

один, але з можливістю розділення даних на інтеграційні та дані деталізації. Тому актуальними на сьогодні є завдання щодо створення спеціальних форматів з можливістю прогресивної передачі та представлення відео, аудіо та видової інформації для підвищення ефективності функціонування ситуаційних центрів сектору безпеки й оборони.

Література

1. Про національну безпеку України: Закон України від 21.06.2018 № 2469-VIII. URL: <http://zakon5.rada.gov.ua/laws/show/2469-19>.
2. Гречанінов В.Ф., Кузьменко Г.Є., Лопушанський А.В. Мережа ситуаційних центрів органів державної влади – базис для підвищення ефективності їх діяльності (взаємодії). Математичні машини і системи. 2018. № 3. С. 32–39.
3. Морозов А.О., Кузьменко Г.Є., Яровий А.Д. Основні проблеми інформатизації Збройних сил України на сучасному етапі. Наука і оборона. 2004. № 3. С. 16–21.
4. Андросенко М.О. Метод стиснення документів MICROSOFT OFFICE для побудови архівів користувачів інформаційно-телекомунікаційних систем. Тези доповіді на II науково-технічній конференції КНУ ім. Тараса Шевченка “Проблеми кібербезпеки інформаційно-телекомунікаційних систем“. 23-24 березня 2017 року. С. 277-281

УДК 519.85

МАКСИМИЗАЦИЯ ЦЕЛЕВОЙ ФУНКЦИИ НА МНОЖЕСТВЕ РАЗМЕЩЕНИЙ

А.Н. Нагорная

Киевский международный университет, Киев

Сегодня в области исследования различных классов комбинаторных моделей и разработки новых моделей и методов их решения получены значительные результаты [1-6]. Следует отметить, что комбинаторные оптимизационные задачи с вычислительной точки зрения являются одними из самых сложных [7,8].

Рассмотрим оптимизационную задачу вида:

$$Z(\Phi, A_n^k) : \max\{\Phi(a) \mid a \in A_n^k\}, \quad (1)$$

$$D = \{x \in R^n \mid Gx \leq (\geq)b\}, \text{ де } G \in R^{m \times n}, b \in R^m, \quad (2)$$

где $\Phi(a) = \sum_{j=1}^n c_j x_j$ – целевая функция на комбинаторном множестве

размещений A_n^k .

Метод решения комбинаторной задачи условной оптимизации (1)-(2) состоит из трех шагов.

Первый шаг состоит в построение матрицы нормализации. Согласно порядку неубывания коэффициентов целевой функции, осуществляется перестановка коэффициентов заданных ограничений, по результатам которой составляется матрица нормализации. Она формируется на основе переобозначения порядка следования коэффициентов дополнительных ограничений (рис. 1).

n_f	u_1	u_2	$\dots$	u_{n-1}	u_n
n_{g_1}	u'_{11}	u'_{12}	$\dots$	u'_{1n-1}	u'_{1n}
n_{g_2}	u'_{21}	u'_{22}	$\dots$	u'_{2n-1}	u'_{2n}
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
n_{g_m}	u'_{m1}	u'_{m2}	$\dots$	u'_{mn-1}	u'_{mn}

Рис. 1. Матрица нормализации

В матрице:

$n_f, n_{g_1}, n_{g_2}, \dots, n_{g_m}$ – номер места соответствующего элемента множества размещений; для целевой функции – n_f , для ограничений – $n_{g_1}, n_{g_2}, \dots, n_{g_m}$,

$$\text{где } \Delta u_1 : N \rightarrow C : \Delta u_1 = \begin{pmatrix} x_1^1 & x_2^1 & \dots & x_m^1 \\ u^{-1}(1) & u^{-1}(2) & \dots & u^{-1}(m) \end{pmatrix} [6].$$

Второй шаг – это нахождение первого опорного решения. Согласно определения, множество размещений учитывает порядок следования

элементов, поэтому при нахождении максимума функции, начальной выбирается “максимальная” точка множества размещений $(x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n)$.

Далее производится расчет:

$$\begin{aligned} f_1^{\max}(x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n), \\ g'_1(x_1^1, x_2^1, \dots, x_{n-1}^1, x_n^1) = b'_1 \leq (\geq) b_1, \\ g'_i(x_1^i, x_2^i, \dots, x_{n-1}^i, x_n^i) = b'_i \leq (\geq) b_i. \end{aligned} \quad (3)$$

Составляем необходимые условия для приростов ограничений:

$$\begin{aligned} \Delta g'_1 \geq (\leq) b_{11}, b_{11} = b_1 - b'_1, \\ \Delta g'_i \geq (\leq) b_{ii}, b_{ii} = b_i - b'_i. \end{aligned} \quad (4)$$

Если данная начальная точка множества размещений удовлетворяет все ограничения, то найдено первое опорное решение.

Формулируем условия для дальнейшего улучшения опорного решения: $g'_{1_{нач}}, g'_{2_{нач}}, \dots, g'_{i_{нач}}, f_{1_{нач}}$ и переходим к шагу 3.

Значения приростов Δf , Δg_i вычисляются за формулами:

$$\begin{aligned} \Delta f = \Delta f_2 - \Delta f_1 = (x_i^{f_2} * c_j + x_j^{f_2} * c_i) - (x_j^{f_1} * c_j + x_i^{f_1} * c_i) \\ \Delta g = \Delta g_2 - \Delta g_1 = (x_i^{g_2} * c_j + x_j^{g_2} * c_i) - (x_j^{g_1} * c_j + x_i^{g_1} * c_i) \end{aligned} \quad (5)$$

(6)

Если же ограничения не выполняются, то необходимо выбрать следующую точку из упорядоченного множества размещений и перейти к проверке условий (4).

Третий шаг остит в улучшении опорного решения за счет выбора следующей точки из множества размещений по убыванию значений целевой функции, согласно главного условия проверки:

$$\Delta f^{\max} > 0 \quad (7)$$

Если данное условие не выполняется, то полученное опорное решение нельзя улучшить, а следовательно, опорное решение будет оптимальным. В противном случае выбирается точка из множества размещений по убыванию целевой функции и осуществляется проверка ограничений по формулам (4), шага 2.

Условия (4) являются достаточными для поиска оптимального решения, а выполнение неравенства (7) необходимо для поиска оптимального решения.

Выводы. В работе предложен новый метод нахождения максимального значения целевой функции на множестве размещений, с учетом дополнительных ограничений.

Следует отметить, что для нахождения первого опорного решения достаточно рассчитать приросты ограничений $\Delta g'_i$ (5). Улучшения опорного плана происходит согласно условия (7). Значение функции цели находится за счет нахождения приростов Δf (6), без необходимости вычисления всей предыдущей функции.

Данный метод позволяет значительно упростить процедуру поиска максимального решения, поскольку неравенства приростов ограничений позволяют сразу же определить будет ли точка множества размещений опорным решением или нет.

Итак, пользуясь данным методом, можно за конечное число шагов найти максимум функции на множестве размещений. Дальнейшие исследования будут направлены на адаптацию метода для других комбинаторных множеств.

Література

1. Sergienko I.V., Shilo V.P. Modern approaches to solving complex discrete optimization problems // *Journal of Automation and Information Sciences*. – 2016. – V. 48, Issue 1. – P. 15–24.
2. Stoyan Y.G., Yakovle S.V. Configuration space of geometric objects // *Cybernetics and Systems Analysis*. – 2018. – V. 54, Issue 5. – P. 716–726.
3. Pichugina O.S., Yakovle S.V. Convex extensions and continuous functional representations in optimization, with their applications // *J. Coupled Syst. Multiscale Dyn.* – 2016. – V. 4, Issue 2. – P. 129–152.
4. Koliechkina L. N., Dvirna O. A., Nagornaya A. N. Modified Coordinate Method to Solve Multicriteria Optimization Problems on Combinatorial Configurations // *Cybernetics and Systems Analysis*. – 2014. – V. 59, Issue 4. – P. 620–626.
5. Нагірна А.М. Задача локалізації функції на множині розміщень друк / А.М. Нагірна // *Теорія оптимальних рішень*. – 2014 – С. 155–161.
6. Донець Г.П., Нагірна А.М. Оптимізація квадратичної функції на множині розміщень // *Теорія оптимальних рішень*. – 2017 – № 1. – С. 15–21.
7. Korte B. *Combinatorial Optimization: Theory and Algorithms*. – Berlin : Springer, 2018. – 698 p.
8. Papadimitriou C. H., Steiglitz K. *Combinatorial Optimization: Algorithms and Complexity*. — Mineola: Dover Publications Inc., 2013. — 528 p.