

Моделювання детермінованого хаосу засобами обчислювального експерименту

Дарія Герасимчук, НаУКМА,
ОП “Прикладна математика”,
магістратура, 2 курс

Мета: дослідження властивостей динамічних систем та детермінованого хаосу у вигляді обчислювальних експериментів засобами математичного та комп'ютерного моделювання, а також моделювання фрактальних структур множин Жюліа та Мандельброта.

Для функцій:

$$Q_c(x) = x^2 + c, \text{ де } -2 \leq c \leq 0.25, -2 \leq x \leq 2,$$

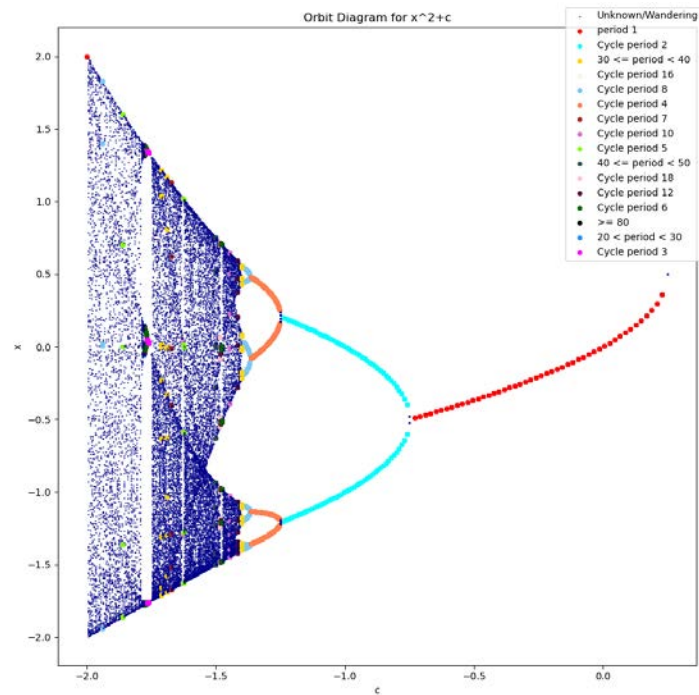
$$F_\lambda(x) = \lambda x(1 - x), \text{ де } 0 \leq \lambda \leq 4, 0 \leq x \leq 1$$

Деякі з реалізованих експериментів:

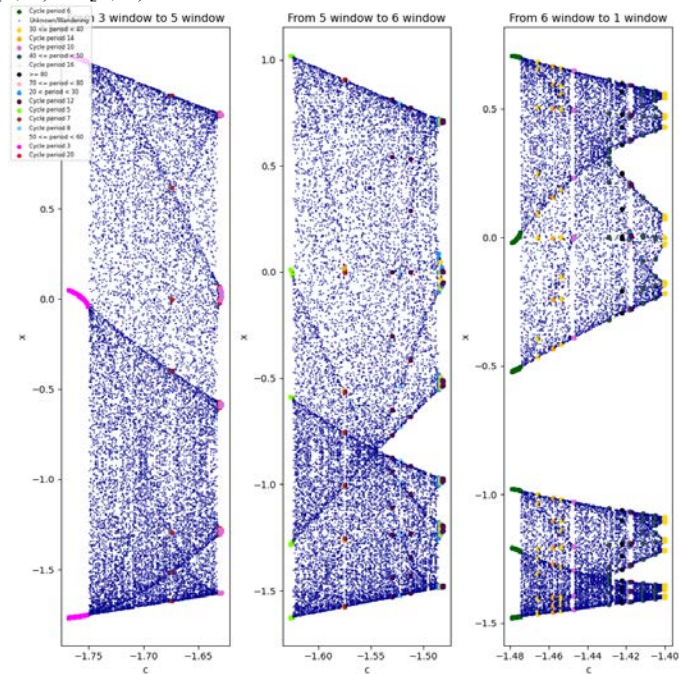
1. Побудова орбіт для різних x функцій $Q_c(x)$ та $F_\lambda(x)$, швидкість збіжності до фіксованих та n -періодичних точок.
2. Моделювання динамічної поведінки функцій для різних значень параметру c та λ , побудова біфуркаційної діаграми на проміжку.
3. Знаходження вікон періодів n на орбітній діаграмі $Q_c(x)$ та $F_\lambda(x)$ і визначення їхньої послідовності.
4. Ідентифікація ітерованих систем функцій, що породили певні фрактали як їх атрактори.
5. Дослідження множин Жюліа та Мандельброта.

Знаходження вікон періодів n на орбітній діаграмі для функції $Q_c(x)$

Орбітна діаграма функції $Q_c(x)$ для $x_0 = 0$ при $-2 \leq c \leq 0.25$



Орбітна діаграма функції $Q_c(x)$ для $x_0 = 0$ при c на півінтервалах [3, 5), [5, 6) та [6, 1)

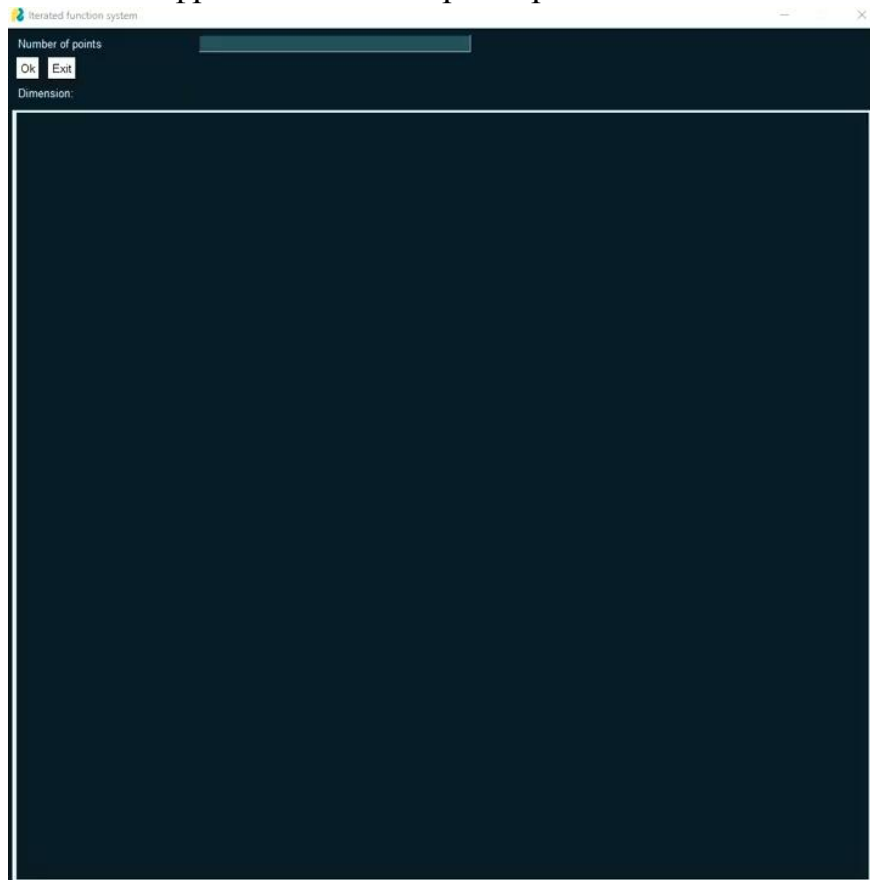


Ідентифікація ітерованих систем функцій, що породили певні фрактали як їх атрактори

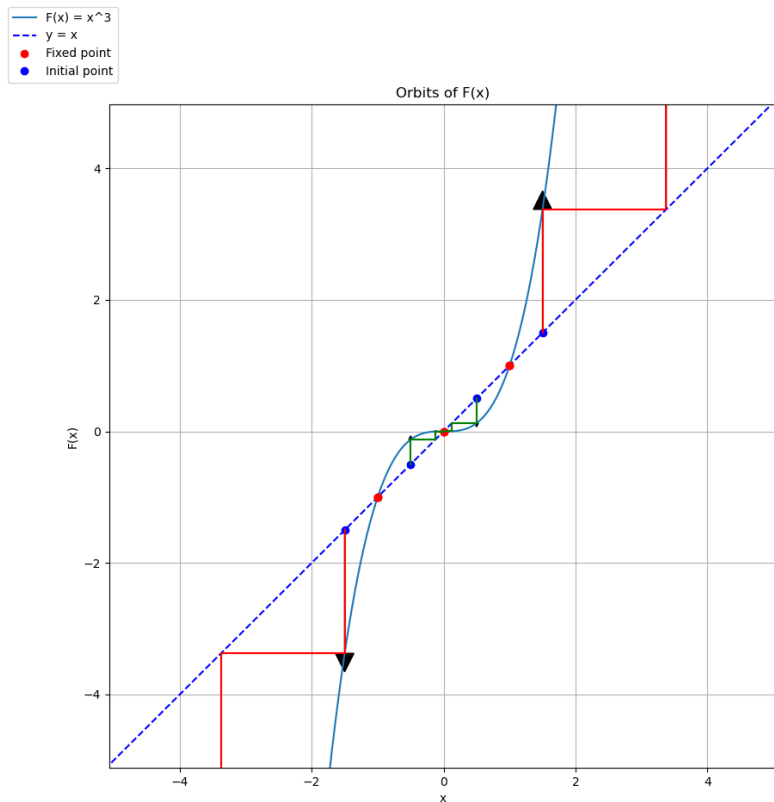
$$A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \beta \cdot \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix},$$

where $\beta < 1$ has a fixed the point at

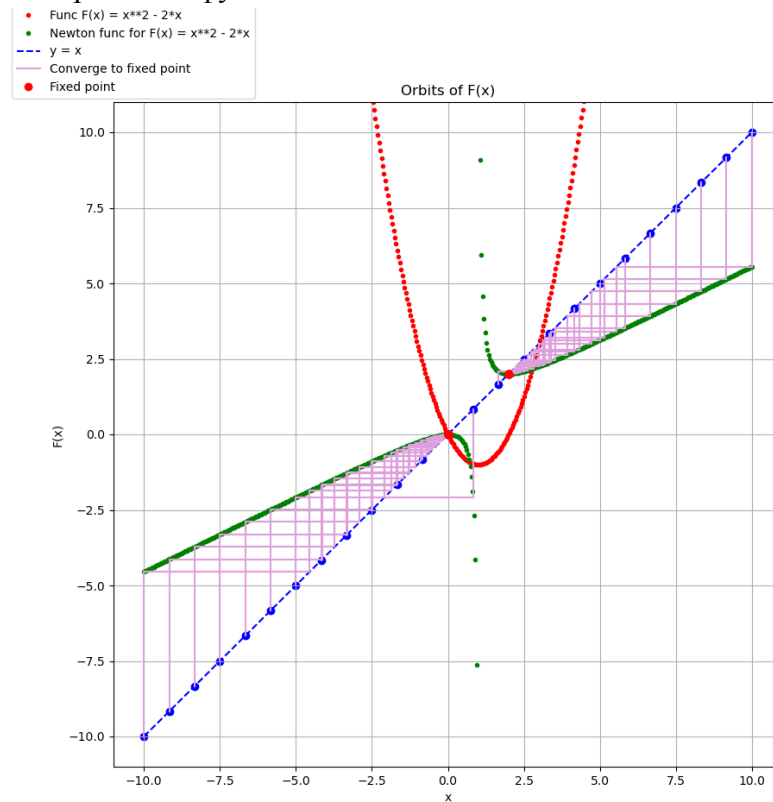
$$p = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}.$$



Графічний аналіз для визначення типу фіксованої точки



Знаходження розв'язку рівняння $F(x)=0$ за допомогою ітераційної функції Ньютона



Висновки

Дана система експериментів візуалізує явища, які виникають в динамічних системах різної природи та моделюють їхню хаотичну поведінку.

Реалізовані програмні продукти для експериментів:

1. Знаходження вікон періодів n на орбітній діаграмі для функції $Q_c(x)$ та $F_\lambda(x)$.
2. Ідентифікація ітерованих систем функцій, що породили певні фрактали як їх атрактори.
3. Графічний аналіз для визначення типу фіксованої точки.
4. Знаходження розв'язку рівняння $F(x)=0$ за допомогою ітераційної функції Ньютонна.

Перспективи:

1. Дослідження множин Жюліа та Мандельброта.
2. Розробка програмного продукту для реалізації системи експериментів.

Моделювання детермінованого хаосу засобами обчислювального експерименту,
Дарія Герасимчук