Міністерство освіти і науки України
Національний університет «Києво-Могилянська академія»
Факультет інформатики
Кафедра математики

Кваліфікаційна робота
освітній ступінь – бакалавр
на тему:

«ОПТИМІЗАЦІЙНІ ЕКОЛОГО-ЕКОНОМІЧНІ МОДЕЛІ»

Виконав: студент 4-го року навчання,
Освітньої програми «Прикладна
математика», 113
Яручик Данило Романович
Керівник Чорней Р. К.
Рецензент _____
Кваліфікаційна робота захищена
з оцінкою _____
Секретар ЕК _____
«____» _____ 2024 р.

Київ – 2024

Міністерство освіти і науки України
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «КИЄВО-МОГИЛЯНСЬКА АКАДЕМІЯ»
Кафедра інформатики факультету інформатики

ЗАТВЕРДЖУЮ
Зав.кафедри
математики, проф., д.ф.-
м.н. Чорней Р.К.

_____
(підпис)
„____”_____2024 р.

ІНДИВІДУАЛЬНЕ ЗАВДАННЯ
на кваліфікаційну роботу

студенту Яручику Данилу факультету інформатики 4 курсу
ТЕМА оптимізаційні еколого-економічні моделі
Зміст ТЧ до курсової роботи:

Індивідуальне завдання Вступ

1. Основи екологічно-економічного моделювання
2. Міжгалузева балансова модель Леонтьєва-Форда
3. Програмна реалізація

Висновки

Список літератури
Додатки

Дата видачі „___” _____ 2024 р. Керівник
_____

(підпис)

Завдання отримав
_____

(підпис)

Тема: Оптимізаційні еколого-економічні моделі

Календарний план виконання роботи:

№ п/п	Назва етапу дипломного проекту (роботи)	Термін виконання етапу	Примітка
1.	Отримання завдання на бакалаврську роботу.	14.10.2023	
2.	Огляд технічної літератури за темою роботи.	21.11.2023	
3.	Опрацювання матеріалів	30.12.2023	
4.	Написання теоретичної частини	1.04.202	
5.	Робота над аналізом задачі, пошук даних для написання комп'ютерної реалізації	1.05.2022	
6.	Розробка комп'ютерної реалізації алгоритму	15.06.2022	
7.	Передзахист кваліфікаційної роботи	15.06.2022	
8.	Внесення додаткових корекцій	27.06.2022	
9.	Захист кваліфікаційної роботи	4.07.2022	

Студент: Яручик Д.Р

Керівник: Чорней Р.К.

"_____" _____

ЗМІСТ

Календарний план виконання роботи: 3

ЗМІСТ 4

ВСТУП 5

АНОТАЦІЯ 6

РОЗДІЛ 1: ОСНОВИ ЕКОЛОГО-ЕКОНОМІЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ7

1.1. Основи еколого-економічного моделювання 7

1.2. Оптимізаційні моделі 8

РОЗДІЛ 2. МІЖГАЛУЗЕВА БАЛАНСОВА МОДЕЛЬ ЛЕОНТЬЄВА-ФОРДА 10

2.1. Класична модель Леонтьєва-Форда 10

2.2. Оптимізаційні моделі на основі моделі Леонтьєва – Форда 11

2.3. Модель з урахуванням плати за забруднення 12

2.4. Модель з урахуванням ризиків техногенних катастроф 13

РОЗДІЛ 3. ПРОГРАМНА РЕАЛІЗАЦІЯ 16

3.1. Опис реалзіованого функціоналу для моделі з оплатою за знищення забрудника 16

3.2. Дані для демонстрації програмної реалізації моделі з оплатою за знищення забрудника 18

3.3. Результати роботи програмної реалізації моделі з оплатою за знищення забрудника 19

3.4. Опис реалзіованого функціоналу для моделі з урахуванням ризиків техногенних катастроф 20

3.5. Дані для демонстрації програмної реалізації моделі з урахуванням ризиків техногенних катастроф 23

3.6. Результати роботи програмної реалізації моделі з урахуванням ризиків техногенних катастроф 25

ВИСНОВКИ 27

ДЖЕРЕЛА 28

ДОДАТОК 1 29

ДОДАТОК 2 31

ДОДАТОК 3 34

ДОДАТОК 4 35

ВСТУП

Сучасний світ зіткнувся з низкою викликів, що загрожують сталому розвитку людства. Одним з найактуальніших серед них є взаємодія економічної діяльності та довкілля. Зростання масштабів виробництва та споживання, а також урбанізація призводять до погіршення екологічного стану планети. Це виражається в забрудненні повітря, ґрунту та води, зміні клімату, виснаженні природних ресурсів та втраті біологічного різноманіття. [1]

В Україні екологічні проблеми мають особливо гострий характер. Десятиліття неспроможної екологічної політики, застарілі технології та наслідки війни призвели до значного погіршення стану довкілля. Це негативно впливає на здоров'я людей, економіку та загальну якість життя. [2]

Особливо гостро це питання стоятиме на початку післявоєнного відновлення України, адже буде унікальна можливість для переходу до екологічно стійкого розвитку. Залучення закордонних інвестицій та розвиток нових виробництв відкривають вікно для впровадження сучасних екологічних технологій та зменшення антропогенного навантаження на довкілля.

Об'єктом дослідження роботи є еколого-економічні оптимізаційні моделі. Такі моделі дозволяють застосовувати математичні методи для аналізу та оптимізації економічних систем з урахуванням їх впливу на довкілля. Зокрема, в роботі розглядається узагальнення моделі міжгалузевого балансу Леонтьєва-Форда, що враховує можливість техногенних аварій та штрафів за забруднення навколишнього середовища.

Метою роботи є розробка та дослідження еколого-економічної оптимізаційної моделі, що дозволяє знаходити оптимальні стратегії управління виробництвом та утилізацією забруднювачів з урахуванням ризиків техногенних катастроф та економічних механізмів регулювання впливу на довкілля. Для досягнення поставленої мети в роботі вирішуються такі завдання:

1. Огляд існуючих еколого-економічних моделей та методів їх дослідження.
2. Формулювання математичної постановки задачі оптимізації в рамках узагальненої моделі Леонтьєва-Форда з урахуванням ризиків аварій та плати за забруднення.
3. Розробка програмної реалізації алгоритму розв'язання сформульованої оптимізаційної задачі.
4. Проведення обчислювальних експериментів на модельних даних для апробації запропонованого підходу.

АНОТАЦІЯ

Бакалаврська робота присвячена дослідженню оптимізаційних еколого-економічних моделей, які дозволяють знаходити оптимальні стратегії управління виробництвом та природокористуванням з метою збалансування економічних та екологічних інтересів суспільства. Робота фокусується на актуальній проблемі пошуку балансу між економічним розвитком та збереженням довкілля в контексті післявоєнного відновлення України.

У роботі розглянуто основи еколого-економічного моделювання та проаналізовано міжгалузеву балансову модель Леонтьєва-Форда, яка описує взаємодію економіки та навколишнього середовища. На основі цієї моделі розглядаються дві оптимізаційні моделі: модель з урахуванням плати за забруднення та модель з урахуванням ризиків техногенних катастроф. Для кожної моделі проаналізовано математичну постановку задачі, цільову функцію та обмеження.

Представлено програмну реалізацію алгоритмів розв'язання сформульованих оптимізаційних задач з використанням бібліотеки PuLP. Проведено обчислювальні експерименти на модельних даних, які демонструють ефективність запропонованих підходів для знаходження оптимальних стратегій виробництва та знищення забруднювачів з урахуванням економічних факторів та екологічних обмежень.

Робота має теоретичне та практичне значення для вирішення проблем сталого розвитку та управління еколого-економічними системами в Україні. Запропоновані моделі та програмні реалізації можуть бути корисними для прийняття рішень щодо оптимізації виробництва та природокористування з урахуванням екологічних факторів.

Ключові слова: Еколого-економічне моделювання, оптимізаційні моделі, міжгалузева балансова модель Леонтьєва-Форда, модель з урахуванням плати за забруднення, модель з урахуванням ризиків техногенних катастроф, програмна реалізація, алгоритми розв'язання оптимізаційних задач, обчислювальні експерименти, оптимальні стратегії виробництва, оптимальні стратегії знищення забруднювачів, економічні фактори, екологічні обмеження, сталий розвиток, управління еколого-економічними системами.

РОЗДІЛ 1: ОСНОВИ ЕКОЛОГО-ЕКОНОМІЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

1.1. Основи еколого-економічного моделювання

В умовах зростаючого антропогенного навантаження на довкілля та загострення екологічних проблем, що загрожують сталому розвитку суспільства, особливої актуальності набуває розробка та дослідження математичних моделей, які дозволяють описати та проаналізувати складні взаємозв'язки між економічною діяльністю та станом навколишнього середовища. Такі еколого-економічні моделі є інструментом для пошуку оптимальних стратегій управління виробництвом та природокористуванням з метою збалансування економічних та екологічних інтересів суспільства. [3]

Еколого-економічне моделювання ґрунтується на поєднанні методів та підходів з різних наукових дисциплін - економіки, екології, математики, інформатики тощо. Воно дозволяє формалізувати та дослідити процеси взаємодії економічних систем з природними екосистемами, оцінити вплив господарської діяльності на довкілля, визначити оптимальні шляхи досягнення цілей сталого розвитку.

Основними завданнями еколого-економічного моделювання є:

1. Опис та аналіз структури та функціонування еколого-економічних систем різного рівня.
2. Оцінка впливу економічної діяльності на стан навколишнього середовища та природних ресурсів.
3. Прогнозування динаміки еколого-економічних процесів з урахуванням різних сценаріїв розвитку.
4. Визначення оптимальних стратегій еколого-економічного управління для досягнення цілей сталого розвитку.
5. Обґрунтування ефективних механізмів та інструментів екологічної та економічної політики.

В основі побудови еколого-економічних моделей лежать певні принципи та підходи, серед яких можна виділити наступні:

- Системний підхід, що передбачає розгляд економіки та навколишнього середовища як єдиної складної системи з множинними зв'язками та взаємодіями.
- Врахування просторової та часової неоднорідності еколого-економічних процесів.
- Використання балансових співвідношень для опису потоків речовини, енергії, фінансів тощо.

- Застосування методів оптимізації для пошуку найкращих рішень в умовах обмежених ресурсів та множинних критеріїв.
- Міждисциплінарність та залучення знань з різних наукових сфер.

Еколого-економічні моделі можуть відрізнятись за масштабом (глобальні, регіональні, локальні), характером процесів (детерміновані, стохастичні), врахованими факторами та зв'язками, використаними математичними методами тощо. Серед найбільш поширених класів моделей можна виділити балансові моделі, оптимізаційні моделі, моделі економічного зростання з урахуванням екологічних факторів, просторові моделі тощо.

1.2. Оптимізаційні моделі

Серед різноманіття еколого-економічних моделей особливе місце займають оптимізаційні моделі, які дозволяють знаходити найкращі рішення з точки зору заданих критеріїв ефективності при наявності певних обмежень. Такі моделі формулюються як задачі математичного програмування і дають змогу визначати оптимальні стратегії управління еколого-економічними системами з урахуванням економічних, екологічних та соціальних факторів.

Оптимізаційні еколого-економічні моделі будуються на основі цільової функції, яка відображає критерій оптимальності рішення, та системи обмежень, що враховують наявні ресурси, технологічні можливості, екологічні нормативи тощо. Цільова функція може виражати різні економічні показники, такі як максимізація прибутку, мінімізація витрат, максимізація суспільного добробуту тощо, або ж комбіновані еколого-економічні критерії, що враховують як економічну ефективність, так і вплив на довкілля.

Обмеження в оптимізаційних еколого-економічних моделях можуть описувати різноманітні аспекти функціонування системи, зокрема:

- балансові співвідношення між виробництвом та споживанням продукції;
- обмеження на обсяги використання природних ресурсів;
- обмеження на викиди забруднюючих речовин та інші види впливу на довкілля;
- технологічні обмеження на можливості виробництва та знешкодження забруднень;
- обмеження на фінансові та інвестиційні ресурси тощо.

Залежно від характеру цільової функції та обмежень, оптимізаційні еколого-економічні моделі можуть бути лінійними або нелінійними, статичними або динамічними, детермінованими або стохастичними тощо. Для кожного класу моделей розроблено ефективні методи та алгоритми розв'язання, які дозволяють знаходити оптимальні рішення з використанням комп'ютерної техніки.

Одним з найбільш поширених типів оптимізаційних еколого-економічних моделей є моделі лінійного програмування. Вони характеризуються лінійною цільовою функцією та лінійними обмеженнями, і можуть ефективно розв'язуватись за допомогою симплекс-методу або інших методів лінійної оптимізації. Прикладом такої моделі може бути оптимізаційна модель міжгалузевого балансу з урахуванням екологічних факторів, в якій ставиться задача максимізації кінцевого споживання при обмеженнях на обсяги виробництва, використання ресурсів та викиди забруднень. [4]

Іншим важливим класом оптимізаційних еколого-економічних моделей є динамічні моделі, які дозволяють досліджувати розвиток системи в часі та знаходити оптимальні траєкторії переходу до сталого розвитку. Такі моделі можуть враховувати інвестиційні процеси, технологічні зміни, невідновлюваність природних ресурсів, взаємодію між поколіннями тощо. [5]

Прикладами динамічних оптимізаційних моделей є модель оптимального економічного зростання з урахуванням екологічних обмежень, модель оптимального вичерпання невідновлюваних ресурсів, модель міжчасової оптимізації споживання та інвестицій з урахуванням екологічного фактора тощо.

Особливо актуальними в сучасних умовах є стохастичні оптимізаційні еколого-економічні моделі, які враховують невизначеність та ризики, пов'язані з природними та антропогенними факторами. Такі моделі дозволяють знаходити оптимальні рішення в умовах неповної інформації та мінливого середовища, оцінювати можливі наслідки та ризики різних стратегій управління. Прикладами стохастичних еколого-економічних моделей є моделі управління еколого-економічними системами в умовах кліматичних змін, моделі оптимізації страхування екологічних ризиків, моделі управління природними ресурсами в умовах невизначеності тощо.

Оптимізаційні еколого-економічні моделі знаходять широке застосування для вирішення різноманітних задач сталого розвитку на глобальному, національному та регіональному рівнях. Вони використовуються для обґрунтування стратегій та планів соціально-економічного розвитку з урахуванням екологічних факторів, розробки оптимальної екологічної та економічної політики, оцінки ефективності інвестиційних проектів та програм, оптимізації розміщення виробництва та природоохоронної діяльності, управління природокористуванням на принципах сталості тощо.

Подальші перспективи розвитку оптимізаційних еколого-економічних моделей пов'язані з удосконаленням інформаційної бази моделювання, розробкою інтегрованих еколого-економічних критеріїв оптимальності, врахуванням просторових та міжрегіональних аспектів сталого розвитку, а також адаптацією моделей до специфічних умов та потреб окремих країн та регіонів.

РОЗДІЛ 2. МІЖГАЛУЗЕВА БАЛАНСОВА МОДЕЛЬ ЛЕОНТЬЄВА-ФОРДА

2.1. Класична модель Леонтьєва-Форда

Одна з перших моделей, що описує взаємодію економіки та навколишнього середовища, була запропонована В. Леонтьєвим та Д. Фордом. Ця модель, відома як модель Леонтьєва-Форда, розглядає дві групи галузей: основне виробництво (галузі, що виробляють продукцію) та допоміжне виробництво (галузі, що знищують забруднювачі, створені в процесі виробництва). [6,7]

Математично модель Леонтьєва-Форда можна представити у вигляді системи рівнянь:

$$\begin{cases} x^1 = A_{11}x^1 + A_{12}x^2 + y^1 \\ x^2 = A_{21}x^1 + A_{22}x^2 - y^2 \end{cases}$$

Ця система рівнянь також може бути записана в матричній формі:

$$(x^1, x^2)^T = (x^1, x^2)^T \cdot \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} + (y^1, -y^2)^T$$

або, використовуючи одиничну матрицю E:

$$\left(E - \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}\right) \cdot (x^1, x^2)^T = (y^1, -y^2)^T$$

Тут використовуються наступні позначення:

$x^1 = (x_i^1)_{i \in I}$ - вектор обсягів виробництва продукції, де $I = \{1, 2, \dots, m\}$ - множина індексів видів продукції;

$x^2 = \left(x_j^2\right)_{j \in J}$ - вектор обсягів знищених забруднювачів, де $J = \{1, 2, \dots, n\}$ - множина індексів видів забруднювачів;

$y^1 = (y_i^1)_{i \in I}$ - вектор обсягів кінцевого споживання продукції;

$y^2 = \left(y_j^2\right)_{j \in J}$ - вектор гранично допустимих обсягів незнищених забруднювачів;

$A_{11} = \left(a_{ij}^{11}\right)_{i,j \in I}$ - матриця коефіцієнтів прямих витрат продукції i на виробництво одиниці продукції j ;

$A_{12} = \left(a_{ij}^{12}\right)_{i\in I, j\in J}$ - матриця коефіцієнтів витрат продукції i на знищення одиниці забруднювача j ;

$A_{21} = \left(a_{ij}^{21}\right)_{i\in J, j\in I}$ - матриця коефіцієнтів утворення забруднювача i при виробництві одиниці продукції j ;

$A_{22} = \left(a_{ij}^{22}\right)_{i,j\in J}$ - матриця коефіцієнтів утворення забруднювача i при знищенні одиниці забруднювача j .

Всі коефіцієнти a_{ij} належать проміжку [0; 1] . Для існування невід'ємних розв'язків моделі має виконуватись умова $A_{21}y^1 \geq y^2$.

Блочна матриця $A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}$ відображає структуру міжгалузевих зв'язків в моделі Леонтьєва-Форда.

Економічний зміст моделі передбачає невід'ємність змінних: $x_i^1 \geq 0, x_j^2 \geq 0, y_i^1 \geq 0, y_j^2 \geq 0$ для всіх $i \in I$ та $j \in J$.

Таким чином, модель Леонтьєва-Форда дозволяє аналізувати взаємозв'язки між виробництвом продукції та утворенням і знищенням забруднювачів в рамках міжгалузевого балансу.

2.2. Оптимізаційні моделі на основі моделі Леонтьєва – Форда

Розділи 2.2-2.4 мають реферативний характер та містить теоретичний матеріал з робіт [8,9].

Тепер розглянемо окремі оптимізаційні моделі на основі моделі Леонтьєва-Форда. Спочатку визначимо змінні, та надамо певні теоретичні дані для постановки задач для різних оптимізаційних моделей.

Нехай кожний вид продукції $i \in I$ виробляється декількома способами $\phi_i \in P_i$, але кожним способом випускається лише один продукт. Аналогічно, кожний вид забруднювачів $j \in J$ знищується декількома способами $\psi_j \in Q_j$, але кожним способом знищується лише один забруднювач.

Введемо такі позначення:

- $x_{i\phi_i}^1$- обсяг виробництва продукції i способом ϕ_i;
- $x_{j\psi_j}^2$ - обсяг знищення забруднювача j способом ψ_j
- $a_{ik\phi_k}^{11}$ - коефіцієнт прямих затрат продукції i на виробництво одиниці продукції k способом ϕ_k

- $a^{12}_{ij\psi_j}$ - коефіцієнт прямих затрат продукції i на знищення одиниці забруднювача j способом ψ_j;
- $a^{21}_{ji\phi_i}$ - коефіцієнт випуску забруднювача j при виробництві одиниці продукції i способом ϕ_i;
- $a^{22}_{jl\psi_l}$ - коефіцієнт випуску забруднювача j при знищенні одиниці забруднювача l способом ψ_l
- y^1_i- обсяг кінцевого споживання продукції i;
- y^2_j - гранична норма обсягу незнищення забруднювача j;

2.3. Модель з урахуванням плати за забруднення

В наступному розділі розглядається модель з урахуванням плати за забруднення. Для розгляду цієї моделі крім базових змінних, що були розглянуті в підрозділі 2.2 потрібно ввести ще наступні змінні:

- c_k - плата, що береться за кожну одиницю забруднювача k, що не знищується (так звана оплата права на забруднення);
- $c_{k\psi_k}$ - вартість знищення одиниці забруднювача j виробничим способом ψ_k

Тепер можемо записати цільову функцію:

$$\sum_{k\in J} c_k \left(\sum_{i\in I} \sum_{\phi_i \in P_j} a^{21}_{\boldsymbol{kj}_{\boldsymbol{\phi j}}} \boldsymbol{x}^{\boldsymbol{1}}_{j_{\phi i}} + \sum_{g\in I} \sum_{\psi_g \in Q_g} \sigma_{kg_{\psi g}} x^1_{j_{\phi j}} \right) \to min$$

Де

$$\sigma_{kg\psi g} = \begin{cases} a^{22}_{kg_{\psi g}} & g = k \\ a^{22}_{kk_{\psi k}} - 1 + \dfrac{c_{k\psi_k}}{c_k} & g \neq k \end{cases}$$

Цільова функція мінімізує витрати на екологічну складову, які складаються з двох частин:

1. Сума добутків плати за одиницю незнищеного забруднювача c_k на обсяг випуску забруднювачів при виробництві продукції.
2. Сума добутків плати за одиницю незнищеного забруднювача c_k на обсяг випуску забруднювачів при знищенні забруднювачів з вирахуванням обсягу знищених забруднювачів і врахуванням витрат на їх знищення.

Проте для повної постановки задачі потрібно ще ввести певні обмеження, а саме:

$$\sum_{k\in I}\sum_{\phi_k\in P_k}\left(\delta_{ik}-a^{11}_{ik\phi_k}\right)x^1_{k\phi_k}-\sum_{j\in J}\sum_{\psi_j\in Q_j}a^{12}_{ij\psi_j}x^2_{j\psi_j}\geq y^1_i,\quad i\in I$$

Перше обмеження гарантує, що обсяг виробництва кінцевої продукції не буде меншим за обсяг кінцевого споживання.

$$-\sum_{i\in I}\sum_{\phi_i\in P_i}a^{21}_{ji\phi_i}x^1_{i\phi_i}+\sum_{l\in J}\sum_{\psi_l\in Q_l}\left(\delta_{jl}-a^{22}_{jl\psi_l}\right)x^2_{l\psi_l}\geq -y^2_j,\quad j\in J$$

Друге обмеження забезпечує, що обсяг незнищених забруднювачів не перевищить гранично допустиму норму

$$x^1_{i\phi_i}\geq 0,\quad i\in I,\phi_i\in P_i$$

$$x^2_{j\psi_j}\geq 0,\quad j\in J,\psi_j\in Q_j$$

Третє і четверте обмеження гарантують невід'ємність змінних.

2.4. Модель з урахуванням ризиків техногенних катастроф

Наступною розглянемо модель з урахуванням ризиків техногенних катастроф на виробництві. Введемо додаткові змінні для визначення моделі з урахуванням ризиків техногенних катастроф

- p_{ϕ_i} - ймовірність "техногенної екологічної катастрофи" при застосуванні способу $\phi_i\in P_i$ виробництва продукції $i\in I$;
- p_{ψ_j} - ймовірність "техногенної екологічної катастрофи" при застосуванні способу $\psi_j\in Q_j$ знищення забруднювача $j\in J$;
- $b^1_{ji\phi_i}$ - коефіцієнт очікуваного викиду забруднювача $j\in J$ при виробництві одиниці продукції $i\in I$ способом $\phi_i\in P_i$ у випадку технологічної аварії способу $\phi_i\in P_i$;
- $b^2_{jl\psi_l}$ - коефіцієнт очікуваного викиду забруднювача $j\in J$ при знищенні одиниці забруднювача $l\in J$ способом $\psi_l\in Q_l$ у випадку технологічної аварії способу $\psi_l\in Q_l$;

Тоді можна сформувати цільову функцію, що матиме наступний вигляд

$$\sum_{j\in J}c_j\left(\sum_{i\in I}\sum_{\phi_i\in Pi}\widetilde{a^{21}}ji\phi_i x^1_{i\phi_i}+\sum_{l\in J}\sum_{\psi_l\in Ql}\sigma jl\psi_l x^2_{l\psi_l}\right)\to\min$$

де

$$\sigma_{jl\psi_l} := \begin{cases} \tilde{a}^{22}_{jl\psi_l}, & j \neq l \\ \tilde{a}^{22}_{jl\psi_l} - 1 + \dfrac{c_{j\psi_j}}{c_j}, & j = l \end{cases}$$

Коефіцієнти $\widetilde{a^{21}}ji\phi_i$ та$\widetilde{a^{22}}jl\psi_l$ враховують як звичайні викиди забруднювачів, так і очікувані викиди у випадку техногенних катастроф:

$$\tilde{a}^{11}_{ik\varphi_k} := \left(1 - p_{\varphi_k}\right) a^{11}_{ik\varphi_k}$$

$$\tilde{a}^{12}_{ij\psi_j} := \left(1 - p_{\psi_j}\right) a^{12}_{ij\psi_j}$$

$$\tilde{a}^{21}_{ji\varphi_i} := \left(1 - p_{\varphi_i}\right) a^{21}_{ji\varphi_i} + p_{\varphi_i} b^{1}_{ji\varphi_i}$$

$$\tilde{a}^{22}_{jl\psi_l} := \left(1 - p_{\psi_j}\right) a^{22}_{jl\psi_l} + p_{\psi_j} b^{2}_{jl\psi_l}$$

Тут p_{ϕ_i} та p_{ψ_j} - ймовірності техногенних катастроф при виробництві продукції та знищенні забруднювачів відповідно, а $b^1_{ji\phi_i}$ та $b^2_{jl\psi_l}$ - коефіцієнти очікуваних викидів забруднювачів у випадку цих катастроф.

Це дозволяє сформулювати задачу лінійного програмування, задавши цільову функцію як мінімізацію втрат економічної системи.

Крім того потрібно ще ввести, як і у випадку 1-шої оптимізаційної моделі, певні обмеження, а саме:
обмеження на обсяги виробництва продукції

$$\sum_{k \in I} \sum_{\phi_k \in Pk} \left(\delta ik - \widetilde{a^{11}} ik\phi_k\right) x^1 k\phi_k - \sum_{j \in J} \sum_{\psi_j \in Qj} \widetilde{a^{12}} ij\psi_j \, x^2_{j\psi_j} \geq y^1_i, \quad i \in I,$$

Це обмеження гарантує, що обсяг виробництва кінцевої продукції буде не меншим за обсяг кінцевого споживання. Коефіцієнти $\widetilde{a^{11}} ik\phi_k$ та $\widetilde{a^{12}} ij\psi_j$ враховують ймовірності техногенних катастроф.

Обмеження на обсяги незнищених забруднювачів

$$-\sum_{i \in I} \sum_{\phi_i \in Pi} \widetilde{a^{21}} ji\phi_i \, x^1_{i\phi_i} + \sum_{l \in J} \sum_{\psi_l \in Ql} \left(\delta jl - \widetilde{a^{22}} jl\psi_l\right) x^2 l\psi_l \geq -y^2_j, \quad j \in J,$$

Це обмеження забезпечує, що обсяг незнищених забруднювачів не перевищить гранично допустиму норму. Коефіцієнти $\widetilde{a^{21}} ji\phi_i$ *та* $\widetilde{a^{22}} jl\psi_l$ враховують як звичайні викиди забруднювачів, так і очікувані викиди у випадку техногенних катастроф.

$$x^1_{i\phi_i} \geq 0, \quad i \in I, \phi_i \in Pi, x^2 j\psi_j \geq 0, \quad j \in J, \psi_j \in Q_j$$

Ці обмеження гарантують, що обсяги виробництва продукції та знищення забруднювачів будуть невід'ємними.

Тепер обидві задачі мають всі необхідні компоненти для того, щоб можна було братися до пошуку їх розв’язку.

РОЗДІЛ 3. ПРОГРАМНА РЕАЛІЗАЦІЯ

3.1. Опис реалзіованого функціоналу для моделі з оплатою за знищення забрудника

Ця програма реалізує оптимізаційну еколого-економічну модель з урахуванням плати за забруднення. Вона використовує бібліотеку PuLP для розв'язання задачі лінійного програмування. Давайте розглянемо детальний опис складових програми, його можна переглянути у ДОДАТОК 1: [10]

1. Вхідні дані:
   - `Pi`: словник, що містить способи виробництва для кожного виду продукції.
   - `Qj`: словник, що містить способи знищення для кожного виду забруднювача.
   - `a11`: коефіцієнти затрат продукції на виробництво.
   - `a12`: коефіцієнти затрат продукції на знищення.
   - `a21`: коефіцієнти викиду забруднювача при виробництві продукції.
   - `a22`: коефіцієнти викиду забруднювача при знищенні забруднювача.
   - `y1`: обсяги кінцевого споживання продукції.
   - `y2`: гранична норма незнищених забруднювачів.
   - `p`: плата за одиницю незнищеного забруднювача.
   - `c2`: вартість знищення забруднювача.

2. Автоматичне визначення множин `I` та `J`:
   - Множина `I` містить усі індекси видів продукції та способів їх виробництва.
   - Множина `J` містить усі індекси видів забруднювачів та способів їх знищення.

3. Створення задачі лінійного програмування:
   - Використовується функція `pulp.LpProblem()` для створення задачі мінімізації.

4. Змінні рішення:
   - `x1`: змінні, що представляють обсяги виробництва продукції для кожного способу.
   - `x2`: змінні, що представляють обсяги знищення забруднювачів для кожного способу.
   - `unprocessed_waste`: змінні, що представляють кількість незнищених забруднювачів.

5. Цільова функція:
   - Цільова функція мінімізує загальну вартість, яка включає:
     - Витрати на виробництво продукції.
     - Витрати на знищення забруднювачів.

- Плату за незнищені забруднювачі.

6. Обмеження:
- Перше обмеження гарантує, що обсяги виробництва продукції задовольняють обсяги кінцевого споживання.
- Друге обмеження гарантує, що обсяги незнищених забруднювачів не перевищують граничну норму.

7. Розв'язання задачі:
-Використовується функція `pulp.PULP_CBC_CMD()` для розв'язання задачі лінійного програмування за допомогою методу гілок та меж.

8. Виведення результатів:
- Виводяться оптимальні способи виробництва продукції та відповідні обсяги.
- Виводяться оптимальні способи знищення забруднювачів та відповідні обсяги.
- Якщо є незнищені забруднювачі, виводиться інформація про їх наявність.
- Виводиться загальна вартість.

Програма дозволяє знайти оптимальні обсяги виробництва продукції та знищення забруднювачів з урахуванням плати за забруднення. Вона мінімізує загальну вартість, враховуючи витрати на виробництво, знищення забруднювачів та плату за незнищені забруднювачі.

Процес роботи програми можна описати наступним чином:
1. Завантаження вхідних даних зі словників та інших структур даних.
2. Автоматичне визначення множин `I` та `J` на основі вхідних даних.
3. Створення задачі лінійного програмування з використанням бібліотеки PuLP.
4. Визначення змінних рішення (`x1`, `x2`, `unprocessed_waste`) та їх обмежень.
5. Формування цільової функції, яка мінімізує загальну вартість.
6. Визначення обмежень на обсяги виробництва продукції та незнищені забруднювачі.
7. Розв'язання задачі лінійного програмування методом гілок та меж.
8. Виведення результатів, включаючи оптимальні способи виробництва, знищення забруднювачів та загальну вартість.

Загалом, програма дозволяє знайти оптимальну стратегію виробництва та знищення забруднювачів з урахуванням економічних факторів та обмежень на забруднення навколишнього середовища.

3.2. Дані для демонстрації програмної реалізації моделі з оплатою за знищення забрудника

У програмі використовуються наступні вхідні дані з ДОДАТОК 1:

1. `Pi`: словник, що містить способи виробництва для кожного виду продукції. Ключі словника представляють види продукції, а значення - списки способів виробництва для кожного виду продукції. Наприклад, `Pi = {1: [1, 2], 2: [1, 2, 3], 3: [1, 2]}` означає, що для продукції виду 1 є два способи виробництва (1 і 2), для продукції виду 2 - три способи виробництва (1, 2 і 3), а для продукції виду 3 - два способи виробництва (1 і 2).

2. `Qj`: словник, що містить способи знищення для кожного виду забруднювача. Ключі словника представляють види забруднювачів, а значення - списки способів знищення для кожного виду забруднювача. Наприклад, `Qj = {1: [1, 2], 2: [1, 2], 3: [1, 2, 3], 4: [1, 2]}` означає, що для забруднювача виду 1 є два способи знищення (1 і 2), для забруднювача виду 2 - два способи знищення (1 і 2), для забруднювача виду 3 - три способи знищення (1, 2 і 3), а для забруднювача виду 4 - два способи знищення (1 і 2).

3. `a11`: словник, що містить коефіцієнти затрат продукції на виробництво. Ключі першого рівня представляють види продукції, а ключі другого рівня - способи виробництва. Значення - коефіцієнти затрат продукції на виробництво. Наприклад, `a11 = {1: {1: 0.2, 2: 0.3}, 2: {1: 0.3, 2: 0.2, 3: 0.1}, 3: {1: 0.4, 2: 0.2}}` означає, що для виробництва продукції виду 1 способом 1 потрібно 0.2 одиниці продукції, способом 2 - 0.3 одиниці продукції, і так далі.

4. `a12`: словник, що містить коефіцієнти затрат продукції на знищення забруднювачів. Ключі першого рівня представляють види продукції, а ключі другого рівня - види забруднювачів. Значення - коефіцієнти затрат продукції на знищення забруднювачів. Наприклад, `a12 = {1: {1: 0.1, 2: 0.2, 3: 0.3, 4: 0.1}, 2: {1: 0.2, 2: 0.1, 3: 0.2, 4: 0.3}, 3: {1: 0.3, 2: 0.2, 3: 0.1, 4: 0.2}}` означає, що для знищення забруднювача виду 1 потрібно 0.1 одиниці продукції виду 1, 0.2 одиниці продукції виду 2 і 0.3 одиниці продукції виду 3, і так далі.

5. `a21`: словник, що містить коефіцієнти викиду забруднювачів при виробництві продукції. Ключі першого рівня представляють види забруднювачів, а ключі другого рівня - способи виробництва продукції. Значення - коефіцієнти викиду забруднювачів при виробництві продукції. Наприклад, `a21 = {1: {1: 0.2, 2: 0.1}, 2: {1: 0.3, 2: 0.2, 3: 0.1}, 3: {1: 0.1, 2: 0.3}, 4: {2: 0.2, 3: 0.1}}` означає, що при виробництві продукції способом 1 утворюється 0.2 одиниці забруднювача виду 1 і 0.3 одиниці забруднювача виду 2, і так далі.

6. `a22`: словник, що містить коефіцієнти викиду забруднювачів при знищенні забруднювачів. Ключі першого рівня представляють види забруднювачів, а ключі другого рівня - способи знищення забруднювачів. Значення - коефіцієнти викиду забруднювачів при знищенні забруднювачів. Наприклад, `a22 = {1: {1: 0.9, 2: 0.8}, 2: {1: 0.8, 2: 0.9}, 3: {1: 0.7, 2: 0.8, 3: 0.9}, 4: {1: 0.8, 2: 0.7}}` означає, що при знищенні забруднювача виду 1 способом 1 утворюється 0.9 одиниці забруднювача виду 1, способом 2 - 0.8 одиниці забруднювача виду 1, і так далі.

7. `y1`: словник, що містить обсяги кінцевого споживання продукції. Ключі представляють види продукції, а значення - обсяги кінцевого споживання. Наприклад, `y1 = {1: 500, 2: 600, 3: 400}` означає, що обсяг кінцевого споживання продукції виду 1 становить 500 одиниць, продукції виду 2 - 600 одиниць, а продукції виду 3 - 400 одиниць.

8. `y2`: словник, що містить граничні норми незнищених забруднювачів. Ключі представляють види забруднювачів, а значення - граничні норми незнищених забруднювачів. Наприклад, `y2 = {1: 510, 2: 610, 3: 710, 4: 810}` означає, що гранична норма незнищених забруднювачів виду 1 становить 510 одиниць, виду 2 - 610 одиниць, виду 3 - 710 одиниць, а виду 4 - 810 одиниць.

9. `p`: словник, що містить плату за одиницю незнищеного забруднювача. Ключі представляють види забруднювачів, а значення - плату за одиницю незнищеного забруднювача. Наприклад, `p = {1: 11, 2: 2, 3: 8, 4: 15}` означає, що плата за одиницю незнищеного забруднювача виду 1 становить 11 умовних одиниць, виду 2 - 2 умовні одиниці, виду 3 - 8 умовних одиниць, а виду 4 - 15 умовних одиниць.

10. `c2`: словник, що містить вартість знищення забруднювачів. Ключі першого рівня представляють види забруднювачів, а ключі другого рівня - способи знищення забруднювачів. Значення - вартість знищення забруднювачів. Наприклад, `c2 = {1: {1: 23, 2: 3}, 2: {1: 31, 2: 25}, 3: {1: 4, 2: 23, 3: 3}, 4: {1: 3, 2: 45}}` означає, що вартість знищення забруднювача виду 1 способом 1 становить 23 умовні одиниці, способом 2 - 3 умовні одиниці, і так далі.

Ці вхідні дані використовуються для формування задачі лінійного програмування та пошуку оптимальних обсягів виробництва продукції та знищення забруднювачів з урахуванням плати за забруднення.

3.3. Результати роботи програмної реалізації моделі з оплатою за знищення забрудника

Результати програми для оптимізаційної еколого-економічної моделі з урахуванням плати за забруднення можна побачити у ДОДАТОК 3, вони

показують оптимальні способи виробництва продукції та знищення забруднювачів, а також загальну вартість.

1. Оптимальні способи виробництва продукції:
   - Для продукції виду 1 оптимальним є спосіб виробництва 2 з обсягом виробництва 11785.185 одиниць.
   - Для продукції виду 2 оптимальним є спосіб виробництва 1 з обсягом виробництва 10493.827 одиниць.
   - Для продукції виду 3 оптимальним є спосіб виробництва 1 з обсягом виробництва 8700.0 одиниць.

Це означає, що для досягнення мінімальної загальної вартості з урахуванням плати за забруднення, продукцію виду 1 слід виробляти способом 2, продукцію виду 2 - способом 1, а продукцію виду 3 - способом 1.

2. Оптимальні способи знищення забруднювачів:
   - Для забруднювача виду 1 оптимальним є спосіб знищення 1 з обсягом знищення 5207.4074 одиниць.
   - Для забруднювача виду 2 оптимальним є спосіб знищення 2 з обсягом знищення 5096.2963 одиниць.
   - Для забруднювача виду 3 оптимальним є спосіб знищення 3 з обсягом знищення 4985.1852 одиниць.

Це означає, що для мінімізації загальної вартості з урахуванням плати за забруднення, забруднювач виду 1 слід знищувати способом 1, забруднювач виду 2 - способом 2, а забруднювач виду 3 - способом 3.

3. Загальна вартість:
   - Загальна вартість з урахуванням плати за забруднення становить 18956.66661 умовних одиниць.

Ця вартість включає в себе витрати на виробництво продукції, знищення забруднювачів та плату за незнищені забруднювачі. Програма знайшла оптимальні способи виробництва та знищення забруднювачів, які мінімізують загальну вартість.

3.4. Опис реалзіованого функціоналу для моделі з урахуванням ризиків техногенних катастроф

Програма реалізує оптимізаційну еколого-економічну модель з урахуванням ризиків техногенних катастроф. Вона використовує бібліотеку PuLP для розв'язання задачі лінійного програмування. Програмний код застосунку знаходиться в ДОДАТОК 2. Давайте розглянемо детальний опис складових програми:

1. Вхідні дані:
   - `Pi`: словник, що містить способи виробництва для кожного виду продукції.
   - `Qj`: словник, що містить способи знищення для кожного виду забруднювача.
   - `a11`: коефіцієнти затрат продукції на виробництво.
   - `a12`: коефіцієнти затрат продукції на знищення.
   - `a21`: коефіцієнти викиду забруднювача при виробництві продукції.
   - `a22`: коефіцієнти викиду забруднювача при знищенні забруднювача.
   - `y1`: обсяги кінцевого споживання продукції.
   - `y2`: гранична норма незнищених забруднювачів.
   - `p_phi`: ймовірності катастрофи при виробництві продукції.
   - `p_psi`: ймовірності катастрофи при знищенні забруднювача.
   - `b1`: коефіцієнти очікуваного викиду забруднювача при катастрофі під час виробництва продукції.
   - `b2`: коефіцієнти очікуваного викиду забруднювача при катастрофі під час знищення забруднювача.
   - `c`: плата за одиницю незнищеного забруднювача.

2. Автоматичне визначення множин `I` та `J`:
   - Множина `I` містить усі індекси видів продукції та способів їх виробництва.
   - Множина `J` містить усі індекси видів забруднювачів та способів їх знищення.

3. Створення задачі лінійного програмування:
   - Використовується функція `pulp.LpProblem()` для створення задачі мінімізації.

4. Змінні рішення:
   - `x1`: змінні, що представляють обсяги виробництва продукції для кожного способу.
   - `x2`: змінні, що представляють обсяги знищення забруднювачів для кожного способу.
   - `unprocessed_waste`: змінні, що представляють кількість незнищених забруднювачів.

5. Цільова функція:
   - Цільова функція мінімізує загальну вартість, яка включає:
     - Плата за забруднювачі, що викидаються при виробництві продукції, з урахуванням ймовірності катастрофи та очікуваного викиду.
     - Плата за забруднювачі, що викидаються при знищенні забруднювачів, з урахуванням ймовірності катастрофи та очікуваного викиду.
     - Плата за незнищенні забруднювачі.

6. Обмеження:

- Перше обмеження гарантує, що обсяги виробництва продукції задовольняють обсяги кінцевого споживання, з урахуванням ймовірності катастрофи.
- Друге обмеження гарантує, що обсяги незнищених забруднювачів не перевищують граничну норму, з урахуванням ймовірності катастрофи та очікуваних викидів.

7. Розв'язання задачі:
- Використовується функція `pulp.PULP_CBC_CMD()` для розв'язання задачі лінійного програмування за допомогою методу гілок та меж.

8. Виведення результатів:
- Виводяться оптимальні способи виробництва продукції та відповідні обсяги.
- Виводяться оптимальні способи знищення забруднювачів та відповідні обсяги.
- Якщо є незнищені забруднювачі, виводиться їх кількість та відповідна плата.
- Виводиться загальна вартість з урахуванням ризиків катастроф.

Програма дозволяє знайти оптимальні обсяги виробництва продукції та знищення забруднювачів з урахуванням ризиків техногенних катастроф та плати за незнищенні забруднювачі. Вона мінімізує загальну вартість, враховуючи витрати на виробництво, знищення забруднювачів та плату за незнищенні забруднювачі.

Процес роботи програми можна описати наступним чином:
1. Завантаження вхідних даних зі словників та інших структур даних.
2. Автоматичне визначення множин `I` та `J` на основі вхідних даних.
3. Створення задачі лінійного програмування з використанням бібліотеки PuLP.
4. Визначення змінних рішення (`x1`, `x2`, `unprocessed_waste`) та їх обмежень.
5. Формування цільової функції, яка мінімізує загальну вартість з урахуванням ризиків катастроф та плати за незнищенні забруднювачі.
6. Визначення обмежень на обсяги виробництва продукції та незнищенні забруднювачі з урахуванням ймовірності катастроф та очікуваних викидів.
7. Розв'язання задачі лінійного програмування методом гілок та меж.
8. Виведення результатів, включаючи оптимальні способи виробництва, знищення забруднювачів, кількість незнищених забруднювачів, відповідну плату та загальну вартість.

Загалом, програма дозволяє знайти оптимальну стратегію виробництва та знищення забруднювачів з урахуванням економічних факторів, ризиків техногенних катастроф та плати за незнищенні забруднювачі. Ці результати можуть бути корисними для прийняття рішень щодо управління еколого-економічними системами в умовах невизначеності та потенційних катастроф.

3.5. Дані для демонстрації програмної реалізації моделі з урахуванням ризиків техногенних катастроф

Вхідні дані можна побачити у ДОДАТОК 2. Вхідні дані програми включають наступні параметри та структури даних:

1. `Pi`: словник, що містить способи виробництва для кожного виду продукції. Ключі словника представляють види продукції, а значення - списки способів виробництва для кожного виду продукції. Наприклад, `Pi = {1: [1, 2], 2: [1, 2, 3], 3: [1, 2]}` означає, що для продукції виду 1 є два способи виробництва (1 і 2), для продукції виду 2 - три способи виробництва (1, 2 і 3), а для продукції виду 3 - два способи виробництва (1 і 2).

2. `Qj`: словник, що містить способи знищення для кожного виду забруднювача. Ключі словника представляють види забруднювачів, а значення - списки способів знищення для кожного виду забруднювача. Наприклад, `Qj = {1: [1, 2], 2: [1, 2], 3: [1, 2, 3], 4: [1, 2]}` означає, що для забруднювача виду 1 є два способи знищення (1 і 2), для забруднювача виду 2 - два способи знищення (1 і 2), для забруднювача виду 3 - три способи знищення (1, 2 і 3), а для забруднювача виду 4 - два способи знищення (1 і 2).

3. `a11`: словник, що містить коефіцієнти затрат продукції на виробництво. Ключі першого рівня представляють види продукції, а ключі другого рівня - способи виробництва. Значення - коефіцієнти затрат продукції на виробництво. Наприклад, `a11 = {1: {1: 0.2, 2: 0.3}, 2: {1: 0.3, 2: 0.2, 3: 0.1}, 3: {1: 0.4, 2: 0.2}}` означає, що для виробництва продукції виду 1 способом 1 потрібно 0.2 одиниці продукції, способом 2 - 0.3 одиниці продукції, і так далі.

4. `a12`: словник, що містить коефіцієнти затрат продукції на знищення забруднювачів. Ключі першого рівня представляють види продукції, а ключі другого рівня - види забруднювачів. Значення - коефіцієнти затрат продукції на знищення забруднювачів. Наприклад, `a12 = {1: {1: 0.1, 2: 0.2, 3: 0.3, 4: 0.1}, 2: {1: 0.2, 2: 0.1, 3: 0.2, 4: 0.3}, 3: {1: 0.3, 2: 0.2, 3: 0.1, 4: 0.2}}` означає, що для знищення забруднювача виду 1 потрібно 0.1 одиниці продукції виду 1, 0.2 одиниці продукції виду 2 і 0.3 одиниці продукції виду 3, і так далі.

5. `a21`: словник, що містить коефіцієнти викиду забруднювачів при виробництві продукції. Ключі першого рівня представляють види забруднювачів, а ключі другого рівня - способи виробництва продукції. Значення - коефіцієнти викиду забруднювачів при виробництві продукції. Наприклад, `a21 = {1: {1: 0.2, 2: 0.1}, 2: {1: 0.3, 2: 0.2, 3: 0.1}, 3: {1: 0.1, 2: 0.3}, 4: {2: 0.2, 3: 0.1}}` означає, що при виробництві продукції способом 1 утворюється 0.2 одиниці забруднювача виду 1 і 0.3 одиниці забруднювача виду 2, і так далі.

6. `a22`: словник, що містить коефіцієнти викиду забруднювачів при знищенні забруднювачів. Ключі першого рівня представляють види забруднювачів, а ключі другого рівня - способи знищення забруднювачів. Значення - коефіцієнти викиду забруднювачів при знищенні забруднювачів. Наприклад, `a22 = {1: {1: 0.9, 2: 0.8}, 2: {1: 0.8, 2: 0.9}, 3: {1: 0.7, 2: 0.8, 3: 0.9}, 4: {1: 0.8, 2: 0.7}}` означає, що при знищенні забруднювача виду 1 способом 1 утворюється 0.9 одиниці забруднювача виду 1, способом 2 - 0.8 одиниці забруднювача виду 1, і так далі.

7. `y1`: словник, що містить обсяги кінцевого споживання продукції. Ключі представляють види продукції, а значення - обсяги кінцевого споживання. Наприклад, `y1 = {1: 500, 2: 600, 3: 400}` означає, що обсяг кінцевого споживання продукції виду 1 становить 500 одиниць, продукції виду 2 - 600 одиниць, а продукції виду 3 - 400 одиниць.

8. `y2`: словник, що містить граничні норми незнищених забруднювачів. Ключі представляють види забруднювачів, а значення - граничні норми незнищених забруднювачів. Наприклад, `y2 = {1: 110, 2: 610, 3: 710, 4: 810}` означає, що гранична норма незнищених забруднювачів виду 1 становить 110 одиниць, виду 2 - 610 одиниць, виду 3 - 710 одиниць, а виду 4 - 810 одиниць.

9. `p_phi`: словник, що містить ймовірності катастрофи при виробництві продукції. Ключі представляють способи виробництва, а значення - ймовірності катастрофи. Наприклад, `p_phi = {1: 0.1, 2: 0.02, 3: 0.015}` означає, що ймовірність катастрофи при виробництві продукції способом 1 становить 0.1, способом 2 - 0.02, а способом 3 - 0.015.

10. `p_psi`: словник, що містить ймовірності катастрофи при знищенні забруднювача. Ключі представляють способи знищення забруднювача, а значення - ймовірності катастрофи. Наприклад, `p_psi = {1: 0.01, 2: 0.1, 3: 0.15, 4: 0.2}` означає, що ймовірність катастрофи при знищенні забруднювача способом 1 становить 0.01, способом 2 - 0.1, способом 3 - 0.15, а способом 4 - 0.2.

11. `b1`: словник, що містить коефіцієнти очікуваного викиду забруднювача при катастрофі під час виробництва продукції. Ключі першого рівня представляють види забруднювачів, а ключі другого рівня - способи виробництва продукції. Значення - коефіцієнти очікуваного викиду забруднювача при катастрофі. Наприклад, `b1 = {1: {1: 0.3, 2: 0.2}, 2: {1: 0.4, 2: 0.3, 3: 0.2}, 3: {1: 0.2, 2: 0.4}}` означає, що при катастрофі під час виробництва продукції способом 1 очікується викид 0.3 одиниці забруднювача виду 1 і 0.4 одиниці забруднювача виду 2, і так далі.

12. `b2`: словник, що містить коефіцієнти очікуваного викиду забруднювача при катастрофі під час знищення забруднювача. Ключі першого рівня

представляють види забруднювачів, а ключі другого рівня - способи знищення забруднювачів. Значення - коефіцієнти очікуваного викиду забруднювача при катастрофі. Наприклад, `b2 = {1: {1: 1.1, 2: 1.0}, 2: {1: 1.0, 2: 1.1}, 3: {1: 0.9, 2: 1.0, 3: 1.1}, 4: {1: 1.0, 2: 0.9}}` означає, що при катастрофі під час знищення забруднювача виду 1 способом 1 очікується викид 1.1 одиниці забруднювача виду 1, способом 2 - 1.0 одиниці забруднювача виду 1, і так далі.

13. `c`: словник, що містить плату за одиницю незнищеного забруднювача. Ключі представляють види забруднювачів, а значення - плату за одиницю незнищеного забруднювача. Наприклад, `c = {1: 100, 2: 150, 3: 120, 4: 200}` означає, що плата за одиницю незнищеного забруднювача виду 1 становить 100 умовних одиниць, виду 2 - 150 умовних одиниць, виду 3 - 120 умовних одиниць, а виду 4 - 200 умовних одиниць.

Ці вхідні дані використовуються для формування задачі лінійного програмування та пошуку оптимальних обсягів виробництва продукції та знищення забруднювачів з урахуванням ризиків техногенних катастроф та плати за незнищенні забруднювачі.

3.6. Результати роботи програмної реалізації моделі з урахуванням ризиків техногенних катастроф

Результати програми наведені у ДОДАТОК 4 Результати програми для оптимізаційної еколого-економічної моделі з урахуванням ризиків техногенних катастроф показують оптимальні способи виробництва продукції та знищення забруднювачів, а також загальну вартість.

1. Оптимальні способи виробництва продукції:
   - Для продукції виду 1 оптимальним є спосіб виробництва 2 з обсягом виробництва 4716.0062 одиниць.
   - Для продукції виду 2 оптимальним є спосіб виробництва 3 з обсягом виробництва 11992.815 одиниць.
   - Для продукції виду 3 оптимальним є спосіб виробництва 1 з обсягом виробництва 2945.1378 одиниць.

   Це означає, що для досягнення мінімальної загальної вартості з урахуванням ризиків техногенних катастроф, продукцію виду 1 слід виробляти способом 2, продукцію виду 2 - способом 3, а продукцію виду 3 - способом 1.

2. Оптимальні способи знищення забруднювачів:
   - Для забруднювача виду 1 оптимальним є спосіб знищення 1 з обсягом знищення 453.17148 одиниць.
   - Для забруднювача виду 2 оптимальним є спосіб знищення 2 з обсягом знищення 2708.2472 одиниць.

- Для забруднювача виду 3 оптимальним є спосіб знищення 3 з обсягом знищення 808.56119 одиниць.
- Для забруднювача виду 4 оптимальним є спосіб знищення 1 з обсягом знищення 434.87601 одиниць.

Це означає, що для мінімізації загальної вартості з урахуванням ризиків техногенних катастроф, забруднювач виду 1 слід знищувати способом 1, забруднювач виду 2 - способом 2, забруднювач виду 3 - способом 3, а забруднювач виду 4 - способом 1.

3. Загальна вартість:
- Загальна вартість з урахуванням ризиків техногенних катастроф становить 1505517.574225 умовних одиниць. Ця вартість включає в себе витрати на виробництво продукції, знищення забруднювачів та плату за незнищенні забруднювачі з урахуванням ймовірності катастроф та очікуваних викидів. Програма знайшла оптимальні способи виробництва та знищення забруднювачів, які мінімізують загальну вартість.

ВИСНОВКИ

Робота присвячена актуальній проблемі пошуку балансу між економічним розвитком та збереженням довкілля, особливо в контексті післявоєнного відновлення України. В роботі наголошується важливість впровадження сучасних екологічних технологій та зменшення антропогенного навантаження на навколишнє середовище.

У роботі розглянуто основи еколого-економічного моделювання та оптимізаційні моделі, що дозволяють знаходити оптимальні стратегії управління виробництвом та природокористуванням з метою збалансування економічних та екологічних інтересів суспільства.

Проведено детальний аналіз міжгалузевої балансової моделі Леонтьєва-Форда, яка описує взаємодію економіки та навколишнього середовища. На основі цієї моделі розглядаються дві оптимізаційні моделі: модель з урахуванням плати за забруднення та модель з урахуванням ризиків техногенних катастроф.

Для кожної з оптимізаційних моделей проаналізовано математичну постановку задачі, цільову функцію та обмеження. Метою оптимізації є мінімізація загальної вартості, що включає витрати на виробництво, знищення забруднювачів та плату за незнищені забруднювачі, з урахуванням відповідних ризиків та обмежень.

У роботі представлено програмну реалізацію алгоритмів розв'язання сформульованих оптимізаційних задач з використанням бібліотеки PuLP для розв'язання задач лінійного програмування. Детально описано вхідні дані, процес роботи програм та отримані результати на модельних даних.

Результати обчислювальних експериментів демонструють ефективність запропонованих підходів для знаходження оптимальних стратегій виробництва та знищення забруднювачів з урахуванням економічних факторів, ризиків техногенних катастроф та плати за незнищені забруднювачі.

Загалом, робота має теоретичне та практичне значення для вирішення проблем сталого розвитку та управління еколого-економічними системами. Запропоновані моделі та програмні реалізації можуть бути корисними для прийняття рішень щодо оптимізації виробництва та природокористування з урахуванням екологічних факторів.

Подальші перспективи дослідження можуть бути пов'язані з удосконаленням моделей шляхом врахування додаткових факторів, таких як просторова неоднорідність, динаміка процесів, невизначеність параметрів тощо. Також важливим напрямком є адаптація моделей до специфічних умов та потреб окремих регіонів України в контексті післявоєнного відновлення та переходу до сталого розвитку.

ДЖЕРЕЛА

1. Onyshchenko I. Theoretical foundations of ecological economics I. Onyshchenko, E. Onyshchenko. Economics and Region. 2016. No2. С. 81–84.
2. Воєнні дії на сході України-цивілізаційні виклики людству. — Львів: Екологія-Право-Людина, 2015. 132 с.
3. Михайлов С. С. Необхідність удосконалення системи моніторингу довкілля для покращення екологічного стану регіонів України С. С. Михайлов, В. А. Квасов, Є. М. Варламов. Екологічна безпека: проблеми і шляхи вирішення. 2021. С. 132–139.
4. Лях І. М. Математичні моделі міжгалузевого балансу І. М. Лях, М. М. Кляп, С. В. Вовканич. International scientific herald. 2015. No1. С. 373–380.
5. Ляшенко І. М. Економіко-математичні методи та моделі сталого розвитку. Київ: Вища школа, 1999. — 236 с
6. Пономаренко О.Ш. Статичнамодель "витрати-випуск" Леонтьєва/О.Ш. Пономаренко, М. О. Перестюк, В. М. Бурим Основи математичної економіки О. Ш. Пономаренко, М. О. Перестюк, В. М. Бурим. Київ: "Інформтехніка", 1995. С. 163–194
7. Leontief,WassilyW. *Input–Output Economics*. 2nded. NewYork:Oxford University Press, 1986
8. Чорней Н. Б., Чорней Р. К. *Еколого-економічна оптимізаційна модель з урахуванням оплати права на забруднення*. У зб.: Сучасні проблеми математичного моделювання, прогнозування та оптимізації. Київ Кам’янець-Подільський, 2004. С. 75–79.
9. Чорней Р.К. *Оптимізаційнаеколого-економічна модель з урахуванням технологічних аварій*. Наукові записки НаУКМА. 2014. Т. 152. Фізико-математичні науки. С. 52–56.
10. PuLP 2.8.0 - PuLP is an LP modeler written in python URL: https://pypi.org/project/PuLP/

ДОДАТОК 1

```
import pulp

Pi = {1: [1, 2], 2: [1, 2, 3], 3: [1, 2]}  # Способи виробництва для кожного
виду продукції
Qj = {1: [1, 2], 2: [1, 2], 3: [1, 2, 3], 4: [1, 2]}  # Способи знищення для
кожного виду забруднювача

a11 = {
    1: {1: 0.2, 2: 0.3},
    2: {1: 0.3, 2: 0.2, 3: 0.1},
    3: {1: 0.4, 2: 0.2}
}  # Коефіцієнт затрат продукції на виробництво

a12 = {
    1: {1: 0.1, 2: 0.2, 3: 0.3, 4: 0.1},
    2: {1: 0.2, 2: 0.1, 3: 0.2, 4: 0.3},
    3: {1: 0.3, 2: 0.2, 3: 0.1, 4: 0.2}
}  # Коефіцієнт затрат продукції на знищення

a21 = {
    1: {1: 0.2, 2: 0.1},
    2: {1: 0.3, 2: 0.2, 3: 0.1},
    3: {1: 0.1, 2: 0.3},
    4: {2: 0.2, 3: 0.1}
}  # Коефіцієнт викиду забруднювача при виробництві продукції

a22 = {
    1: {1: 0.9, 2: 0.8},
    2: {1: 0.8, 2: 0.9},
    3: {1: 0.7, 2: 0.8, 3: 0.9},
    4: {1: 0.8, 2: 0.7}
}  # Коефіцієнт викиду забруднювача при знищенні забруднювача

y1 = {1: 500, 2: 600, 3: 400}  # Обсяги кінцевого споживання продукції
y2 = {1: 510, 2: 610, 3: 710, 4: 810}  # Гранична норма незнищених забруднювачів

p = {1: 11, 2: 2, 3: 8, 4: 15}  # Плата за одиницю незнищеного забруднювача

c2 = {
    1: {1: 23, 2: 3},
    2: {1: 31, 2: 25},
    3: {1: 4, 2: 23, 3: 3},
    4: {1: 3, 2: 45}
}  # Вартість знищення забруднювача

# Автоматичне визначення I та J
I = set()
J = set()
for key in Pi:
    I.add(key)
    for value in Pi[key]:
        I.add(value)
for key in Qj:
    J.add(key)
    for value in Qj[key]:
        J.add(value)


# Створення задачі
prob = pulp.LpProblem("EcoEconOptimization", pulp.LpMinimize)

# Змінні
```

```
x1 = pulp.LpVariable.dicts("x1", ((i, phi) for i in I for phi in Pi[i]),
lowBound=0)
x2 = pulp.LpVariable.dicts("x2", ((j, psi) for j in J for psi in Qj[j]),
lowBound=0)
unprocessed_waste = pulp.LpVariable.dicts("unprocessed_waste", J, lowBound=0)

# Цільова функція
prob += pulp.lpSum(a21[i][phi] * x1[i, phi] for i in I if i in a21 for phi in
Pi[i] if phi in a21[i]) + \
        pulp.lpSum(a22[j][psi] * x2[j, psi] for j in J if j in a22 for psi in
Qj[j] if psi in a22[j]) + \
        pulp.lpSum(p[j] * unprocessed_waste[j] for j in J)

# Обмеження
for i in I:
    prob += pulp.lpSum(a11[i][phi] * x1[i, phi] for phi in Pi[i] if phi in
a11[i]) - \
            pulp.lpSum(a12[i][j] * x2[j, psi] for j in J if j in a12[i] for psi
in Qj[j] if psi in a22[j]) >= y1[i]

for j in J:
    prob += pulp.lpSum(a21[i][phi] * x1[i, phi] for i in I if i in a21 for phi
in Pi[i] if phi in a21[i]) - \
            pulp.lpSum(a22[j][psi] * x2[j, psi] for psi in Qj[j] if psi in
a22[j]) + \
            unprocessed_waste[j] == y2[j]
# Розв'язок
prob.solve(pulp.PULP_CBC_CMD(msg=0))




# Виведення результатів
print("Оптимальні способи виробництва продукції:")
for i in I:
    max_production = max([(x1[i, phi].varValue, phi) for phi in Pi[i]])
    print(f"Продукт {i}: {max_production[1]} - Вартість: {max_production[0]}")

print("\nОптимальні способи знищення забруднювачів:")
for j in J:
    max_destruction = max([(x2[j, psi].varValue, psi) for psi in Qj[j]])
    if max_destruction[0] > 0:
        print(f"Забруднювач {j}: {max_destruction[1]} - Вартість:
{max_destruction[0]}")
    elif unprocessed_waste[j].varValue > 0:
        print(f"Забруднювач {j}: Утворюються залишки")

print("\nЗагальна вартість:", pulp.value(prob.objective))


# Розв'язок
prob.solve()

# Виведення результатів
for v in prob.variables():
    print(v.name, "=", v.varValue)
print("Total Cost =", pulp.value(prob.objective))
```

ДОДАТОК 2

```
import pulp

Pi = {1: [1, 2], 2: [1, 2, 3], 3: [1, 2]}  # Способи виробництва для кожного
виду продукції
Qj = {1: [1, 2], 2: [1, 2], 3: [1, 2, 3], 4: [1, 2]}  # Способи знищення для
кожного виду забруднювача

a11 = {
    1: {1: 0.2, 2: 0.3},
    2: {1: 0.3, 2: 0.2, 3: 0.1},
    3: {1: 0.4, 2: 0.2}
}  # Коефіцієнт затрат продукції на виробництво

a12 = {
    1: {1: 0.1, 2: 0.2, 3: 0.3, 4: 0.1},
    2: {1: 0.2, 2: 0.1, 3: 0.2, 4: 0.3},
    3: {1: 0.3, 2: 0.2, 3: 0.1, 4: 0.2}
}  # Коефіцієнт затрат продукції на знищення

a21 = {
    1: {1: 0.2, 2: 0.1},
    2: {1: 0.3, 2: 0.2, 3: 0.1},
    3: {1: 0.1, 2: 0.3},
    4: {2: 0.2, 3: 0.1}
}  # Коефіцієнт викиду забруднювача при виробництві продукції

a22 = {
    1: {1: 0.9, 2: 0.8},
    2: {1: 0.8, 2: 0.9},
    3: {1: 0.7, 2: 0.8, 3: 0.9},
    4: {1: 0.8, 2: 0.7}
}  # Коефіцієнт викиду забруднювача при знищенні забруднювача

y1 = {1: 500, 2: 600, 3: 400}  # Обсяги кінцевого споживання продукції
y2 = {1: 110, 2: 610, 3: 710, 4: 810}  # Гранична норма незнищених забруднювачів

p_phi = {1: 0.1, 2: 0.02, 3: 0.015}  # Ймовірність катастрофи при виробництві
продукції
p_psi = {1: 0.01, 2: 0.1, 3: 0.15, 4: 0.2}  # Ймовірність катастрофи при
знищенні забруднювача

b1 = {
    1: {1: 0.3, 2: 0.2},
    2: {1: 0.4, 2: 0.3, 3: 0.2},
    3: {1: 0.2, 2: 0.4}
}  # Коефіцієнт очікуваного викиду забруднювача при катастрофі під час
виробництва продукції

b2 = {
    1: {1: 1.1, 2: 1.0},
    2: {1: 1.0, 2: 1.1},
    3: {1: 0.9, 2: 1.0, 3: 1.1},
    4: {1: 1.0, 2: 0.9}
}  # Коефіцієнт очікуваного викиду забруднювача при катастрофі під час знищення
забруднювача

c = {1: 100, 2: 150, 3: 120, 4: 200}  # Плата за одиницю незнищеного
забруднювача

# Автоматичне визначення I та J
```

```
I = set()
J = set()
for key in Pi:
    I.add(key)
    for value in Pi[key]:
        I.add(value)
for key in Qj:
    J.add(key)
    for value in Qj[key]:
        J.add(value)

# Створення задачі
prob = pulp.LpProblem("EcoEconOptimizationWithDisasters", pulp.LpMinimize)

# Змінні
x1 = pulp.LpVariable.dicts("x1", ((i, phi) for i in I for phi in Pi[i]),
lowBound=0)
x2 = pulp.LpVariable.dicts("x2", ((j, psi) for j in J for psi in Qj[j]),
lowBound=0)
unprocessed_waste = pulp.LpVariable.dicts("unprocessed_waste", J, lowBound=0)

# Цільова функція
prob += pulp.lpSum(
    c[j] * (
        pulp.lpSum(
            ((1 - p_phi[i]) * a21[j][phi] + p_phi[i] * b1[j][phi] if j in b1 and
phi in b1[j] else (1 - p_phi[i]) * a21[j][phi]) * x1[i, phi]
            for i in I if j in a21 and i in a21[j] for phi in Pi[i] if phi in
a21[j]
        ) +
        pulp.lpSum(
            ((1 - p_psi[j]) * a22[j][psi] + p_psi[j] * b2[j][psi]) * x2[j, psi]
            for psi in Qj[j] if psi in a22[j]
        ) +
        unprocessed_waste[j]
    )
    for j in J
)

# Обмеження
for i in I:
    prob += pulp.lpSum(
        (1 - p_phi[i]) * a11[i][phi] * x1[i, phi]
        for phi in Pi[i] if phi in a11[i]
    ) - pulp.lpSum(
        (1 - p_psi[j]) * a12[i][j] * x2[j, psi]
        for j in J if j in a12[i] for psi in Qj[j] if psi in a22[j]
    ) >= y1[i]

for j in J:
    prob += -pulp.lpSum(
        ((1 - p_phi[i]) * a21[j][phi] + p_phi[i] * b1[j][phi] if j in b1 and phi
in b1[j] else (1 - p_phi[i]) * a21[j][phi]) * x1[i, phi]
        for i in I if j in a21 and i in a21[j] for phi in Pi[i] if phi in a21[j]
    ) + pulp.lpSum(
        ((1 - p_psi[j]) * a22[j][psi] + p_psi[j] * b2[j][psi]) * x2[j, psi]
        for psi in Qj[j] if psi in a22[j]
    ) - unprocessed_waste[j] >= -y2[j]

# Розв'язок
prob.solve(pulp.PULP_CBC_CMD(msg=0))

# Виведення результатів
print("Оптимальні способи виробництва продукції:")
```

```
for i in I:
    for phi in Pi[i]:
        if x1[i, phi].varValue > 0:
            print(f"Продукт {i}: Спосіб {phi} - Вартість: {x1[i,
phi].varValue}")
            break

print("\nОптимальні способи знищення забруднювачів:")
for j in J:
    if j in Qj:  # Перевірка наявності способів знищення для j-го забруднювача
        for psi in Qj[j]:
            if x2[j, psi].varValue > 0:
                print(f"Забруднювач {j}: Спосіб {psi} - Вартість: {x2[j,
psi].varValue}")
                break
    if unprocessed_waste[j].varValue > 0:
        print(f"Забруднювач {j}: Утворюються залишки - Кількість:
{unprocessed_waste[j].varValue}, Плата: {c[j] * unprocessed_waste[j].varValue}")

print("\nЗагальна вартість (з урахуванням ризиків катастроф):",
pulp.value(prob.objective))
```

ДОДАТОК 3

```
Оптимальні способи виробництва продукції:
Продукт 1: 2 - Вартість: 11785.185
Продукт 2: 1 - Вартість: 10493.827
Продукт 3: 1 - Вартість: 8700.0

Оптимальні способи знищення забруднювачів:
Забруднювач 1: 1 - Вартість: 5207.4074
Забруднювач 2: 2 - Вартість: 5096.2963
Забруднювач 3: 3 - Вартість: 4985.1852

Загальна вартість: 18956.66661
```

ДОДАТОК 4

```
Оптимальні способи виробництва продукції:
Продукт 1: Спосіб 2 - Вартість: 4716.0062
Продукт 2: Спосіб 3 - Вартість: 11992.815
Продукт 3: Спосіб 1 - Вартість: 2945.1378

Оптимальні способи знищення забруднювачів:
Забруднювач 1: Спосіб 1 - Вартість: 453.17148
Забруднювач 2: Спосіб 2 - Вартість: 2708.2472
Забруднювач 3: Спосіб 3 - Вартість: 808.56119
Забруднювач 4: Спосіб 1 - Вартість: 434.87601

Загальна вартість (з урахуванням ризиків катастроф): 1505517.574225
```