МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «КИЄВО-МОГИЛЯНСЬКА АКАДЕМІЯ»

Факультет інформатики

Кафедра математики

Курсова робота

за спеціальністю 124 Системний аналіз

на тему:

ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В СИСТЕМАХ КЕРУВАННЯ ДЕКІЛЬКОМА ЗАПАСАМИ

Виконав студент 1-го курсу

Глушенков Сергій Михайлович ________

(підпис)

Науковий керівник:

канд. фіз.-мат. наук, доцент

Чорней Р.К. ________

(підпис)

Засвідчую, що в цій роботі немає запозичень з праць інших авторів без відповідних посилань.

Студент ________

(підпис)

Київ - 2021

РЕФЕРАТ

Обсяг роботи: 14 сторінок, 4 таблиці, 2 джерела посилань.

СИСТЕМИ КЕРУВАННЯ, ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ, ТЕОРІЯ ЗАПАСІВ, МАРКОВСЬКІ МОДЕЛІ

Об'єктом роботи є керування декількома запасами. Предметом роботи є прийняття рішень в системах керування декількома запасами із загальною функцією витрат.

Метою роботи є розробка програмного застосунку, яке за вхідними функціями витрат та розподілом попиту на товари, буде надавати рекомендацію про порогові значення запасів, при яких бажано робити дозамовлення.

Методи розробки: побудова моделей, заснованих на марковських процесах з дискретним часом, проектування програмних систем, та програмування на мові C++ у середовищі Xcode (Version 12.5).

Результати роботи: розроблений програмний застосунок, який на основі заданих програмістом функцій витрат, та розподілу попиту, надає користувачу оптимальну стратегію керування з мінімальним значенням загальної функції витрат. Роботу даного застосунку перевірено на декількох розподілах попиту з однаковими функціями витрат, та порівняно результати експериментів.

ЗМІСТ

ВСТУП

Оцінка сучасного стану об’єкта розробки. На сьогоднішній день є актуальною проблема керування великими обсягами виробництва, в особливості визначення оптимальної кількості того чи іншого товару, який необхідно не тільки виробити, але й десь зберігати та реалізовувати. Для власників та керівників таких виробництв питання раціонального керування запасами суттєво впливає як на витрати, так і на прибутки.

При надмірному виробленні та зберіганні зайвих товарів, підприємство може зіштовхнутися з проблемою перевиробництва, що призводить до зайвих витрат при експлуатації складських приміщень, та простою товару. З іншого боку, невиконання мінімального плану, або різке збільшення попиту може призвести до дефіциту, який в свою чергу негативно вплине, наприклад, на торгівельні контракти, за якими виробництво також, як правило, зазнає зайвих збитків при відшкодуванні. Таким чином, було б непогано мати певний запас на «чорний день», який дозволить уникнути подібних витрат. Але яким має бути розмір цього запасу?

Актуальність роботи та підстави її виконання. В умовах теперішньої пандемії, велика кількість підприємств малого та середнього бізнесу переживають не найкращі часи. Багато з них були вимушені припинити свою діяльність, через брак коштів та неможливість продовжувати свою роботу. Далеко не останню роль в цьому зіграла різка зміна попиту на різні товари через карантин та самоізоляцію, через що підприємствам стало складно раціонально керувати об’ємами запасів, що й могло призвести до зайвих витрат, через які вони були вимушені зачинитись. Наявність системи, яка б дозволяла обрати оптимальну стратегію керування запасами, навряд би врятувала ситуацію, але хоча б трохи покращила ситуацію, або б відтермінувала банкрутство тих чи інших підприємств.

З іншого боку, на початку пандемії, велика кількість товарів мала підвищений попит, який часто не міг бути забезпеченим із наявних запасів, особливо це стосується медичних засобів безпеки. Враховуючи той факт, що Україна була далеко не першою країною, яка потрапила в пандемічні умови, можливо було б доцільно проаналізувати ситуацію з попитом в інших країнах, та використовуючи певні програмні розрахунки, скорегувати рівень запасів та спробувати уникнути критичного дефіциту товарів.

Таким чином, створення подібного програмного забезпечення може бути вельми корисним як у критичних ситуаціях, так і у щоденній роботі підприємств, мінімізуючи зайві витрати, пов’язані з нераціональним керуванням запасами.

Об’єкт та предмет дослідження. Об’єктом даної роботи є керування декількома запасами. Предметом даної роботи є прийняття рішень в системах керування декількома запасами із загальною функцією витрат.

Мета й завдання роботи. Метою даної курсової роботи є створення програмного забезпечення, яке за заданими вхідними функціями витрат та функцією розподілу попиту буде надавати рекомендований поріг запасу товарів, при якому доцільно поповнити запас до повного заповнення складу. Для цього потрібно:

- Визначити початкову предметну область.
- Обрати конкретну модель керування декількома запасами.
- Задати вхідні функції витрат та функцію розподілу попиту.
- Розробити програмний застосунок для проведення тестувань.

Постановка задачі

Для початку розглянемо систему керування 10 товарами, наприклад, на складі продуктів молочної компанії. В даному випадку значення запасів, попиту та замовлення товарів будуть дійсними і невід'ємними, що дозволить використовувати неперервні функції розподілу випадкових величин. Кожен з 10 товарів має свій окремий максимум запасу Q_i, який можна задати наступним масивом: $\{10, 25, 6, 50, 34, 18, 11, 23, 8, 40\}$. В даному контексті це означає, що, наприклад, максимальний запас товару з коротким терміном зберігання (товар № 9, наприклад, молоко) складає 11 літрів, а максимальний запас товару з довгим терміном зберігання (товар № 4, наприклад, твердий сир) – 50 кілограм. Початковий розподіл запасів по кожному товару є випадковою величиною з рівномірним розподілом.

В кожен момент часу n, може бути прийняте рішення про дозамовлення товару за необхідністю. Дозамовлення відбувається наступним чином: якщо x_i^n – поточний рівень запасу товару i в момент часу n, то можливо провести замовлення товару $a_i^n \in [0, Q_i - x_i^n]$ [1].

Визначення вхідних параметрів

В кожен момент перевірки стану системи n, генерується попит ξ_i^n для кожного продукту, який може приймати значення від нуля до максимального значення запасу товару. Функція розподілу для попиту в кожний момент часу є неперервною та не залежить від попередніх значень попиту [1]. Для прикладу будемо використовувати нормальну функцію розподілу:

$$G_i(x_i) = \begin{cases} 0, & x_i < 0 \\ \dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \displaystyle\int_0^{x_i} e^{-\frac{(\lambda-\mu)^2}{2\sigma^2}} d\lambda, & x_i \ge 0 \end{cases}$$

де μ - математичне сподівання, а σ - середнє квадратичне відхилення випадкової величини.

Дана функція розподілу відповідає вимогам у пункті 2.3 [1].

Для даної моделі візьмемо наступні параметри нормального розподілу: нехай $\mu = 7$, а $\sigma = 2{,}5$.

Після прийняття рішення в момент часу *n*, система переходить в наступний стан, і по кожному товару визначається рівень його запасу за наступним принципом:

$$x_i^{n+1} = x_i^n + a_i^n - \xi_i^n$$

При цьому, якщо права частина рівняння виходить менше 0, це означає що попит не був покритий поточним запасом товару, таким чином виникнув дефіцит. В такому випадку, рівень запасу товару на *n+1* кроці дорівнюватиме 0, а дефіцит буде врахований у вигляді збитків у відповідній функції витрат, яку буде розглянуто нижче [1].

Функції витрат задаються розробником всередині самої програми, і в даному випадку, мною обрані наступні функції:

- Функція витрат на зберігання товару:

  $$C_i^1(x_i) = \frac{x_i^2 - x_i * \sin(x_i) + \tan^{-1} x_i + C}{C - Q_i},$$

  де C − певна константа, x_i − поточне значення запасу
- Функція витрат на замовлення товару:

  $C_i^2(a_i) = \sqrt{a_i}$, де $a_i \in [0, Q_i - x_i]$ − розмір замовлення
- Функція витрат дефіциту товару:

  $\mathrm{C}_i^3(y_i) = y_i^2$, де y_i − розмір дефіциту

Усі наведені вище функції відповідають обмеженням, які зазначені в пункті 2 [2].

Для генерації попиту за заданою функцією розподілу, на кожному кроці будемо використовувати генератор псевдовипадкових чисел, а саме «Вихор Мерсенна», який показує непогану ефективність генерації псевдовипадкових чисел з рівномірним розподілом, та є вбудованим інструментом у мову програмування C++.

З урахуванням наведених вище функцій, загальна функція очікуваних витрат для i-го продукту за один період часу становлять:

$$r(x_i, a_i) = \frac{x_i^2 - x_i * \sin(x_i) + \tan^{-1} x_i + C}{C - Q_i} + \sqrt{a_i} + \int_{x_i + a_i}^{+\infty} C_i^3 \big(y_i - (x_i + a_i)\big) dG_i(y_i)$$

Умова задачі полягає в знаходженні порогового значення $x_i^*, \forall i = \overline{1,10}$, такого що:

$\delta_i^* = \begin{cases} Q_i - x_i, & x_i < x_i^* \\ 0 & , x_i \geq x_i^* \end{cases}$, де Q_i – максимальний рівень запасу для кожного i-го товару, δ_i^* - оптимальна стратегія керування запасами для кожного i-го товару, $i = \overline{1, m}$ [1].

Згідно з [1], виконання умов теорем 2.3 – 2.5 забезпечують існування подібної оптимальної стратегії для задачі керування запасами. Причому, структура оптимальної стратегії δ_i^* , $i = \overline{1, m}$ по кожному i-тому продукту має наступний вигляд:

$$\varphi_i(x_i, \delta_i^*) = inf_{\delta_i \in \Re_i} \varphi_i(x_i, \delta_i), \;\; \varphi_i(x_i, \delta_i) = \lim_{n \to \infty} \sup \frac{1}{n+1} E_x^\delta \sum_{k=0}^{n} r\big(x_i^k, a_i^k\big),$$

де φ_i – середня очікувана вартість стратегії δ_i, $\Re_i$ – клас допустимих стратегій для i-го продукту.

Тестування програми

Після написання програми та проведення експерименту, отримуємо наступні вектори порогових значень для усіх 10 товарів в залежності від кількості розглянутих епізодів прийняття рішення:

Макс. значення	10	25	6	50	34	18	11	23	8	40
Кількість ітерацій	Порогові значення кількості товарів на складі									
5	4,78	17,23	1,70	0	26,62	10,35	5,21	13,99	3,35	27,66
10	6,43	15,38	2,84	25,61	19,87	9,26	6,82	11,19	4,64	22,57
15	6,90	13,02	3,52	19,83	16,42	8,31	7,25	10,23	5,22	18,48
20	7,21	11,98	3,71	16,72	15,21	7,84	7,56	9,79	5,67	16,49
25	7,35	11,44	3,85	15,78	14,83	7,56	7,88	9,62	5,91	15,21

Таблиця 1 – Залежність порогових значень від кількості розглянутих епізодів для рівномірного розподілу попиту

Кількість ітерацій	5	10	15	20	25
Частка порогових значень товарів від їх максимально можливої кількості, у %	47,80%	64,30%	69,90%	72,10%	73,50%
	68,92%	61,52%	52,08%	47,92%	45,76%
	28,33%	47,33%	58,66%	61,83%	64,16%
	0,00%	51,22%	39,66%	33,44%	31,56%
	78,29%	58,44%	48,29%	44,73%	43,61%
	57,50%	51,44%	46,16%	43,55%	42,00%
	47,36%	62,00%	65,90%	68,72%	71,63%
	60,82%	48,65%	44,47%	42,56%	41,82%
	41,87%	58,00%	65,25%	70,87%	73,87%
	69,15%	56,42%	46,20%	41,22%	38,02%

Таблиця 2 – Відсотки порогових значень від максимальної допустимої кількості товару для рівномірного розподілу попиту

За отриманими даними під час проведення експерименту, оцінка порогового значення для кожного товару поступово збігається до свого оптимального значення зі збільшенням кількості ітерацій прийняття рішень. Таким чином, для наперед заданої точності можна визначити остаточне значення порогу для кожного товару за скінченну кількість ітерацій прийняття рішень. Причому, для товарів, де максимальний запас більший за середній очікуваний попит, порогове значення поступово зменшується, а для товарів, де можливий запас менший, або близький до μ, поріг поступово збільшується.

Тепер розглянемо нашу модель з майже тими самими функціями витрат, але змінимо розподіл попиту на експоненційний з заданою функцією розподілу:

$$G_i(x_i) = \begin{cases} 0 & , x_i < 0 \\ 1 - e^{-\lambda x_i}, & x_i \geq 0 \end{cases}$$

Для даного тестового прикладу будемо використовувати параметр розподілу $\lambda = 0{,}2$.

Також буде доцільним змінити функцію витрат для дефіциту товару $C_3(y_i)$, оскільки при використанні попередньої функції, може виникнути ситуація, що на будь-якому кроці буде вигідніше покривати дефіцит, ніж дозамовляти товар, оскільки при експоненційному розподілі попит на товари буде трохи нижче. І щоб стимулювати систему дозамовляти товар, «покарання» за дефіцит має бути більшим, тому оберемо наступну функцію витрат для дефіциту:

$C_3(y_i) = y_i^{3,5}$, де y_i – розмір дефіциту.

Після проведення експерименту для нової функції розподілу, отримуємо наступні результати:

Макс. значення	10	25	6	50	34	18	11	23	8	40
Кількість ітерацій	Порогові значення кількості товарів на складі									
5	4,51	9,85	3,92	13,19	10,97	8,04	6,62	9,30	4,04	11,51
10	6,53	12,15	4,95	16,45	13,58	9,90	7,76	11,37	5,87	14,93
15	7,41	13,23	5,15	17,87	14,72	10,49	8,30	12,28	6,47	15,74
20	7,87	13,51	5,28	18,48	14,91	10,96	8,71	12,67	6,82	16,29
25	8,03	13,64	5,34	18.93	15,02	11,12	8,95	12,86	7,01	16,62

Таблиця 3 – Залежність порогових значень від кількості розглянутих епізодів для експоненційного розподілу попиту

Кількість ітерацій	5	10	15	20	25
Частка порогових значень товарів від їх максимально можливої кількості, у %	45,10%	65,30%	74,10%	78,70%	80,30%
	39,40%	48,60%	52,92%	54,04%	54,56%
	65,33%	82,50%	85,83%	88,00%	89,00%
	26,38%	32,90%	35,74%	36,96%	37,86%
	32,26%	39,94%	43,29%	43,85%	44,17%
	44,66%	55,00%	58,27%	60,88%	61,77%
	60,18%	70,54%	75,45%	79,18%	81,36%
	40,43%	49,43%	53,39%	55,08%	55,91%
	50,50%	73,37%	80,87%	85,25%	87,62%
	28,77%	37,32%	39,35%	40,72%	41,55%

Таблиця 4 – Відсотки порогових значень від максимальної допустимої кількості товару для експоненційного розподілу попиту

Аналогічно з попереднім експериментом, в даному випадку спостерігається поступова збіжність порогу запасу до свого оптимального значення. Але для експоненційного розподілу, незалежно від максимального рівня запасу, для всіх товарів зі збільшенням кількості ітерацій прийняття рішень, поріг поступово зростає.

ВИСНОВОК

В сучасному світі питання оптимального керування ресурсами є чи не одним з ключових моментів в управлінні виробництвами. В особливості, при керуванні великими обсягами запасів та товарів виникає необхідність комп'ютеризації процесів та використання аналітичних методів для ефективної роботи. Підтримання оптимального рівня запасів безпосередньо впливає на успішність роботи підприємства, так як перевиробництво чи дефіцит, як правило призводять до незапланованих збитків.

В даній роботі була розглянута система керування декількома запасами з загальною функцією витрат для невеликого складу молочної продукції. Також був створений програмний застосунок для знаходження порогового значення запасу за вхідними функціями витрат та попиту. Даний програмний застосунок є лише тестовим варіантом, але якщо використати його на реальній моделі, та врахувати всі недоліки, які можуть виникнути під час користування, дана модель може бути використана практично для будь-якої галузі, оскільки вона не є прив'язаною до певної предметної області. Достатньо лише вказати кількість товарів, максимальний рівень запасів, функції витрат та функцію розподілу попиту, які відповідають обмеженням моделі. Отриманий результат може носити рекомендаційний характер, та бути орієнтиром для особи що приймає рішення.

Також було розглянуто декілька варіантів розподілу попиту, які безпосередньо впливають на рівень запасу, продемонстровано вплив попиту на збіжність порогу запасу до оптимального значення, та показано залежність порогового значення від кількості ітерацій прийняття рішень, що дозволяє визначити необхідний поріг із бажаною точністю.

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАНЬ

1. Проценко І.Ю. Оптимальні стратегії для багатопродуктових моделей керування запасами. Київський національний університет імені Тараса Шевченка, 2016. – 127 с.
2. S.S. Demchenko, P.S. Knopov, R.K. Chorney Optimal strategies for a semi-Markovian inventory system. *Cybernetics and Systems Analysis,* Vol. 38, № 1, 2002. 124-136 p.