

## Визначення функції попиту взаємозамінні товарина основі функції корисності споживача

**Постановка проблеми.** Для моделювання прийняття рішень стосовно оптимального ціноутворення в умовах цінової конкуренції прийнято припускати (див. роботи [1], [2], [3], [4], [5]) , що споживачі максимізують наступну функцію:

$$U(Q_A, Q_B, Q_C) - p_A \times Q_A - p_B \times Q_B - p_C \times Q_C \quad (1)$$

де  $Q_i$  ( $i = A, B, C$ ) - кількість товару  $i$ ,  $p_i$  - його ціна, причому

$$U(Q_A, Q_B, Q_C) = a \times (Q_A + Q_B + Q_C) - \frac{1}{2}(Q_A^2 + Q_B^2 + Q_C^2 + 2\theta \times Q_A \times Q_B + 2\delta \times Q_A \times Q_C + 2\beta \times Q_B \times Q_C) \quad (2)$$

Параметри  $\theta$ ,  $\delta$  та  $\beta$  є коефіцієнтами взаємозамінності товарів  $Q_A$  та  $Q_B$ ,  $Q_A$  та  $Q_C$ ,  $Q_B$  та  $Q_C$ , відповідно. Якщо коефіцієнт взаємозамінності дорівнює 0, то попит на товари є незалежним, якщо  $\theta > 0$ , то товари є взаємозамінними, якщо  $\theta < 0$ , то – взаємодоповнювальними. Якщо ж  $\theta = 1$ ,  $\theta = -1$ , то вони досконало замінюють та доповнюють одне одного, відповідно. Обернена до попиту функція еданий моделі має вигляд

$$\begin{cases} p_A = a - (Q_A + \theta \times Q_B + \delta \times Q_C) \\ p_B = a - (Q_B + \theta \times Q_A + \beta \times Q_C) \\ p_C = a - (Q_C + \delta \times Q_A + \beta \times Q_B) \end{cases} \quad (3)$$

для тих обсягів виробництва, де ціни є додатні.

Проте функція корисності (1) добре описує ставлення економічного до набору альтернатив щодо споживання в'язок товарів А, В та С ( $Q_A, Q_B, Q_C$ ) лише до певної міри, коли обсяги споживання ( $Q_A, Q_B, Q_C$ ) не перевищують деякого граничного значення. Виникає питання щодо визначення коефіцієнтів взаємозамінності та взаємодоповнюваності товарів А, В та С, коли функція корисності економічних агентів задається формулою:

$$u(Q_A, Q_B, Q_C; \alpha, \beta, \delta) = Q_A^\alpha + Q_B^\beta + Q_C^\delta, \quad (4)$$

де  $Q_A, Q_B, Q_C$  – кількості товарів А, В та С, відповідно, а  $\alpha, \beta$  та  $\delta$  – параметри функції корисності (4).

**Основна частина.** Отже, економічний агент максимізує значення функції корисності

$$\max_{Q_A, Q_B, Q_C} Q_A^\alpha + Q_B^\beta + Q_C^\delta \quad (5)$$

$$p_A \times Q_A + p_B \times Q_B + p_C \times Q_C \leq W$$

де  $p_A, p_B, p_C$  - ціни на товари А, В та С, а  $W$  – його рівень багатства.

Використовуючи метод множників Лагранжа, ми отримаємо наступну систему рівнянь, що визначає оптимальні обсяги споживань товарів А, В та С:

$$\begin{cases} \alpha \times x^{\alpha-1} = \frac{p_1}{W} \times (\alpha \times x^\alpha + \beta \times y^\beta + \delta \times z^\delta) \\ \beta \times x^{\beta-1} = \frac{p_2}{W} \times (\alpha \times x^\alpha + \beta \times y^\beta + \delta \times z^\delta) \\ \delta \times x^{\delta-1} = \frac{p_3}{W} \times (\alpha \times x^\alpha + \beta \times y^\beta + \delta \times z^\delta) \end{cases} \quad (6)$$

Ми можемо знайти аналітичні вирази оптимальних обсягів споживання у та з через  $x$ :

$$y = \left( \frac{p_2}{p_1} \times \frac{\alpha}{\beta} \times x^{\alpha-1} \right)^{\frac{1}{\beta-1}} \quad (7)$$

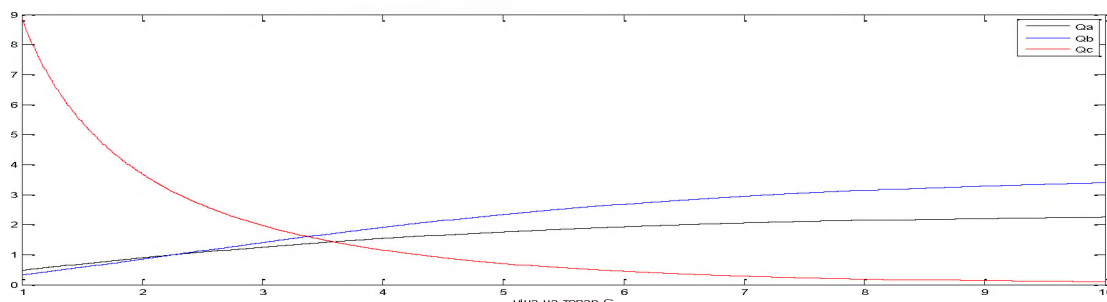
$$z = \left( \frac{p_3}{p_1} \times \frac{\alpha}{\delta} \times x^{\alpha-1} \right)^{\frac{1}{\delta-1}} \quad (8)$$

Оптимальний рівень споживання  $x$  товару А знаходимо з рівняння:

$$\alpha \times x^{\alpha-1} = \frac{p_1}{W} \times \left( \alpha \times x^\alpha + \beta \times \left( \frac{p_2}{p_1} \times \frac{\alpha}{\beta} \times x^{\alpha-1} \right)^{\frac{\beta}{\beta-1}} + \delta \times \left( \frac{p_3}{p_1} \times \frac{\alpha}{\delta} \times x^{\alpha-1} \right)^{\frac{\delta}{\delta-1}} \right) \quad (9)$$

Розв'яжемо рівняння (9) з використанням числових методів оптимізації. Для цього спочатку зробимо деякі припущення:  $W = 10$ ,  $\alpha = 0.25$ ,  $\beta = 0.5$ ,  $\delta = 0.75$ ,  $p_1 = 1$ ,  $p_2 = 2$ . Тоді рівняння (9) переписеться у вигляді:

$$\frac{81}{p_3^2} \times x^3 + 2x^{3/2} + x - 10 = 0 \quad (10)$$

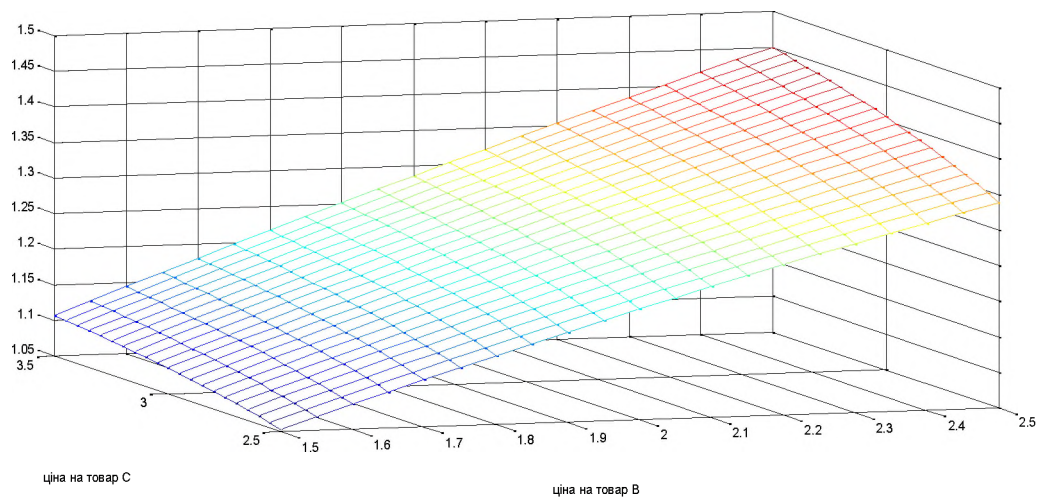


**Рис. 1.** Обсяги продаж товарів А, В та С в залежності від ціни на товар С

Зрозуміло, що зі зростанням ціни на товар С падають продажі товару С і зростають продажі товарів А і В, причому продажі товару В зростають швидше, ніж товару А, оскільки у функції корисності даного економічного агента  $\beta = 0.5 > 0.25 = \alpha$ .

Нехай  $W = 10$  ми зобразимо у вигляді поверхні залежність продаж товарів А, В і С від цін на товари В і С. Тоді обсяги продаж товару А визначаються з рівняння:

$$\frac{81}{p_A^3} \times x^3 + \frac{4}{p_B} x^{3/2} + x - 10 = 0 \quad (11)$$



**Рис. 2. Обсяги продаж товару А в залежності від цін на товари В і С,**

$$1.5 \leq p_B \leq 2.5; 2.5 \leq p_C \leq 3.5.$$

З Рис. 2 ми бачимо, що чутливість та еластичність продаж товару А до цін є різною для різних значень наборів цін  $(p_A, p_B, p_C)$  на відміну від моделі (1)-(2)-(3), де чутливість продаж до цін характеризується сталими коефіцієнтами незалежними від поточних значень  $(p_A, p_B, p_C)$ .

**Висновок.** У роботі побудовано аналітичну модель, що пов'язує преференції споживачів, виражені з допомогою функції корисності з кривими попиту на три різні товари. На відміну від стандартних моделей, де криві попиту виражені у вигляді лінійних функцій від цін, запропонована модель дозволяє гнучке моделювання залежності між цінами на товари і їх обсягами продаж. Перспективою подальших досліджень є побудова економетричної моделі, що за рівноважними обсягами продаж трьох товарів і їх рівноважних цін дозволила б відкалібрувати функцію корисності певного класу споживачів.

## Література

1. Singh N., Vives X. Price and quantity competition in a differentiated duopoly. *Rand Journal of Economics*, 15, 546-554, 1984.
2. Carbajo J., De Meza D., Seidmann D. A strategic motivation for commodity bundling. *The Journal of Industrial Economics*, 38, 283-298, 1990.
3. Martin S. Strategic and welfare implications of bundling. *Economic Letters*, 62, 371-376, 1999.
4. Neven D. Martin's model with differentiated products (price competition). WP, 2002.
5. Пенцак Є.Я. Модель Курно і стратегічне в'язання товарів в олігополістичному середовищі. *Вісник Львівського університету*, 32, 737-748, 2003.

**О.О. Солтисік**

к.е.н., доцент,

Дрогобицький державний педагогічний  
університет імені Івана Франка

## Моделювання структури соціально-економічної системи

Соціально-економічна система (СЕС) характеризується визначеною цілеспрямованістю свого функціонування. Тому, кажучи про прогнозування розвитку економіки на будь-якому його рівні (регіональному, національному чи планетарному) і про задачі такого розвитку, необхідно насамперед установити його цілі. З моменту появи класичної економіки однієї з основних цілей розвитку цивілізації вважається задоволення потреб людини.

Ця мета вважалася основною протягом десятиліть. На даний час у вітчизняній та світовій науці проводяться розробки в сфері економіко-математичного моделювання розвитку соціо-економічних систем, серед яких даній проблемі присвячені роботи Адаменка О., Благуна І., Долішнього М., Забродського В., Трегобчука В.

Поступово виросло розуміння тієї обставини, що ресурси планети не є нескінченими і що все те, що ми витрачаємо, ми відбираємо в майбутніх поколіннях. Тому на наш погляд, крім зазначених цілей розвитку такого класу систем [1], варто розглядати ще дві цілі, а саме: