ЧИСЛО ЗАГАЛЬНОГО ПОЛОЖЕННЯ ДЛЯ ALL-PATH ОПУКЛОСТІ ТА НОВИЙ АЛГОРИТМ

В.О. ГАПОНЕНКО, С.О. КОЗЕРЕНКО

Застосування абстрактної теорії опуклості [7] в теорії графів зробило значний внесок у вирішення задач комп'ютерного зору [6] та актуальних задач пов'язаних із поширенням інфекції [1]. За допомогою концепцій з теорії опуклості був представлений спосіб відновлення графа [3], який може бути використаним для застосувань пов'язаних зі збереженням даних.

Центральним поняттям цієї доповіді є графова all-path опуклість, яка вперше була представлена у роботі [5]. Пізніше в статті [4] була надана характеристика all-path опуклих множин та досліджені алгоритмічні аспекти цієї опуклості. All-path опуклість породжена інтервальною функцією $I\colon V \times V \to 2^V$, яка парі вершин графа ставить у відповідність множини вершин всіх простих ланцюгів між ними. Таким чином, all-path опуклою (або просто, AP-опуклою) множиною називається підмножина графа $S \subset V(G)$ така, що $I(a, b) \subset S$ для всіх $a, b \in S$.

Важливим аспектом дослідження абстрактних опуклостей є обчислення їх числових інваріантів. Одним із них є число загального положення (або просто, gp–число). А саме, нехай (X, I) – множина із заданою інтервальною функцією на ній. Тоді gp–число це потужність найбільшої підмножини $A \subset X$, що $I(a, b) \cap A = \{a, b\}$ для всіх $a, b \in A$. Називатимемо блок у графі блоком–листком, якщо він має рівно одну точку з'єднання.

Теорема 1. [2] *У зв'язному але не двозв'язному нетривіальному графі gp–число для all-path опуклості дорівнює кількості його блоків–листків.*

Також ми презентуємо покращення алгоритму зі статті [4] для визначення того чи множина S є AP-опуклою. Найгірша часова складність нашого алгоритму $T(G) = |V(G)| + 4|E(G)|$, що перевершує відомий алгоритм (адже найкраща його часова складність $T(G) = 2|V(G)| + 4|E(G)|$) [2].

Література

[1] C.C. Centeno, S. Dantas, M.C. Dourado, D. Rautenbach and J.L. Szwarcfiter, *Convex partitions of graphs induced by paths of order three* // Discrete Math. Theor. Comput. Sci. **12(5)** (2010), 175–184.

[2] V. Haponenko and S. Kozerenko, *All-path convexity: two characterizations, general position number, and one algorithm* // Discrete Math. Lett. **13** (2024), 58–65.

[3] O.R. Oellermann, *On domination and digital convexity parameters* // J. Combin. Math. Combin. Comput. **85** (2013), 273–285.

[4] F. Protti and J. V. C. Thompson, *All-path convexity: combinatorial and complexity aspects* // Ars Combin. **148** (2020), 77–87.

[5] E. Sampathkumar, *Convex sets in a graph* // Indian J. Pure Appl. Math. **15** (1984), 1065–1071.

[6] Z. Shen et al., *Combining convex hull and directed graph for fast and accurate ellipse detection* // Graph. Models **116** (2021), article 101110.

[7] M. L. J. van de Vel, *Theory of convex structures.* Elsevier, 1993.

Національний університет "Києво-Могилянська академія Київ, Україна
Email address: vladyslav.haponenko@gmail.com

Національний університет “Києво-Могилянська академія”
Інститут математики НАН України
Київська школа економіки, Київ, Україна
Email address: kozerenkosergiy@ukr.net