

# Оптимальне керування системами масового обслуговування

Виконала студентка  
БП-4 “Прикладна математика”  
Мостова Марія Сергіївна




## Постановка задачі

Розглядатимемо модель  $M/M/K/(N-K)$ , де  $K \leq N < \infty$ .

Параметри системи:

- вхідний потік за розподілом Пуассона з параметром  $\lambda$
- кількість серверів  $K$
- кількість місць у черзі  $N - K$
- інтенсивність роботи серверів  $\mu_k$  ( $k = 1, K$ )
- вартість очікування в черзі  $c_0 > 0$  та вартість використання  $k$ -го сервера на момент часу  $c_k > 0$




Множина станів системи  $X = N \times \{0, 1\}^K$ , де  $N = \{0, 1, \dots, N - K\}$ . Стан системи:

$$x = (q, d_1, \dots, d_K),$$

де  $q$  - довжина черги,  $d_k = \{0, 1\}$  - стан сервера.

Керування полягає в тому, щоб відправити запит на обробку до одного з серверів або залишити в черзі, якщо сервери зайняті (якщо черга не повна).

Запит може бути відхилений тільки у випадку, якщо черга повна та всі сервери зайняті.



Множина можливих рішень для даної системи містить значення від 0 до  $K$ , де «0» означає не надсилати запит на опрацювання до пристроїв, а « $k$ » - відправити запит на обробку до  $k$ -го пристрою.

Стратегією  $f$  називатимемо послідовність рішень, поставлених у відповідність кожному стану з множини станів  $X$ .



## Задача

Мінімізувати середні витрати системи.

Знайти оптимальну стратегію.



## Рівняння оптимальності

$$v(x) = \min_{a \in A(x)} b(x, a; v(x)), \quad x \in X,$$

де  $b(x, a; v(x))$  - функція Беллмана, яку необхідно мінімізувати.



Оптимальна стратегія:

$$f(x) = \arg \min_{a \in A(x)} b(x, a; v(x)), \quad x \in E,$$



# Алгоритм

1. Обчислення середніх витрат системи для заданої стратегії.
1. Пошук нової стратегії, яка би покращила результат.




# Програма

- `create_system(N, K, lam, mu, c)`  
`get_states()`
- `policy_evaluation()`  
`T0(x), Tk(x), M0(x), c(x), first_coef(x), second_coef(x), third_coef(x)`  
`subalgorithm()`  
`policy_improvement()`



## Приклад роботи

- повна місткість системи  $N = 4$
- кількість серверів  $K = 2$
- інтенсивність вхідного потоку  $\lambda = 3$
- інтенсивності роботи серверів  $(6, 11)$
- вартості роботи серверів  $(3, 3)$



Множина станів  $X = \{(0, 0, 0), (0, 0, 1), (0, 1, 0), (0, 1, 1), (1, 0, 0), (1, 0, 1), (1, 1, 0), (1, 1, 1), (2, 0, 0), (2, 0, 1), (2, 1, 0), (2, 1, 1)\}$ .

Множина можливих рішень  $A = \{0, 1, 2\}$ , де 0 – не робити нічого, а 1, 2 – відправляти запит на обробку 1 і 2 серверам відповідно.



## Результати

$$g = 0.0615$$

$$f = \{(0, 0, 0): 2, (0, 0, 1): 1, (0, 1, 0): 2, (0, 1, 1): 0, (1, 0, 0): 1, (1, 0, 1): 1, (1, 1, 0): 2, (1, 1, 1): 0, (2, 0, 0): 1, (2, 0, 1): 1, (2, 1, 0): 2, (2, 1, 1): 0\}$$



**Дякую за увагу!**