

# Локальне керування в мережах

Р. К. Чорней

Національний університет «Києво-Могилянська Академія»

29 січня 2018 р.

# План презентації

- 1. Постановка задачі
  - Система околів
  - Марковське локальне синхронне ядро
  - Кероване марковське поле
- 2. Застосування
  - Циклічні мережі
  - Прикладні застосування
  - Практичні реалізації дослідження

# План презентації

- 1. Постановка задачі
  - Система околів
  - Марковське локальне синхронне ядро
  - Кероване марковське поле

- 2. Застосування
  - Циклічні мережі
  - Прикладні застосування
  - Практичні реалізації дослідження

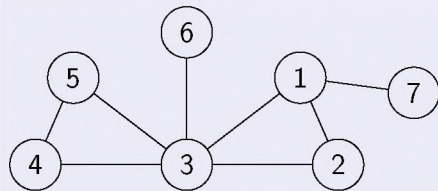
# Система околів

$\Gamma = (V, B)$  — простий неорієнтований граф.

$N(k) = \{j: \{k, j\} \in B\}$  — окіл вершини  $k$ .

$\tilde{N}(k) = N(k) \cup \{k\}$  — повний окіл вершини  $k$ .

## Приклад



$k = 3$

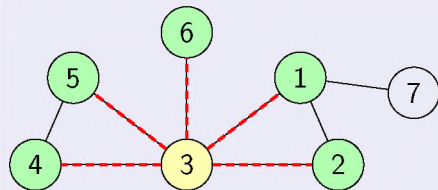
# Система околів

$\Gamma = (V, B)$  — простий неорієнтований граф.

$N(k) = \{j: \{k, j\} \in B\}$  — окіл вершини  $k$ .

$\tilde{N}(k) = N(k) \cup \{k\}$  — повний окіл вершини  $k$ .

## Приклад



$$k = 3$$

$$N(3) = \{1; 2; 4; 5; 6\}$$

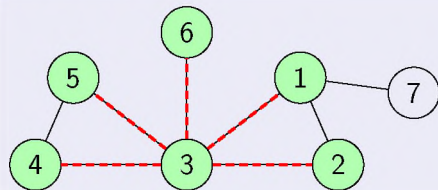
# Система околів

$\Gamma = (V, B)$  — простий неорієнтований граф.

$N(k) = \{j: \{k, j\} \in B\}$  — окіл вершини  $k$ .

$\tilde{N}(k) = N(k) \cup \{k\}$  — повний окіл вершини  $k$ .

## Приклад



$$k = 3$$

$$N(3) = \{1; 2; 4; 5; 6\}$$

$$\tilde{N}(3) = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$$

# Означення марковського локального синхронного ядра

## Марковість

$$P(\xi_k^{t+1} \in C_k \mid \xi^0 = x^0, \dots, \xi^t = x^t) = P(\xi_k^{t+1} \in C_k \mid \xi^t = x^t),$$

для всіх  $k \in V$ ,  $x^0, \dots, x^{t+1} \in X$ ,  $C_k \in \mathfrak{X}_k$ .

# Означення марковського локального синхронного ядра

## Марковість

$$P(\xi_k^{t+1} \in C_k \mid \xi^0 = x^0, \dots, \xi^t = x^t) = P(\xi_k^{t+1} \in C_k \mid \xi^t = x^t),$$

для всіх  $k \in V$ ,  $x^0, \dots, x^{t+1} \in X$ ,  $C_k \in \mathfrak{X}_k$ .

## Локальність

Для всіх  $k \in V$ ,  $x^0, \dots, x^{t+1} \in X$ ,  $C_k \in \mathfrak{X}_k$

$$P\{\xi_k^{t+1} \in C_k \mid \xi^t = x^t, \dots, \xi^0 = x^0\} = P\{\xi_k^{t+1} \in C_k \mid \xi_{\tilde{N}(k)}^t = x_{\tilde{N}(k)}^t\}.$$



# Означення марковського локального синхронного ядра

## Марковість

$$P(\xi_k^{t+1} \in C_k \mid \xi^0 = x^0, \dots, \xi^t = x^t) = P(\xi_k^{t+1} \in C_k \mid \xi^t = x^t),$$

для всіх  $k \in V$ ,  $x^0, \dots, x^{t+1} \in X$ ,  $C_k \in \mathfrak{X}_k$ .

## Локальність

Для всіх  $k \in V$ ,  $x^0, \dots, x^{t+1} \in X$ ,  $C_k \in \mathfrak{X}_k$

$$P\{\xi_k^{t+1} \in C_k \mid \xi^t = x^t, \dots, \xi^0 = x^0\} = P\{\xi_k^{t+1} \in C_k \mid \xi_{\tilde{N}(k)}^t = x_{\tilde{N}(k)}^t\}.$$

## Синхронність

Для всіх  $K \subset V$ ,  $x^t \in X$

$$P\{\xi_K^{t+1} \in C_K \mid \xi^t = x^t\} = \prod_{k \in K} P\{\xi_k^{t+1} \in C_k \mid \xi^t = x^t\}.$$

## Кероване марковське поле

$\xi(t)$ ,  $t \geq 0$  — випадковий процес на графі.

$A_i = \{a_i^1, a_i^2, \dots, a_i^m\}$  — рішення, що приймаються у вершині  $i$ ,

$A = \times_{i \in V} A_i$  — множина рішень системи.

## Кероване марковське поле

$\xi(t)$ ,  $t \geq 0$  — випадковий процес на графі.

$A_i = \{a_i^1, a_i^2, \dots, a_i^m\}$  — рішення, що приймаються у вершині  $i$ ,

$A = \times_{i \in V} A_i$  — множина рішень системи.

### Стратегії

$\pi(x, t)$ ,  $x \in X$ ,  $t \geq 0$ , — марковська стратегія, що приймає значення в  $A$ , вимірنا за сукупністю змінних.

$\pi(x, t) = (R^1, t^1, R^2, t^2, \dots)$  — кусково-стала, якщо існує послідовність точок  $t^0 = 0 < t^1 < t^2 < \dots < t^n < \infty$ ,  $n \rightarrow \infty$  і  $\mathfrak{X}$ -вимірних функцій  $R^1(x), R^2(x), \dots$  із значеннями в  $A$  такими, що

$$\pi(x, t) = R^n(x) \quad \text{при} \quad t \in [t^{n-1}; t^n).$$

Стратегія  $\pi = (R, \infty)$  — стаціонарна.

$\mathfrak{R}$  — клас допустимих марковських кусково-сталих стратегій,  $\mathfrak{R}'$  — підклас стаціонарних стратегій.

## Кероване марковське поле

### Означення керованого марковського ступінчастого поля

Нехай задано набір  $\{\lambda(x, a), P(C | x, a), x \in X, a \in A, B \in \mathfrak{X}\}$ , де  $\lambda(x, a) < \Lambda < \infty$  — невід'ємна вимірна функція від  $x$  при кожному  $a$ ,  $P(C | x, a)$  — марковське локальне синхронне ядро  $\forall a$ .

(1) Однорідне марковське ступінчасте поле, кероване стаціонарною стратегією  $R \in \mathfrak{R}'$ , визначимо слабким інфінітезімальним оператором

$$[\mathfrak{A}(R)f(\cdot)](x) = \lambda(x, R(x)) \left[ -f(x) + \int f(y)P(dy | x, R(x)) \right],$$

заданому в просторі  $M(X)$  вимірних обмежених функцій на  $X$ .

(2) Марковське ступінчасте поле, кероване кусково-сталою стратегією  $\pi = (R^1, t^1, R^2, t^2, \dots)$ , однорідне на кожному інтервалі  $[t^{n-1}; t^n)$  з інфінітезімальним оператором

$$[\mathfrak{A}(R^n)f(\cdot)](x) = \lambda(x, R^n(x)) \left[ -f(x) + \int f(y)P(dy | x, R^n(x)) \right].$$

# Кероване марковське поле

## Критерій оптимальності

$r(x, a)\Delta t$  — дохід від перебування  $\xi(t)$  в стані  $x$  протягом часу  $\Delta t$  при керуванні  $a$ , де  $r(x, a) < l < \infty$  — вимірна функція по  $x$  при кожному  $a$ .  
Критерій оптимальності керування:

$$\psi_\alpha(\pi; x) = \mathbb{E}_x^\pi \int_0^\infty e^{-\alpha t} r(\xi(t), \pi(\xi(t), t)) dt.$$

$\pi^* \in \mathfrak{R}$  — оптимальна, якщо

$$\psi_\alpha(\pi^*; x) = \sup_{\pi \in \mathfrak{R}} \psi_\alpha(\pi; x), \quad x \in X.$$

# План презентації

## 1 Постановка задачі

- Система околів
- Марковське локальне синхронне ядро
- Кероване марковське поле

## 2 Застосування

- Циклічні мережі
- Прикладні застосування
- Практичні реалізації дослідження

## Циклічні мережі

$$V = \{1, 2, 3\}, K = 2, A_j \equiv \{0, 1\} \quad \forall j \in \{1, 2, 3\}.$$

$$\begin{pmatrix} (p_1(1, 0); p_1(1, 1)) & (p_1(2, 0); p_1(2, 1)) \\ (p_2(1, 0); p_2(1, 1)) & (p_2(2, 0); p_2(2, 1)) \\ (p_3(1, 0); p_3(1, 1)) & (p_3(2, 0); p_3(2, 1)) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\frac{1}{3}; \frac{1}{2}) & (\frac{2}{3}; \frac{3}{4}) \\ (\frac{1}{4}; \frac{1}{2}) & (\frac{1}{3}; \frac{2}{3}) \\ (\frac{1}{4}; \frac{2}{3}) & (\frac{1}{2}; \frac{3}{4}) \end{pmatrix}$$

$$r(x, a) = \sum_{j \in S} [(c_j - a_j)x_j + a_j b_j],$$

$$c = (1, 2, 3), \quad b = (3, 1, 2).$$

$$x^1 = (0, 0, 2), \quad x^2 = (0, 1, 1), \quad x^3 = (0, 2, 0),$$

$$x^4 = (1, 0, 1), \quad x^5 = (1, 1, 0), \quad x^6 = (2, 0, 0),$$

$$a^1 = (0, 0, 0), \quad a^2 = (0, 0, 1), \quad a^3 = (0, 1, 0), \quad a^4 = (0, 1, 1),$$

$$a^5 = (1, 0, 0), \quad a^6 = (1, 0, 1), \quad a^7 = (1, 1, 0), \quad a^8 = (1, 1, 1).$$

## Циклічні мережі

Q	(0, 0, 2)	(0, 1, 1)	(0, 2, 0)
$x^1$	$q_3(2, a_3)$	$p_2(1, a_2)q_3(1, a_3)$	0
$x^2$	0	$q_2(1, a_2)q_3(1, a_3)$	$p_2(2, a_2)$
$x^3$	0	0	$q_2(2, a_2)$
$x^4$	$p_3(2, a_3)$	$p_2(1, a_2)p_3(1, a_3)$	0
$x^5$	0	$q_2(1, a_2)p_3(1, a_3)$	0
$x^6$	0	0	0

Q	(1, 0, 1)	(1, 1, 0)	(2, 0, 0)
$x^1$	0	0	0
$x^2$	$p_1(1, a_1)q_3(1, a_3)$	$p_1(1, a_1)p_2(1, a_2)$	0
$x^3$	0	$p_1(1, a_1)q_2(1, a_2)$	0
$x^4$	$q_1(1, a_1)q_3(1, a_3)$	$q_1(1, a_1)p_2(1, a_2)$	0
$x^5$	$p_1(1, a_1)p_3(1, a_3)$	$q_1(1, a_1)q_2(1, a_2)$	$p_1(2, a_1)$
$x^6$	$q_1(1, a_1)p_3(1, a_3)$	0	$q_1(2, a_1)$



## Циклічні мережі

1.  $\Delta(x) \equiv a^1 = (0, 0, 0)$ .

$$\pi^\Delta = \left( \frac{3}{29}; \frac{8}{29}; \frac{9}{58}; \frac{6}{29}; \frac{6}{29}; \frac{3}{58} \right),$$

$$R^\Delta = \sum_{x \in S(K,J)} \pi^\Delta(x) r(x) = \frac{121}{29}.$$

## Циклічні мережі

1.  $\Delta(x) \equiv a^1 = (0, 0, 0)$ .

$$\pi^{\Delta} = \left( \frac{3}{29}; \frac{8}{29}; \frac{9}{58}; \frac{6}{29}; \frac{6}{29}; \frac{3}{58} \right),$$

$$R^{\Delta} = \sum_{x \in S(K,J)} \pi^{\Delta}(x) r(x) = \frac{121}{29}.$$

2.  $\frac{\Delta'(x^1)}{a^2} \mid \frac{\Delta'(x^2)}{a^2} \mid \frac{\Delta'(x^3)}{a^3} \mid \frac{\Delta'(x^4)}{a^2} \mid \frac{\Delta'(x^5)}{a^1} \mid \frac{\Delta'(x^6)}{a^1}$

$$\pi^{\Delta'} = \left( \frac{1}{46}; \frac{9}{46}; \frac{27}{184}; \frac{27}{184}; \frac{9}{23}; \frac{9}{92} \right),$$

$$R^{\Delta'} = \sum_{x \in S(K,J)} \pi^{\Delta'}(x) r'(x) = \frac{177}{46}.$$

## Прикладні застосування

1. Марковські моделі поведінки систем з конкуруючими технологіями. David P.A., Foray D. Percolation structures, Markov random fields. The economics and of edi sstandards diffusions. — Global telecommunications strategies and technological changes. — North-Holland, Amsterdam, 1993.

## Прикладні застосування

1. Марковські моделі поведінки систем з конкуруючими технологіями. David P.A., Foray D. Percolation structures, Markov random fields. The economics and of ed standards diffusions. — Global telecommunications strategies and technological changes. — North-Holland, Amsterdam, 1993.

2. Гіббсовські поля в теорії розпізнавання.

Schlesinger M.I. and Vaclav Hlavac. Ten Lectures on Statistical and Structural Pattern Recognition./Computational Imaging and Vision // Kluwer Academic Publishers. — Dordrecht / Boston / London, 2002

Golodnikov A., Knopov P., Pardalos P., Uryasev S. Optimization in the Space of Distribution Functions and Applications in the Bayes Analysis // Probabilistic Constrained Optimization: Methodology and Applications. — Kluwer Academic Publishers, 2000

### 3. Марковські поля в соціології.

Kinderman R.P., Snell J.L. On the relation between markov random fields and social networks // Journal of mathematical Sociology, 1980

Ermoliev Yu., Gaivoronski A, Makowski M .Robust Design of networks under risks // In: Coping with Uncertainty: Robust Solutions, K. Marti, Y. Ermoliev, M. Makowski (eds), Springer-Verlag, Heidelberg, Germany, 2010.

## Прикладні застосування

### 3. Марковські поля в соціології.

Kinderman R.P., Snell J.L. On the relation between markov random fields and social networks // Journal of mathematical Sociology, 1980

Ermoliev Yu., Gaivoronski A, Makowski M .Robust Design of networks under risks // In: Coping with Uncertainty: Robust Solutions, K. Marti, Y. Ermoliev, M. Makowski (eds), Springer-Verlag, Heidelberg, Germany, 2010.

### 4. Проблеми моделювання катастроф.

Ермольев Ю.М., Ермольева Т.Ю., Макдональд Г., Норкин В.И. Проблемы страхования катастрофических рисков // Кибернетика и системный анализ. — 2001.

## Прикладні застосування

### 3. Марковські поля в соціології.

Kinderman R.P., Snell J.L. On the relation between markov random fields and social networks // Journal of mathematical Sociology, 1980

Ermoliev Yu., Gaivoronski A, Makowski M .Robust Design of networks under risks // In: Coping with Uncertainty: Robust Solutions, K. Marti, Y. Ermoliev, M. Makowski (eds), Springer-Verlag, Heidelberg, Germany, 2010.

### 4. Проблеми моделювання катастроф.

Ермольев Ю.М., Ермольева Т.Ю., Макдональд Г., Норкин В.И. Проблемы страхования катастрофических рисков // Кибернетика и системный анализ. — 2001.

### 5. Марковські випадкові поля в біології.

Kauffman S.A. Origins of order: self-organization and selection in evolution. — N.Y.: Oxford Univ. Press, 1993.

## Практичні реалізації дослідження

1. Управління ризиком пошкодження вітрами в лісовому господарстві.  
Forsell N. Influence of temporal aggregation on strategic forest management under risk of wind damage / N. Forsell, L. O. Eriksson // Ann. Oper. Res. — 2014.  
Wikström P. A solution method for uneven-aged management applied to Norway spruce / P. Wikström // Forest Science. — 2000.  
Olofsson E., Blennow K. Decision support for identifying spruce forest stand edges with high probability of wind damage / E. Olofsson, K. Blennow // Forest Ecology and Management. — 2005.



## Практичні реалізації дослідження

1. Управління ризиком пошкодження вітрами в лісовому господарстві.

Forsell N. Influence of temporal aggregation on strategic forest management under risk of wind damage / N. Forsell, L. O. Eriksson // Ann. Oper. Res. — 2014.

Wikström P. A solution method for uneven-aged management applied to Norway spruce / P. Wikström // Forest Science. — 2000.

Olofsson E., Blennow K. Decision support for identifying spruce forest stand edges with high probability of wind damage / E. Olofsson, K. Blennow // Forest Ecology and Management. — 2005.

2. Активні системи керування вібраціями.

Lei Wang, Xiaojun Wang, Yunlong Li, Guiping Lin, Zhiping Qiu. Structural time-dependent reliability assessment of the vibration active control system with unknown-but-bounded uncertainties // Structural Control and Health Monitoring, 2016.

Дякую за увагу!