counter + 1)
        a11, a12, a21, a22, y1, y2, c_j, c_jf, p_i, p_k, p_j, p_l, b1, b2, prob_a11, prob_a12, prob_a21, prob_a22,
        prob_a22_sigma = randomize_params(10, 100)
        x1, x2, objective = call_solver(prob_a11, prob_a12, prob_a21, prob_a22, prob_a22_sigma, y1, y2, c_j, c_jf, p_i, p_k, p_j,
        p_l, b1, b2)

        colslst = [a11, a12, a21, a22, y1, y2, c_j, c_jf, p_i, p_k, p_j, p_l, b1, b2, prob_a11, prob_a12, prob_a21, prob_a22,
        prob_a22_sigma, x1, x2, objective]

        for i in range(len(colslst)):
            colslst[i] = np.array2string(colslst[i], precision=3, separator=",").replace("\n", "").replace(" ", "")

        datadict = {"index_num": index_num, "a11": a11, "a12": a12, "a21": a21, "a22": a22, "y1": y1, "y2": y2, "c_j": c_j,
        "c_jf": c_jf, "p_i": p_i, "p_k": p_k, "p_j": p_j, "p_l": p_l, "b1": b1, "b2": b2, "prob_a11": prob_a11,
        "prob_a12": prob_a12, "prob_a21": prob_a21, "prob_a22": prob_a22, "prob_a22_sigma": prob_a22_sigma,
        "x1": x1, "x2": x2, "objective": objective}

        data.append(datadict)
        counter += 1
        print(counter, end="\n")
        print("x1:")
        print(x1)
        print("x2:")
        print(x2)
        print("Objective:", objective)
    except:
        pass

df = pd.DataFrame(data)
df.to_csv("gendata.csv", index=False, sep="|")

```

рис. 6

По завершенню роботи програми отримано CSV файл з вхідними згенерованими даними та результатами використання на них модифікованої моделі Леонт'єва-Форда для заданої кількості наборів даних.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N									
1	index_num	a11	a12	a21	a22	y1	y2	cj	cfj	p_i	p_k	p_j	p_l	b1	b2	prob_a11	prob_a12	prob_a21	prob_a22	prob_a22_sigma	x1	x2	objective
2	1	[[[1.02674520e-01	6.28932411e-01	8.53246073e-02	3.02910219e-01]																		
3		[6.99326799e-01	9.12399882e-01	2.61691162e-01	6.63291977e-01]																		
4		[6.77204470e-01	8.50473143e-01	4.16009849e-01	4.74789049e-01]																		
5		[2.71552954e-01	5.62028504e-01	3.25526856e-01	6.90172381e-01]																		
6		[1.92513096e-01	2.63043363e-01	9.88619902e-01	4.92020623e-02]																		
7		[8.35727356e-01	4.70868286e-01	8.30228330e-01	1.73693348e-02]																		
8		[3.29887797e-01	5.56169429e-02	4.03595849e-01	8.64959923e-01]]																		
9																							
10		[[[5.40196316e-01	6.55216051e-02	5.20342022e-01	2.16476219e-01]																		
11		[9.33836154e-01	8.83250473e-01	9.87185781e-01	7.37369946e-01]																		
12		[1.03858241e-01	2.71761130e-01	9.89019614e-01	4.98280243e-01]																		
13		[9.14715879e-01	6.82918699e-01	2.02899088e-01	1.42942161e-01]																		
14		[1.97148896e-01	3.44772382e-01	9.44495301e-01	2.12862364e-01]																		
15		[3.80291396e-01	4.82695462e-01	5.27729078e-01	5.22479368e-01]																		
16		[9.06393062e-01	3.91489323e-01	5.72865381e-01	9.88760721e-01]]																		
17																							
18		[[[7.78114682e-01	7.52121407e-03	5.14744146e-01	1.48501091e-01]																		
19		[4.81570229e-01	7.37278501e-01	5.80591004e-01	2.40396606e-01]																		
20		[9.42294821e-01	8.20879876e-04	2.01736821e-01	9.01573950e-02]																		
21		[5.24649484e-01	1.31493693e-01	7.07049813e-01	8.54363030e-01]																		
22		[9.36678861e-01	2.22808476e-01	7.63845413e-01	1.14615299e-01]																		
23		[3.87304827e-01	6.75055335e-01	1.07382599e-01	8.47613660e-01]																		
24		[5.72234046e-01	2.31330859e-01	9.32952998e-01	8.11498986e-02]]																		
25																							

рис. 7 Частина вихідного CSV файлу, відкритого в програмі Excel

ВИСНОВКИ

У даній роботі розібрано та реалізовано модифіковану еколого-економічної модель Леонтьєва-Форда. Дана модель є важливим інструментом для оцінки взаємозв'язку між економічною діяльністю та екологічними наслідками. У процесі дослідження проведений аналіз моделі, розглянуто її основні компоненти та принципи роботи, з подальшою реалізацією моделі в середовищі програмування Python, що дозволило проаналізувати її поведінку та результати на конкретних прикладах.

При використанні моделі необхідно враховувати її обмеження та недоліки. Наприклад, постійні коефіцієнти технічного прогресу та відсутність урахування динаміки зміни якості природних ресурсів.

Для подальшої роботи з даною темою можна визначити декілька векторів: створення більш розвиненої програмної реалізації, розширення моделі більшою кількістю екологічних та економічних факторів, оптимізація програмного коду.

ВИКОРИСТАНІ ДЖЕРЕЛА

- 1) Управління екології та природних ресурсів Житомирської обласної державної адміністрації [Електронний ресурс] Режим дійсного доступу: <https://eprdep.zht.gov.ua/ND2014-9.htm>
- 2) В.В.Березуцький, М.І.Адаменко «Небезпечні виробничі ризики та надійність» // Харків НТУ «ХПІ» -2016. -386 с.
- 3) І. М. Ляшенко, А. М. Онищенко «Моделювання матеріально-вартісної галузевої структури в умовах обмежень на викиди парникових газів» // Інвестиції: практика та досвід -2011. -№4. - с. 24-26
- 4) О. П. Коржевська «Дослідження статичної модифікованої моделі леонтєва-форда» // Економіка та держава -2013. -№ 9. – с. 89-91
- 5) Онищенко А.М., Мостинець В.С «Магістральні траєкторії прямої та двоїстої динамічної моделі Леонтєва–Форда» // Економічний вісник НТУУ «КПІ» - с. 265-269
- 6) М. А. Ризванова «Применение модели межотраслевого баланса В. Леонтьева в прогнозировании экономики» // Вестник Башкирского университета -2015. -№3. – с. 927-932
- 7) Ф.Х.Асхакова «Векторная оптимизация в балансовой модели Леонтьева-Форда, учитывающей утилизацию вредных отходов»
- 8) Чорней Р. К. «Оптимізаційна еколого-економічна модель з урахуванням технологічних аварій» -2017.