А. С. Флоренко

Мінімаксні оцінки функціоналів від випадкових полів, що спостерігаються на «перфорованій» площині

Національний університет «Києво-Могилянська академія», Київ.

Дослідження та використання теорії інтерполяції випадкових полів потребують і задачі обробки сигналів у радіо- та гідролокації, і проблеми розпізнавання образів мовних сигналів та зображень, і задачі виявлення міри присутності природних копалень, і задачі фінансової математики. В усіх цих напрямках з'являється необхідність інтерполяції функціоналів від невідомих значень випадкового поля, що спостерігається з шумом на «перфорованій» площині, тобто площині із значним числом правильно розташованих отворів правильної форми (перфорацій) в листовому або іншому матеріалі.

Задачі інтерполяції були досліджені для випадкових стаціонарних послідовностей з А. М. Колмогоровим [1], для однорідних за часом ізотропних полів на сфері М. Й. Ядренком, для полів на площині для М. П. Моклячуком та Н. Ю. Щестюк [2], [3].

У даній роботі досліджено задачу лінійного оптимального оцінювання функціонала

$$A_k\xi = \sum_{(l,k)\in K} a(k,l)\xi(k,l) =$$
$$= \sum_{t_1=0}^{s_x-1}\sum_{t_2=0}^{s_y-1}\left(\sum_{k=t_1 l_x}^{t_1 l_x+m_x-1}\sum_{j=t_2 l_y}^{t_2 l_y+m_y-1} a(k,j)\xi(k,j)\right)$$

від невідомих значень однорідного випадкового поля $\xi(k,j)$, $(k,j)\in K$ даними спостережень поля, що спостерігається з шумом $\xi(k,j)+\eta(k,j)$ при $(k,j)\in Z^2\setminus K$, де K — деяка область, яка представляє собою об'єднання отворів у вигляді прямокутників $m_x\times m_y$, причому кількість прямокутників по горизонталі — s_x, а кількість прямокутників по вертикалі — s_y. Тобто знайдено таку оцінку $\tilde{A}_k\xi$ з класу лінійних функціоналів, яка мінімізує величину середньоквадратичної похибки

$$\Delta = M|A_k\xi - \tilde{A}_k\xi|^2.$$

Для розв'язання цієї задачі використано два методи. Для задач з відомою спектральною щільнстю, використано класичний метод проекцій у Гільбертовому просторі. Знайдено спектральну характеристику оптимальної оцінки функціонала та величину середньоквадратичної похибки.

Мінімаксний метод до задач оцінювання доцільно застосовувати в тому випадку, коли точні значення щільностей не відомі, а відомо лише, що вони є елемнтами деякого класу спектральних щільностей $D = D_F \times D_G$. Замість того, щоб шукати оцінку, яка була б оптимальною для деяких спектральних щільностей, ми шукаємо оцінку, яка мінімізує величину похибки одночасно для всіх спектральних щільностей з даного класу D.

Наводяться приклади оцінювання функціоналів для перфорованої площини різного вигляду.

[1] Колмогоров А. Н. Стационарные последовательности в гильбертовом пространстве / А. Н. Колмогоров // Бюллетень МГУ. — 1941. — Т. 2, № 6. — С. 1–40.

[2] Моклячук М. П., Щестюк Н. Ю. Оцінки функціоналів від випадкових полів // М. П. Моклячук, Н. Ю. Щестюк: Монографія — Уж. : ПП «АУТДОР-ШАРК», 2013. — 228 с.

[3] Масютка О. Ю., Моклячук М. П. Мінімаксні оцінки функціоналів від стаціонарних полів // О. Ю. Масютка, М. П. Моклячук: Монографія — К.: Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2012. — 216 с.

E-mail: ✉ *florenko.anastasia@gmail.com.*