

## ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ ІНВАРІАНТІВ ДО АНАЛІЗУ КОЛЬОРОВИХ МЕРЕЖ ПЕТРІ

У роботі описано принципи застосування методу інваріантів, що використовує алгоритм пошуку зрізаної множини розв'язків (*Truncated Set of Solutions, TSS*) рівняння стану мережі Петрі, яке записується у вигляді систем лінійних однорідних діофантових рівнянь, до аналізу кольорових мереж Петрі і дослідження їхніх статичних та динамічних властивостей. Розглянуто аналіз кольорових мереж Петрі з кількісними фішками (на прикладі моделі взаємодії абонентів у базовій телефонній мережі) та якісними фішками (на прикладі моделі функціонування багатопотоковості в мові програмування Java). Описано еквівалентні перетворення кольорової мережі Петрі з якісними фішками на аналогічну за властивостями кольорову мережу Петрі з кількісними фішками.

**Ключові слова:** кольорові мережі Петрі, CPN Tools, інваріанти мережі Петрі, діофантові рівняння, діофантові нерівності, моделювання, багатопотоковість, властивості мереж Петрі, TSS-алгоритм.

### Вступ

Автор продовжує розпочату в статті [2] роботу з перетворення наявних мережних моделей мовою мереж Петрі (МП) на моделі мовою кольорових мереж Петрі (КМП) з метою поширення наявних методів аналізу МП на КМП та, за потреби, розробки специфічних методів аналізу КМП на основі методів аналізу МП та виявлення взаємозв'язків і взаємовідповідностей між МП-та КМП-моделями з метою створення засобів автоматизованого аналізу КМП та перетворення МП у КМП – потужнішу за МП мову, а тому перспективнішу щодо проведення подальших поглиблених досліджень.

У попередній статті [2] на мову КМП було перекладено МП-модель колаборативної системи з двох користувачів, одного сеансу, одного рівня та одного ресурсу, описану в праці [1]. У першому розділі цієї статті описано переклад на мову КМП МП-моделі взаємодії абонентів у базовій телефонній мережі (Plain Old Telephone Service, POTS), описаної в працях [4–6]. У другому розділі до отриманої КМП-моделі застосовується метод дослідження властивостей МП на основі її рівняння стану та одержаних за допомогою TSS-алгоритму інваріантів, результати застосування якого до МП-моделі телефонної мережі, описані в праці [5], слугуватимуть одночасно відправною точкою та орієнтиром при застосуванні цього методу до КМП-моделі. У третьому розділі описується застосування методу інваріантів до КМП-моделі взаємодії потоків за шаблоном «виробники-споживачі» в багатопотокових застосуваннях,

написаних мовою Java з використанням комбінації методів `wait()/notifyAll()`.

### 1. Модель базової телефонної мережі (POTS)

Згідно з наведеними у [4; 5] діаграмами послідовності повідомлень (Message Sequence Charts, MSC), базова функціональність POTS включає можливість зняти слухавку, набрати номер телефону і встановити зв'язок з відповідним абонентом (інакше кажучи, можливість для двох абонентів поспілкуватися між собою). Також модель передбачає стани: «в абонента, до якого телефонують, зайнято» (короткі гудки) та «абонент, до якого телефонують, відсутній» (не бере слухавку). Відомо, що кожний телефон може перебувати в одному з двох станів (вільний та зайнятий), а телефонна станція має  $k$  каналів зв'язку для обслуговування  $K$  своїх абонентів (при цьому  $k < K$ ) [5, с. 115].

Побудована в роботах [4; 5] МП-модель POTS складається з 11 місць і 12 переходів, які дають змогу реалізувати три сценарії: абонент М телефонує абоненту N, і вони спілкуються між собою, після чого вішають слухавки; абонент М телефонує абоненту N, але номер зайнятий, і абонент М вішає слухавку; абонент М телефонує абоненту N, але той не бере слухавку, і абонент М вішає слухавку. З цього переліку випливає, що а) після будь-якого варіанта розвитку подій система має змогу повернутися в початковий стан; б) робота системи описується з погляду лише одного з двох користувачів. Перший пункт є гарною рисою моделі, а другий хоч і виглядає на перший погляд

недоліком через начебто неврахування симетричності ролей абонентів реальної системи, насправді є результатом редукування МП [5, с. 115] і скорочення місць і переходів, які не є критичними для коректності моделі, задля зменшення складності задачі її дослідження. Задача перекладу цієї МП-моделі на мову КМП також спрощується.

Іншою обставиною, яка спрощує перехід від МП до КМП, є те, що така асиметричність дає змогу використати в КМП-моделі тільки кількісні фішки, тобто фішки типу INT (цілочисельний, для фіксації кількості вільних каналів зв'язку) та UNIT (складається з одного елемента, ()); ідеально підходить для реалізації безтипних фішок, для яких, так само як у простих МП, важлива лише їх наявність та кількість у місці). Їх обробка нічим не відрізняється від обробки фішок при аналізі і дослідженні простих МП, а отже, є підстави очікувати, що множини маркувань та інваріантів МП- та КМП-версій моделі будуть якщо не ідентичними, то достатньо близькими, щоб говорити про їхню взаємну еквівалентність. Це припущення буде перевірене на практиці в розділі 2.

Зображення МП-моделі POTS наведено у [5, рис. 7]. КМП-модель POTS, створену за допомогою пакета CPN Tools [7], наведено на рис. 1.1. Початкове маркування  $M_0 = (1^0, -, -, -, -, -, -, 1^0, -, -, 1^2)$ , де  $1^0$  – це одна фішка типу UNIT, а  $1^2$  – 1 фішка типу INT зі значенням 2 (початкова кількість каналів зв'язку, яка задається шляхом зміни константи  $k$ ). Хоча вище зазначалося, що в загальному випадку кількість доступних каналів  $k$  менша за кількість абонентів  $K$ , у цьому випадку потрібно мати хоча б два канали зв'язку, щоб мати можливість моделювати сценарій «абонент  $M$  телефонує абоненту  $N$ , але номер зайнятий». Назви місць і переходів КМП-моделі точно відповідають назвам місць і переходів МП-моделі, переліченим у [5, с. 115]. Для реалізації зміни кількості доступних каналів зв'язку були проведені додаткові дуги з переходів  $t1$  та  $t11$  до місця  $P11$  та з місця  $P11$  до переходів  $t3$ ,  $t5$ ,  $t10$  та  $t12$ , що слугують для поміщення туди фішки, яка містить збільшене або зменшене значення змінної  $ch\_available$  типу INT. Також на переходи  $t1$  та  $t11$  накладено умову спрацювання  $[ch\_available > 0]$ , яка закряє їх у випадку, коли резерв каналів вичерпаний. З місцями  $P1$ – $P10$  пов'язано тип даних UNIT, з місцем  $P11$  – тип даних INT. Також тип UNIT мають змінні  $Sstate$ ,  $Mstate$  та  $Nstate$ , які слугують для передачі фішок мережею.

## 2. Дослідження МП-моделі та КМП-моделі POTS

Знайдена за допомогою TSS-алгоритму пошуку розв'язків системи лінійних однорідних діофантових рівнянь (далі – СЛЮДР) [3] множини  $S$ -інваріантів цієї МП складається з 7 векторів і має такий вигляд [4, с. 595; 5, с. 115]:

$$\begin{aligned} s_1 &= (0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0) \\ s_2 &= (0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0) \\ s_3 &= (1, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0) \\ s_4 &= (0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 0) \\ s_5 &= (1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1) \\ s_6 &= (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1) \\ s_7 &= (1, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 1) \end{aligned}$$

Знайдена за допомогою TSS-алгоритму пошуку розв'язків СЛЮДР множина  $T$ -інваріантів цієї МП складається з 6 векторів і має такий вигляд [4, с. 595; 5, с. 116]:

$$\begin{aligned} t_1 &= (1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0) \\ t_2 &= (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1) \\ t_3 &= (1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0) \\ t_4 &= (1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0) \\ t_5 &= (0, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0) \\ t_6 &= (1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 1) \end{aligned}$$

Наведені в [4; 5] результати дослідження МП-моделі POTS на основі обчислених інваріантів МП свідчать, що ця МП:

- обмежена (всі місця МП покриваються ненульовими координатами векторів із множини  $S$ -інваріантів);
- повторювана (всі переходи МП покриваються ненульовими координатами векторів із множини  $T$ -інваріантів);
- несуперечлива (будь-яке маркування  $M$  є досяжним із самого себе, а отже, початкове маркування  $M_0$  також є досяжним із самого себе через таку послідовність переходів  $\sigma$ , що кожен перехід входить до  $\sigma$  принаймні один раз);
- взаємовиключна (жоден телефон не може бути одночасно зайнятий і вільний, оскільки маркування  $M = (1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, k-1)$  та  $M = (0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, k-1)$  не є досяжними).

Ці властивості МП дають змогу зробити такі висновки щодо властивостей базової телефонної мережі: кількість під'єднаних до мережі телефонів і каналів зв'язку визначається конфігурацією мережі і залишається незмінною в будь-який момент часу в рамках цієї конфігурації; є обмеження на використання ресурсів – одночасно в мережі не може мати місце більше ніж  $k+1$  попарних

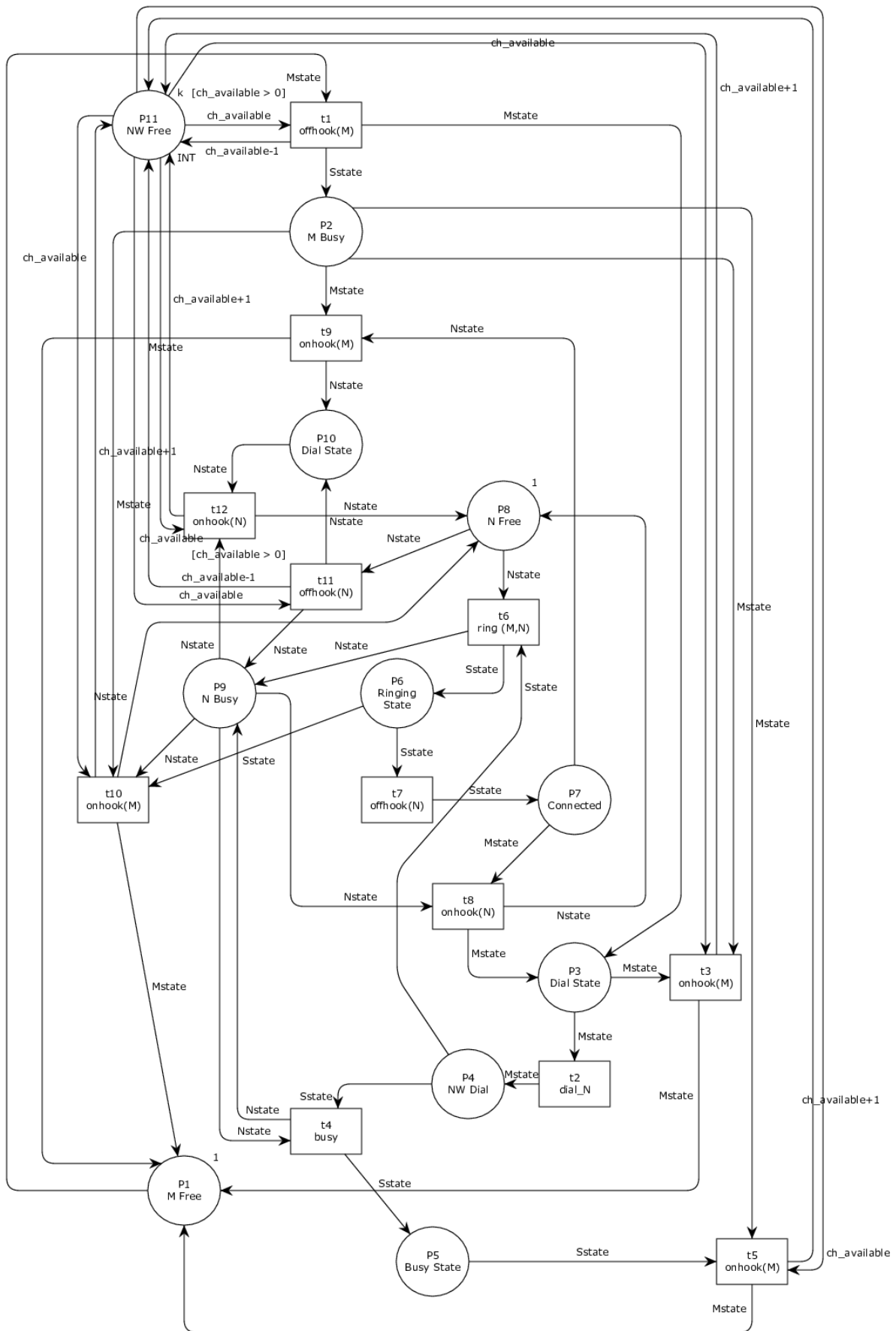


Рис. 1.1. КМП-модель POTS

з'єднань абонентів; телефонна мережа повинна повертатися в початковий стан після розмови двох абонентів; можливе нескінченне повторення з'єднання двох абонентів між собою незалежно від поточної конфігурації мережі; відсутня можливість зв'язування абонента з самим собою; неможливе потрапляння телефонної мережі в тупиковий стан [5, с. 116].

Перевіримо, чи збереглися ці властивості при переході від МП-моделі до КМП-моделі POTS. На рис. 2.1 зображено граф досяжності КМП-моделі, побудований за допомогою State Space Tool з пакету CPN Tools [8]. Його аналіз дає змогу зробити такі висновки щодо властивостей досліджуваної КМП:

- обмеженість (граф досяжності включає в себе 10 станів, що є скінченною величиною, а отже, досліджувана КМП є обмеженою);
- повторюваність (існує початковий стан (стан 1 на рис. 2.1), починаючи з якого можна побудувати таку послідовність переходів між станами  $\sigma$ , що кожний перехід зустрічатиметься у  $\sigma$  нескінченну кількість разів);
- несуперечливість (будь-який стан є досяжним із самого себе, а отже, початковий стан

(стан 1 на рис. 2.1) також є досяжним із самого себе через таку послідовність переходів між станами  $\sigma$ , що кожний перехід входить до  $\sigma$  принаймні один раз);

- взаємовиключність (жоден телефон не може бути одночасно зайнятий і вільний, оскільки стани  $(1'(), 1'(), -, -, -, -, 1'(), -, -, k-1)$  та  $(-, 1'(), -, -, -, -, 1'(), 1'(), -, k-1)$  не є досяжними).

Тепер перевіримо, що буде, якщо застосувати до КМП метод дослідження на основі рівняння стану, який був застосований до дослідження МП-моделі. Він може бути більш виграним у порівнянні з методом побудови графа досяжності, з яким пов'язана проблема вибуху простору станів [9], що обмежує розміри систем, до яких можна застосувати цей метод дослідження, і подолання якої вимагає застосування специфічних підходів.

За визначенням [3, с. 204], Т-інваріантом МП називається розв'язок СЛОДР  $Ax = 0$ , а S-інваріантом МП – розв'язок СЛОДР  $A^T y = 0$ , де  $A$  – матриця інцидентності цієї МП. Оскільки, як зазначалося в розділі 1, КМП, яка моделює POTS, відрізняється від відповідної МП шістьма додатковими дугами з переходів  $t1$  та

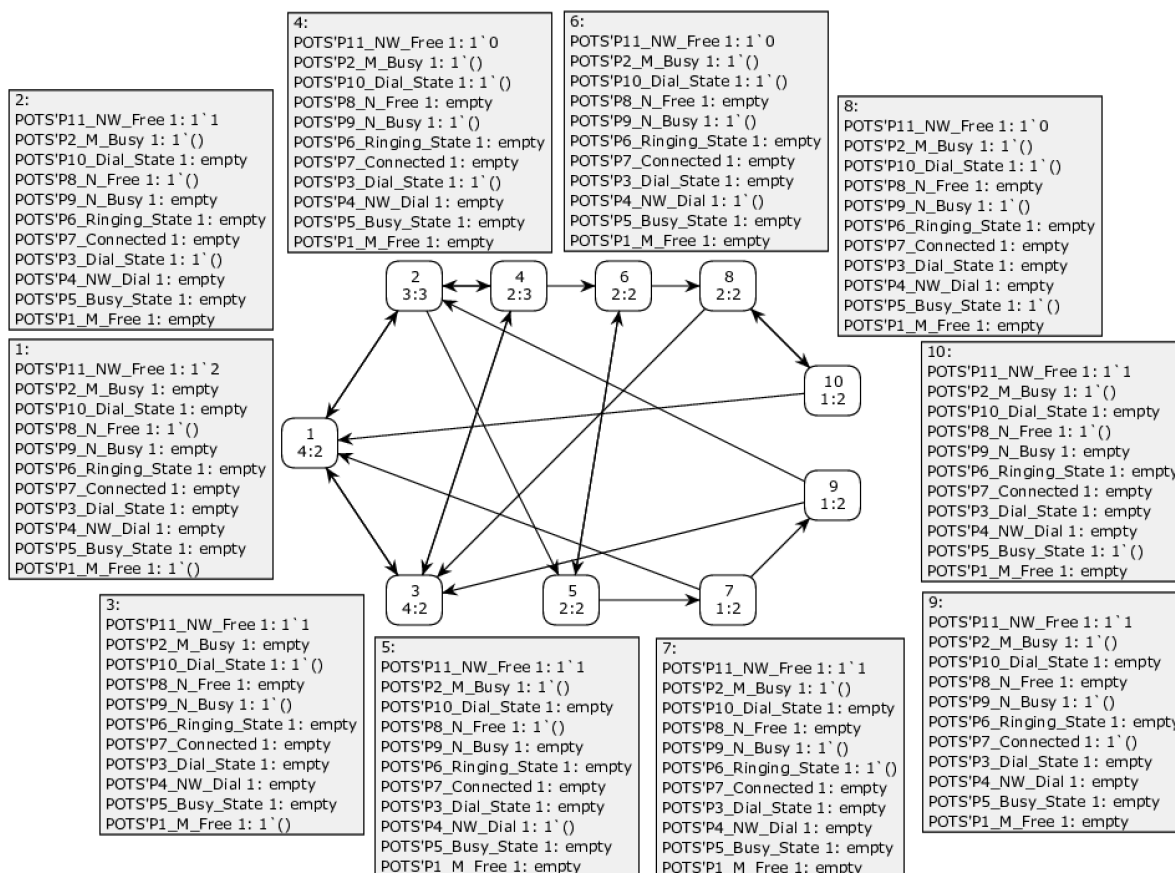


Рис. 2.1. Граф досяжності КМП-моделі POTS

t11 до місця P11 та з місця P11 до переходів t3, t5, t10 та t12, її матриця інцидентності буде відрізнятися від матриці інцидентності МП, а отже, розв'язки обох СЛОДР будуть іншими. Але треба врахувати, що введення цих додаткових дуг пов'язано зі специфікою обробки фішки цілочисельного типу INT, яка позначає кількість доступних каналів зв'язку і повинна міняти значення при кожному спрацюванні переходів, що позначають захоплення або звільнення одного такого каналу абонентом. Якщо ж цю фішку замінити відповідною кількістю фішок типу UNIT, то додаткові дуги вже не потрібні, оскільки обробка фішок типу UNIT у КМП нічим не відрізняється від обробки фішок у простих МП, а граф досяжності залишається таким самим, як і за використання фішки типу INT. Тому далі, описуючи КМП із кількісними фішками, замість позначок виду  $n()$  писатимемо  $n$ , а порожні місця позначимо не прочерками «-», а нулями.

Таким чином, матриця інцидентності  $A$  для КМП, яка моделює POTS, має такий вигляд:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Ця матриця збігається з матрицею інцидентності МП, що моделює POTS, а отже, і  $A^T$  збігатиметься з транспонованою матрицею інцидентності МП, що моделює POTS, а отже, множини S- і T-інваріантів, отримані за допомогою TSS-алгоритму, збігатимуться для МП та КМП, що моделюють POTS, а отже, вони матимуть аналогічні властивості.

Утім, така ситуація є радше винятком із правил, оскільки ми мали справу із КМП, в якій використовувалися тільки кількісні фішки (фішки типу UNIT та фішка типу INT, яку було можливо замінити фішками типу UNIT). Робота з КМП, які містять більш змістовні, якісні фішки (фішки типу bool, real, string, list; фішки перелічуваних та складених типів), вимагає додаткових перетворень, які будуть описані в наступному розділі.

### 3. Застосування методу дослідження на основі рівняння стану до КМП із якісними фішками

Як приклад КМП із якісними фішками розглянемо КМП-модель взаємодії потоків за шаблоном «виробники-споживачі» в багатопотокових застосуваннях, написаних мовою Java з використанням комбінації методів wait()/notifyAll().

КМП складається з 5 місць і 9 переходів (рис. 3.1). Місце *Threads* містить активні потоки, представлені фішками типу TYPE, для якого визначено два можливі значення: PROD («потік-виробник») і CONS («потік-споживач»). Потоки-виробники збільшують на 1 значення спільної змінної типу INT (представлена місцем *Shared Variable*), якщо воно рівне 0, а потоки-споживачі зчитують його, якщо воно відмінне від 0, і зменшують його на 1. Необхідний для коректної роботи системи взаемовиключний доступ до спільної змінної регулюється монітором, який складається з множини претендентів (місце *Entry Set*), зони власника (місце *Owner Zone*) та множини очікуючих (місце *Wait Set*). При зверненні до спільної змінної потік потрапляє до множини претендентів, де перебуває доти, доки монітор не впустить його в зону власника. Потрапивши в зону власника, потік або виконує свою задачу, якщо для цього є умови, або відправляється в множину очікуючих, де чекає на свій наступний шанс. Наступний шанс випадає тоді, коли потік, що успішно виконав свою задачу, залишає монітор, попередньо викликавши метод notifyAll(), який пробуджує всі очікуючі потоки. Детальніше про функціонування монітора у віртуальній машині Java див. [10]. Java-код класу для роботи зі спільною змінною наведено в лістингу 3.1.

Місця *Entry Set*, *Owner Zone* та *Wait Set* мають тип TLIST, тобто список (list) об'єктів типу TYPE. У початковому стані всі ці списки порожні, а в подальшому до них додаються та прибираються елементи, що позначають окремі потоки, яких у системі всього 4: 2 виробники і 2 споживачі. Такий набір потоків дає змогу переконатися, що в системі виключена тупикова ситуація, тобто таке маркування, коли всі потоки перебувають у множині очікуючих і нема нікого, хто міг би їх розбудити.

Аналіз графа досяжності цієї КМП-моделі дає змогу дійти таких висновків щодо її властивостей:

- обмеженість (граф досяжності включає в себе 118 станів, що є скінченною величиною, а отже, досліджувана КМП є обмеженою);

- повторюваність (існує початковий стан, починаючи з якого можна побудувати таку послідовність переходів між станами  $\sigma$ , що кожний перехід зустрічатиметься у  $\sigma$  нескінченну кількість разів);
- несуперечливість (будь-який стан є досяжним із самого себе, а отже, початковий стан також є досяжним із самого себе через таку послідовність переходів між станами  $\sigma$ , що кожний перехід входить до  $\sigma$  принаймні один раз);
- взаємовиключність (у місці *Owner Zone* не може перебувати більше одного потоку одночасно);
- живучість (мертві переходи відсутні, мертві маркування серед досяжних відсутні).

Для переробки цієї КМП-моделі з якісними фішками на КМП-модель із кількісними фішками

типу UNIT треба розробити метод представлення множини значень якісних типів за допомогою кількісних засобів. Це можна зробити, замінивши якісні місця КМП (*Threads, Entry Set, Owner Zone, Wait Set*) наборами місць, кожне з яких відповідає одному з допустимих значень відповідного якісного типу (в нашому випадку це тип TYPE із множиною допустимих значень {PROD, CONS}). Таким чином, замість чотирьох перерахованих місць матимемо 8 місць: *Producers/Consumers, Producers/Consumers In Entry Set, Producer/Consumer In Owner Zone, Producers/Consumers In Wait Set*. Відповідно, подвоїться кількість переходів, які обслуговують ці місця (нам знадобляться додаткові переходи для моделювання простою (*idle*), входу в множину претендентів, входу в зону власника, переходу в множину очікуючих і виходу із зони власника із викликом `notifyAll()`).

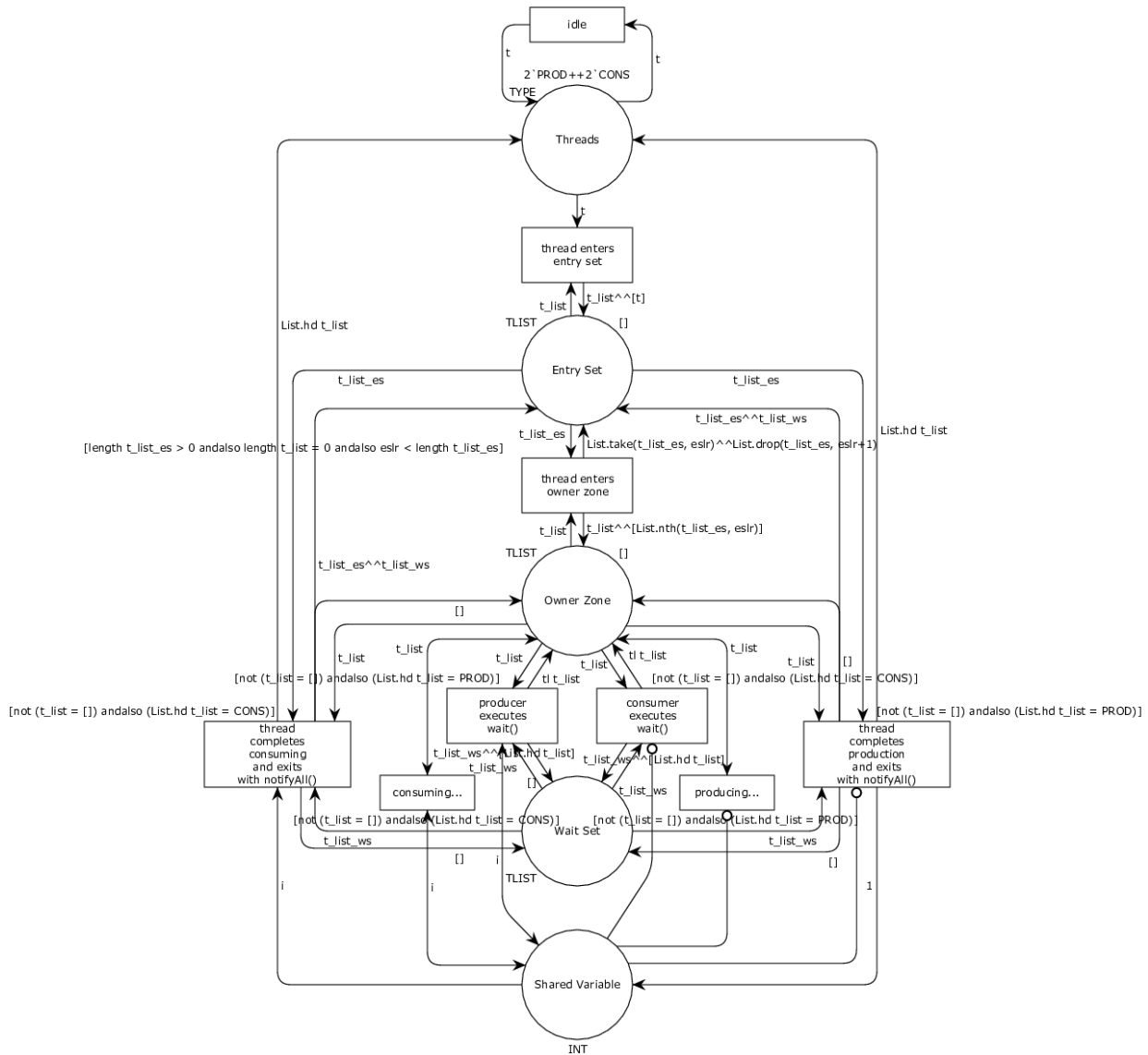


Рис. 3.1. КМП-модель взаємодії потоків у багатопотокових застосуваннях за шаблоном «виробники-споживачі» з використанням комбінацій методів `wait()/notifyAll()` (варіант із якісними фішками)

```

public class Buffer {
    private Integer n;
    private boolean flag = false;
    public synchronized void put(Integer i)
throws InterruptedException {
        while (flag) {
            if (n != null) {
                wait();
            }
        }
        n = i;
        flag = true;
        notify();
    }
}

```

```

public synchronized Integer get() throws
InterruptedException {
    while (!flag) {
        if (n == null) {
            wait();
        }
    }
    int t = n;
    n = null;
    notify();
    flag = false;
    return t;
}

```

Лістинг 3.1. Код класу для роботи зі спільною змінною з використанням комбінацій методів wait()/notifyAll()

Також для забезпечення взаємовиключного доступу знадобиться місце, яке показуватиме, чи вільна зона власника. Також знадобляться два комплекти додаткових переходів для моделювання роботи методу notifyAll(), тобто перенесення всіх потоків, які перебувають у множині очікуючих, до множини претендентів. Інакше кажучи, потік може перейти у відповідне його типу початкове місце тільки тоді, коли в місцях, що відповідають множині очікуючих, не буде жодної фішки. Одержану в результаті перетворення КМП наведено на рис. 3.2.

Аналіз графа досяжності цієї КМП-моделі дає змогу дійти таких висновків щодо її властивостей:

- обмеженість (граф досяжності включає в себе 102 стани, що є скінченною величиною, а отже, досліджувана КМП є обмеженою);
- повторюваність (див. вище);
- несуперечливість (див. вище);
- взаємовиключність (у парі місць *Producer In Owner Zone / Consumer In Owner Zone* може перебувати не більше однієї фішки одночасно, і якщо вона є, місце *Owner Zone Is Empty* обов'язково порожнє);
- живучість (мертві переходи відсутні, мертві маркування серед досяжних відсутні).

Незважаючи на те, що КМП із кількісними фішками менш виразна (скажімо, КМП із якісними фішками дає змогу чітко побачити можливі комбінації потоків у множині очікування), вона придатна до дослідження за допомогою СЛОДР. Її матриця інцидентності **A** матиме такий вигляд (переходи *idle\_prod*, *idle\_cons*, *producing*... та *consuming*... можна не враховувати, оскільки двонаправлені дуги взаємоскоротяться, а інгібіторні дуги позначаються нулями):

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix}
 -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1
 \end{pmatrix}$$

Аналіз інваріантів для цієї КМП дає змогу дійти таких висновків щодо її властивостей:

- Обмеженість. Множина S-інваріантів складається з таких векторів:
  - $s_1 = (0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0)$ ;
  - $s_2 = (1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 0)$ ;
  - $s_3 = (0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0)$ .

Такий набір інваріантів дає підстави запідозрити, що місце 12 (*Shared Variable*) необмежене, що, згідно з аналізом графа досяжності, не відповідає дійсності. Проблема виникає через те, що інгібіторна дуга, яка забороняє спрацювання переходу *prod\_nA*, в матриці інцидентності не відображається, тому все виглядає так, ніби потоки-виробники можуть постійно отримувати доступ до спільної змінної і збільшувати її значення, не даючи потокам-споживачам шансу його зменшити. Для усунення цієї двозначності можна або перебудувати КМП без інгібіторних дуг та з додатковими місцями, аналогічними *Owner Zone Is Empty*, що збільшить розмірність задачі її дослідження, або звернутися до більш наочного методу аналізу, скажімо, за допомогою графа досяжності.

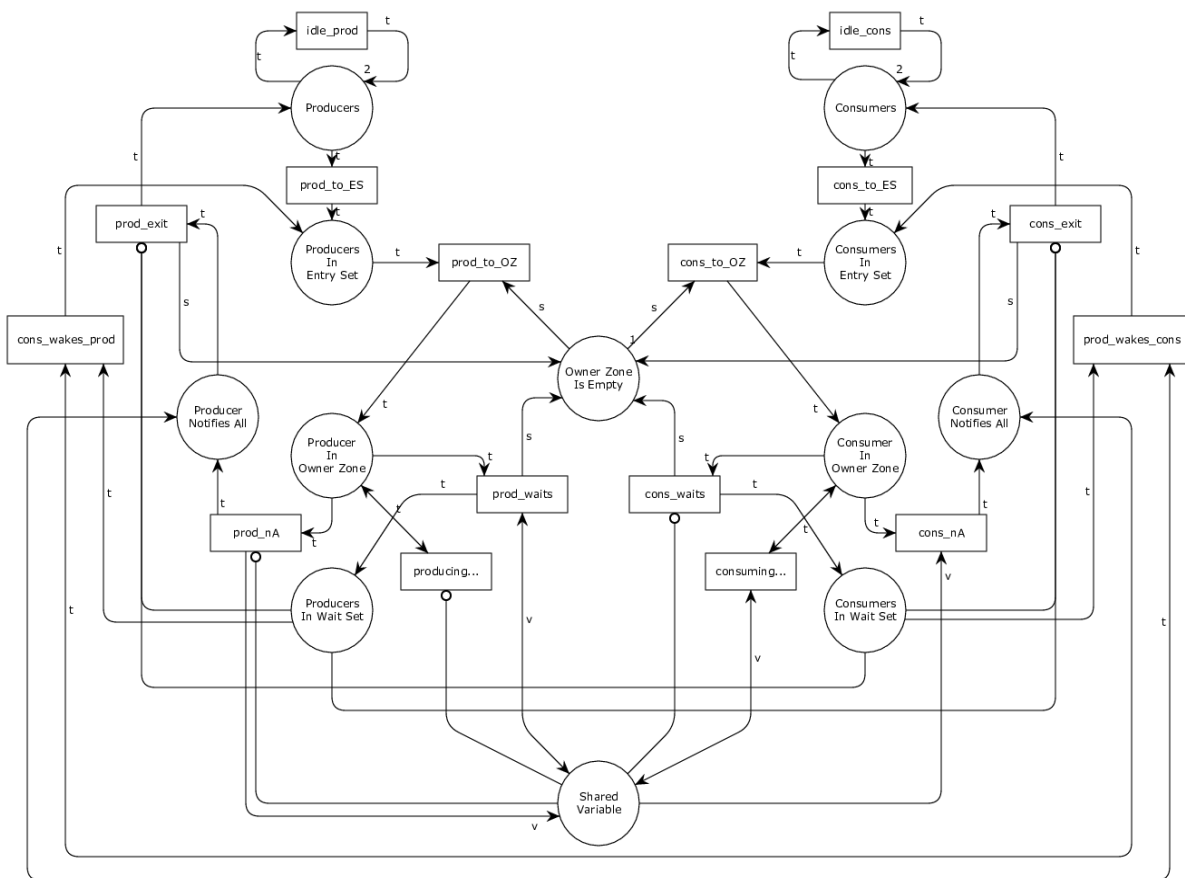


Рис. 3.2. КМП-модель взаємодії потоків у багатопотокових застосуваннях за шаблоном «виробники-споживачі» з використанням комбінацій методів wait()/notifyAll() (варіант із кількісними фішками)

- Повторюваність. Усі переходи КМП покриваються ненульовими координатами векторів з множини T-інваріантів. Множина T-інваріантів складається з таких векторів:
  - $t_1 = (0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0)$ ;
  - $t_2 = (0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 0)$ ;
  - $t_3 = (0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0)$ ;
  - $t_4 = (1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 1)$ .
- Несуперечливість. Будь-яке маркування M є досяжним із самого себе, а отже, початкове маркування  $M_0$  також є досяжним із самого себе через таку послідовність переходів  $\sigma$ , що кожен перехід входить до  $\sigma$  принаймні один раз.
- Взаємовиключність. Для перевірки на взаємовиключність слід перекопатися, що 1) зона власника не може бути одночасно зайнята і вільна та 2) в зоні власника може перебувати тільки один потік одночасно. Для доведення істинності твердження 1 треба показати недосяжність таких маркувань:
  - $M_{11} = (2, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$ ,
  - $M_{12} = (1, 2, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0)$ ,
  - $M_{13} = (2, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0)$

- та інших з фішкою у місці *Owner Zone Is Free* і однією фішкою в одному з місць *Producer/Consumer In Owner Zone*.

Для доведення істинності твердження 2 треба показати недосяжність таких маркувань:

- $M_{21} = (0, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 2, 0, 0, 0, 0)$ ,
- $M_{22} = (2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 2, 0, 0, 0)$ ,
- $M_{23} = (1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0)$
- та інших з однією або більше фішками одразу в обох місцях *Producer/Consumer In Owner Zone*.

Показати недосяжність маркування можна, обчисливши та порівнявши значення  $M_0 u$  та  $M^T u$ , де  $M$  – маркування, досяжність якого перевіряється,  $M_0$  – початкове маркування,  $u$  – S-інваріант цієї МП. Якщо ці значення відрізнятимуться, то, за визначенням S-інваріанта [3, с. 204, теорема 9], маркування  $M$  не є досяжним. Неважко перекопатися, що при  $M_0 = (2, 2, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$  жодне незвзаємовиключне маркування, зокрема жодне з наведених вище як приклад, не є досяжним, оскільки їхній добуток на щонайменше один із S-інваріантів не дорівнює добутку  $M_0$  на цей самий S-інваріант.



Отже, заміна початкової КМП-моделі з якісними фішками на КМП-модель із кількісними фішками не вплинула на основні властивості моделі, що дає підстави стверджувати, що здійснені перетворення є еквівалентними.

### Висновки

Перетворення КМП із якісними фішками на КМП із кількісними фішками дозволяють застосувати до складних і змістовних мережних моделей ефективні методи лінійної алгебри, зокрема метод інваріантів на основі рівняння стану МП, вираженого через СЛОДР. Ці перетворення – а саме заміна місць, які можуть містити типізовані фішки, такою кількістю місць, які можуть містити безтипові фішки, яка відповідає кількості можливих значень для цього типу даних – є еквівалентними, оскільки зберігають властивості початкових КМП.

Логічним подальшим розвитком цієї роботи є застосування описаних перетворень до більш складних КМП-моделей, зокрема до КМП-моделі взаємодії потоків у багатопотокових застосуваннях за шаблоном «виробники-споживачі» з використанням комбінацій методів wait()/notify(), яка, на додачу до більшої складності взаємодії, що моделюється, містить дедлоки, які вимагають додаткових засобів аналізу. Крім того, вона надасть змогу розробити еквівалентне перетворення, яке дозволить позбутися інгібіторних дуг. Це стане підґрунтям для розробки алгоритму та програмних засобів для автоматизованого перетворення КМП із якісними фішками на КМП із кількісними фішками. Також убачається доцільним поширення описаного в статті методу на часові, стохастичні та структурні мережі Петрі.

### Список літератури

1. Глибовець М. М. Моделі та методи створення і супроводу високопродуктивного розподіленого навчального середовища : автореф. дис. ... д-ра фіз.-мат. наук : спец. 01.05.03 «Математичне та програмне забезпечення обчислювальних машин і систем» / М. М. Глибовець. – К., 2006. – 36 с.
2. Гломозда Д. К. Моделювання роботи колаборативного середовища за допомогою кольорових мереж Петрі / Д. К. Гломозда // Наукові записки НаУКМА. – К., 2014. – Т. 163 : Комп'ютерні науки. – С. 77–85.
3. Крытый С. Л. О вычислении минимального множества инвариантов сети Петри / С. Л. Крытый // Искусственный интеллект. – 2001. – № 3. – С. 199–206.
4. Крытый С. Л. О применении сетей Петри к решению некоторых задач телекоммуникации / С. Л. Крытый, Л. Е. Матвеева // Искусственный интеллект. – 2002. – № 3. – С. 590–598.
5. Матвеева Л. Е. Автоматическая система анализа и верификации телекоммуникационной системы, описанной на языке MSC, с помощью формализма сетей Петри / Л. Е. Матвеева // Проблемы програмування. – 2004. – № 2–3. – С. 108–117.
6. Матвеева Л. Е. Анализ та верифікація MSC-систем за допомогою мереж Петрі : автореф. дис. ... канд. фіз.-мат. наук : спец. 01.05.03 «Математичне та програмне забезпечення обчислювальних машин і систем» / Л. Е. Матвеева. – К., 2005. – 19 с.
7. Jensen K. Coloured Petri Nets and CPN Tools for Modelling and Validation of Concurrent Systems / K. Jensen, L. M. Kristensen, L. Wells // International Journal on Software Tools for Technology Transfer. – 2007. – Vol. 9, № 3–4. – P. 213–254.
8. Jensen K. CPN Tools State Space Manual / K. Jensen, S. Christensen, L. M. Kristensen. – Aarhus : University of Aarhus, 2002. – 49 p.
9. Model Checking and the State Explosion Problem / Edmund M. Clarke, William Klieber, Milos Novacek, Paolo Zuliani // Tools for Practical Software Verification. – Heidelberg : Springer, 2012. – P. 1–30.
10. Venners B. Thread Synchronization [Electronic resource] / Bill Venners. – Mode of access: <https://www.artima.com/insidejvm/ed2/threadsynch.html>. – Title from the screen.

*D. Hlomezda*

## APPLICATION OF INVARIANTS METHOD TO ANALYSIS OF COLORED PETRI NETS

*Principles of application of invariants method, which uses Truncated Set of Solutions (TSS) finding algorithm for Petri net state equations expressed through systems of linear homogenous Diophantine equations to analysis of colored Petri nets are described in the article, as well as their usage to study their static and dynamic properties. Analysis of colored Petri nets with both quantitative tokens (based on the model of interaction between Plain Old Telephone Service clients) and qualitative tokens (based on the models of multithreading in Java) is covered. Equal transformation of colored Petri nets featuring qualitative tokens into colored Petri nets featuring quantitative tokens with properties of the former preserved are described.*

**Keywords:** colored Petri nets, CPN Tools, Petri net invariants, Diophantine equations, Diophantine inequations, modeling, multithreading, Petri nets properties, TSS-algorithm.

*Матеріал надійшов 10.09.2015*