ГЕОМЕТРІЯ ФАЗОВОГО ПРОСТОРУ ВИЩИХ СТАЦІОНАРНИХ РІВНЯНЬ ОСНОВНОЇ ТА ОДНОРІДНИХ ІЄРАРХІЙ

П. Голод (кафедра фіз.-мат. наук НаУКМА),
О. Кісілевич (Львівська комерційна академія)

В цій роботі ми досліджували ієрархії нелінійних еволюційних та стаціонарних рівнянь, які є інтегровними гамільтоновими системами і допускають представлення у формі рівняння “нульової кривизни”.

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial t} - \frac{\partial A_n}{\partial x} + \left[\Lambda, A_n\right] = 0, \quad n = 1,2,\ldots \qquad (1)$$

Тут Λ та A_n —елементи алгебри поліномів Лорана з коефіцієнтами в центральному розширенні алгебри струмів на колі. Остання умова означає, що ми обмежуємся періодичними граничними умовами стосовно просторової змінної “x”.

Нехай G означає алгебру поліномів Лорана з коефіцієнтами в напівпростій алгебрі Лі і з фіксованим автоморфізмом σ скінченного порядку. Тип ієрархії нелінійного рівняння визначається порядком автоморфізму σ та інваріантністю елементів L та A_n стосовно цього автоморфізму. Якщо σ — тотожне відображення, то відповідна ієрархія (1) називається однорідною і в ній містяться, серед інших, нелінійне рівняння Шредінгера та його багатокомпонентні узагальнення, рівняння динаміки SU(n) магнетика Гайзенберга та його вищі аналоги. Якщо σ — автоморфізм максимального порядку, то відповідні ієрархії називають основними. Серед них є рівняння Кортевега-де Вріза та його різноманітні узагальнення, а також фундаментальне рівняння хвиль на воді рівняння Бусінеско. Саме на дослідженні фазового простору останнього рівняння зосереджена увага в цій роботі.

Показано, що фазовий простір вищих стаціонарних рівнянь Бусінеско можна реалізувати у вигляді редукованої орбіти коприєднаної дії підалгебри $G\_ \in G$,

$$G = \left\{ \sum_{k<0} A_k \lambda^k, \quad A_k \in sl(3,R) \right\}$$

у спряженому просторі $(G—)^* = G_+$. Гамільтонова редукція орбіти здійснюється стосовно нетривіальних гамільтонових потоків, які в роботі побудовані явно. Така геометрія фазового простору є характерною для рівнянь основної та проміжних ієрархій і відрізняється від геометрії рівнянь однорідних ієрархій, де фазовий простір є орбітою, яка не потребує реакції.

Показано також, що тор Ліувілля, на якому лінеаризуються досліджувана гамільтонова система, після комплексифікації стає еквівалентним многовидові Пріма—торові Якобі комплексної ріманової поверхні, факторизованому стосовно автоморфізму σ.

ПРО ДЕЯКІ ВЛАСТИВОСТІ КОРЕЛЯЦІЙНИХ ФУНКЦІЙ ВИПАДКОВИХ ПОЛІВ

А. Оленко (кафедра фіз.-мат. наук НаУКМА)

Нехай $\xi(x)$, $x\in R^n$ дійснозначне вимірне неперервне в середньому квадратичному однорідне та ізотропне випадкове поле з нульовим середнім і спектральною функцією $\Phi(\lambda)$, $\lambda\geq 0$ [1]. Тоді відповідна кореляційна функція задається формулою

$$B_n(r) = 2^{\frac{n-2}{2}}\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)\int_0^\infty \frac{J_{\frac{n-2}{2}}(\lambda r)}{(\lambda r)^{\frac{n-2}{2}}}d\Phi(\lambda),$$

де $J_\nu(z)$ функція Бесселя першого роду порядку ν.

Розглянемо для різних n кореляційні функції $B_n(r)$, які відповідають одній і тій самій спектральній функції Φ.

Отримано формули, які дають вираз для кореляційних функцій $B_n(r)$ з різними n однієї через іншу. Ці формули дають змогу переносити певні властивості кореляційних функцій нижчих розмірностей на вищі.

За допомогою доведених результатів вивчаються оцінки близькості кореляційних функцій в різних метриках.

Література:

1. *Ядренко М. И.* Спектральная теория случайных полей. —К.: Вища школа, 1980. -208с.