

Міністерство освіти і науки України
Національний університет «Києво-Могилянська академія»
Факультет економічних наук
Кафедра фінансів

Магістерська робота

освітній ступінь - магістр

на тему: **«НАПІВПАСИВНЕ ФОРМУВАННЯ ПОРТФЕЛЯ:
ЗАСТОСУВАННЯ МОДЕЛІ БЛЕКА-ЛІТТЕРМАНА В
СУЧАСНИХ УМОВАХ»**

Виконала: студентка 2-го року навчання,
Спеціальність 072 «Фінанси, банківська
справа, страхування та фондовий ринок»

Костевич Яна Ігорівна

Керівник: Якуненко К.В.
кандидат економічних наук, старший
викладач

Рецензент: _____

Магістерська робота захищена з оцінкою

«_____»

Секретар ЕК _____ Донкоглова Н.А.

«_____» _____ 2026 р.

Київ – 2026 рік

ЗМІСТ

ВСТУП.....	3
Розділ 1. Теоретичні основи формування інвестиційного портфеля.....	8
1.1. Розвиток наукових концепцій формування інвестиційного портфеля...	8
1.2. Класичні підходи до оптимізації портфеля.....	13
1.3. Обмеження традиційних моделей у сучасних умовах ринку.....	26
Розділ 2. Методологічні засади моделі Блека-Літтермана.....	30
2.1. Передумови створення моделі: поєднання рівноважних та суб'єктивних очікувань.....	30
2.2. Основні параметри та рівняння моделі.....	37
2.3. Порівняльний аналіз підходів до калібрування параметрів τ та Ω	50
2.4. Модифікації та сучасні адаптації моделі Блека-Літтермана.....	53
Розділ 3. Практичне застосування моделі Блека-Літтермана у напівпасивному формуванні портфеля.....	59
3.1. Емпірична база дослідження: вибір активів та часовий інтервал дослідження.....	59
3.2. Формування базового портфеля: ринкова рівновага.....	62
3.3. Формування інвесторських поглядів.....	65
3.4. Застосування моделі Блека-Літтермана для корекції структури портфеля.....	70
3.5. Ризики суб'єктивізму та вплив поведінкових упереджень на результати моделювання.....	77
ВИСНОВКИ.....	82
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	85

ВСТУП

Актуальність теми. Тривалий час державні пенсійні системи більшості країн світу вважалися надійним інструментом фінансового забезпечення громадян у зрілому віці. Проте сучасні соціально-економічні тренди свідчать про те, що солідарні та державні моделі дедалі частіше зазнають кризових явищ і не здатні гарантувати достатній рівень доходів після завершення трудової діяльності. Ключовою причиною цього є демографічні зміни - передусім старіння населення та зростання частки пенсіонерів, що створює критичне навантаження на бюджетну систему. Водночас, макроекономічна нестабільність, інфляційні процеси, повільна динаміка реальних заробітних плат, а також трансформація ринку праці під впливом автоматизації та штучного інтелекту, суттєво обмежують спроможність держави підтримувати стабільні виплати.

Ситуація ускладнюється наявністю законодавчих обмежень у багатьох країнах, які звужують коло осіб, що мають право на повноцінне пенсійне забезпечення (залежність від офіційного стажу, приналежність до державного сектору тощо). Це залишає значну частину населення без належних соціальних гарантій. За таких умов питання індивідуальної фінансової незалежності набуває пріоритетного значення, а громадяни постають перед необхідністю самостійного формування довгострокових накопичень.

Ефективним інструментом збереження та примноження капіталу в довгостроковій перспективі є інвестування. Попри високу доступність сучасних біржових інструментів, ключовою проблемою для інвестора залишається вибір оптимальної стратегії формування портфеля та пошук балансу між ризиком і дохідністю. Класичні методи портфельної оптимізації, попри їхнє фундаментальне значення для фінансової теорії,

мають суттєві практичні обмеження: високу чутливість до вхідних параметрів, нестабільність результатів та схильність до надмірної концентрації активів.

У зв'язку з цим актуалізується пошук сучасних підходів, які поєднують теоретичну обґрунтованість із практичною придатністю. Одним із таких рішень є модель Блека-Літтермана, яка дозволяє інтегрувати параметри ринкової рівноваги та суб'єктивні очікування інвестора. Застосування цієї моделі в межах напівпасивного інвестування є перспективним напрямом, оскільки вона поєднує переваги пасивного підходу (орієнтація на ринковий бенчмарк) та активного управління (корекція портфеля відповідно до поглядів інвестора).

Дослідження напівпасивного формування інвестиційного портфеля із застосуванням моделі Блека-Літтермана відповідає як теоретичним запитам фінансової науки, так і практичним потребам інвесторів, які прагнуть забезпечити довгострокову фінансову стабільність.

Інформаційну базу дослідження становлять праці зарубіжних учених у сферах портфельної теорії, фінансової математики, ризик-менеджменту та інвестиційного аналізу. Теоретичне підґрунтя сформовано на основі фундаментальних концепцій сучасної портфельної теорії Г. Марковіца, В. Шарпа, Ф. Блека та Р. Літтермана.

Практична частина роботи базується на статистичних даних щодо динаміки цін фінансових активів, ринкових індексів та показників дохідності. У дослідженні використано аналітичні матеріали фінансових інституцій, результати емпіричних досліджень, відкриті бази даних та інформаційні ресурси, що містять історичні котирування й макроекономічні індикатори. Окрему увагу приділено нормативним та методичним джерелам, які регламентують функціонування фінансових ринків та оцінку ефективності портфельних стратегій.

Декларація про використання ШІ. Під час підготовки роботи як допоміжний інструмент для стилістичного редагування, перевірки граматики та пунктуації було використано мовну модель штучного інтелекту. Взаємодія з ШІ відбувалася шляхом опрацювання окремих фрагментів тексту за конкретними запитами авторки щодо їхнього корегування. Генеративні моделі не застосовувалися для формування наукових ідей, формулювання висновків чи підбору фактажу. Усі правки пройшли верифікацію та остаточне авторське редагування.

Метою магістерської роботи є дослідження процесів напівпасивного формування інвестиційного портфеля із застосуванням моделі Блека-Літтермана та оцінка ефективності її інструментарію в сучасних умовах фінансових ринків.

Для досягнення мети поставлено такі завдання:

- дослідити класичні підходи до портфельної оптимізації та визначити їхні ключові особливості;
- проаналізувати обмеження традиційних моделей оптимізації в сучасних ринкових умовах;
- розглянути передумови створення та концептуальні засади моделі Блека-Літтермана;
- охарактеризувати основні параметри, математичний апарат та механізм функціонування моделі;
- сформувати базовий портфель на основі ринкової рівноваги;
- інтегрувати суб'єктивні погляди інвестора у модель Блека-Літтермана;
- оцінити ризики суб'єктивізму та вплив поведінкових упереджень на інвестиційні рішення;
- розробити практичні рекомендації щодо застосування моделі Блека-Літтермана для довгострокового інвестування.

Об'єктом дослідження є процес формування інвестиційного портфеля для довгострокового інвестування.

Предметом дослідження є напівпасивний підхід до формування інвестиційного портфеля на основі моделі Блека-Літтермана.

Методи дослідження. У роботі використано комплекс загальнонаукових та спеціальних методів. Методи аналізу та синтезу застосовано для узагальнення теоретичних підходів до портфельного менеджменту. Метод порівняння використано для зіставлення класичних моделей оптимізації з моделлю Блека-Літтермана. Статистичні методи задіяно для аналізу часових рядів дохідності активів та оцінки ризиків. Метод сценарного аналізу дозволив визначити вплив інвесторських поглядів на структуру портфеля. Графічний метод використано для наочного відображення динаміки показників та порівняння ефективності стратегій.

Наукова новизна дослідження полягає в поглибленні теоретико-методичних засад застосування моделі Блека-Літтермана в межах напівпасивного інвестування та уточненні практичних аспектів її адаптації до сучасних ринкових умов. Обґрунтовано доцільність використання моделі як інструменту нівелювання нестабільності результатів, притаманної класичним підходам. Окрему увагу приділено аналізу ризиків суб'єктивності під час формування поглядів інвестора та оцінці впливу поведінкових чинників на результати портфельного моделювання.

Практична значущість роботи полягає в тому, що її результати та запропоновані підходи можуть бути використані приватними інвесторами для побудови гнучких довгострокових портфелів, які поєднують об'єктивні ринкові дані з індивідуальними очікуваннями, з метою забезпечення фінансового добробуту в пенсійному віці.

Структура роботи. Магістерська робота складається зі вступу, трьох розділів, висновків та списку використаних джерел.

У першому розділі проаналізовано класичні підходи до оптимізації та виявлено обмеження традиційних моделей у сучасних реаліях.

Другий розділ присвячено методологічним засадам моделі Блека-Літтермана: описано генезу моделі, її параметри, базові рівняння та сучасні модифікації.

У третьому розділі представлено практичні аспекти застосування моделі Блека-Літтермана в межах напівпасивного підходу: здійснено вибір активів, сформовано рівноважний портфель, інтегровано погляди інвестора та оцінено вплив поведінкових факторів на результати моделювання.

У висновках узагальнено ключові результати дослідження та сформульовано практичні рекомендації для довгострокових інвесторів.

РОЗДІЛ 1

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ФОРМУВАННЯ ІНВЕСТИЦІЙНОГО ПОРТФЕЛЯ

1.1. Розвиток наукових концепцій формування інвестиційного портфеля

Етимологія терміна «інвестиція» виходить від латинського «investire», що означає «вкладати», «наділяти» або «одягати». У фінансово-економічному контексті це поняття набуло масового поширення в період становлення капіталістичних відносин, появи перших акціонерних товариств та заснування фондових бірж (XVII–XVIII ст.).

Класична політекономічна парадигма трактує інвестиції як довгострокове вкладення капіталу в матеріальні чи фінансові активи з метою генерування доходу або забезпечення зростання його вартості в майбутньому. Сучасна фінансова наука розглядає інвестиції значно ширше - як базовий елемент стратегічного планування, мінімізації ризиків та досягнення довгострокових цілей. У сучасному розумінні інвестування є процесом раціонального розміщення обмежених ресурсів у диверсифіковані класи активів з урахуванням параметрів очікуваної дохідності, рівня ризику, ліквідності та часового горизонту для забезпечення фундаментальної фінансової стабільності інвестора.

Вітчизняне нормативно-правове поле фіксує суміжне визначення. Відповідно до Закону України «Про інвестиційну діяльність»:

Інвестиціями є всі види майнових та інтелектуальних цінностей, що вкладаються в об'єкти підприємницької та інших видів діяльності, в результаті якої створюється прибуток (дохід) та/або досягається соціальний та екологічний ефект [1].

Еволюція дефініції «інвестиційний портфель» безпосередньо пов'язана з генезою сучасної портфельної теорії, закладеної у фундаментальній праці Гаррі Марковіца «Portfolio Selection» (1959) [24]. Автор визначив портфель як цілеспрямовану комбінацію фінансових активів, сформовану на основі математичного зіставлення дохідності та ризику, де визначальну роль відіграє ефект диверсифікації та коваріаційні зв'язки між флуктуаціями цін окремих інструментів.

В свою чергу, Вільям Шарп, видатний економіст, лауреат Нобелівської премії, розвинув теорію Марковіца, вводячи модель САРМ (Capital Asset Pricing Model), згідно якої інвестор отримує премію за прийняття систематичного ризику, тому визначення інвестиційного портфеля відповідно до підходу Шарпа виглядає дещо інакше, а саме, інвестиційний портфель розглядається як частина ринкового портфеля, а його очікувана дохідність залежить виключно від рівня систематичного ризику, що характеризується коефіцієнтом β , тоді як несистематичний ризик вважається повністю усунутим завдяки диверсифікації [38]. Сучасні підходи до формування інвестиційного портфеля істотно розширюють класичні концепції і розглядають його як цілеспрямовано сформовану та керовану сукупність фінансових активів, структура якої визначається з урахуванням очікуваної дохідності, рівня ризику, ліквідності, часових горизонтів та індивідуальних фінансових цілей інвестора з метою забезпечення довгострокової фінансової стабільності та зростання капіталу. Тобто, сучасний інвестиційний портфель має не лише відповідати чітким критеріям співвідношення «дохідність - ризик», а ще й враховувати особисті фінансові цілі інвестора, забезпечення ліквідності та фінансової стабільності в довготривалій перспективі.

Подальший розвиток портфельного інвестування пов'язаний з роботами Вільяма Шарпа та його моделлю ціноутворення капітальних активів (САРМ), тому побудову портфеля він розглядав як процес

максимізації очікуваної корисності для інвестора з урахуванням систематичного ризику. Тому фінансовий світ тепер має такий інструмент, як коефіцієнт Шарпа, який оцінює ефективність портфеля, враховуючи премію за ризик відносно безризикової ставки, що дозволяє порівнювати різні портфелі з урахуванням їхньої ризиковості. В той час, як Гаррі Марковіц був зосереджений на загальній мінливості дохідності портфеля, Вільям Шарп говорив про доцільність зосередження саме на ринковому ризику, який неможливо усунути завдяки диверсифікації портфеля. Таким чином, метою побудови портфеля за теорією Вільяма Шарпа є оптимальне співвідношення між очікуваною дохідністю та систематичним ризиком у межах ринкового портфеля.

Розвиток класичної теорії портфельних інвестицій, представлений у працях Гаррі Марковіца та Вільяма Шарпа, заклав основу для наукових підходів в оптимізації інвестиційних портфелів, які засновані на взаємозв'язку між очікуваною дохідністю та рівнем ризику. У рамках цих моделей інвестиційний портфель розглядався в першу чергу, як інструмент досягнення оптимальної комбінації фінансових активів протягом одного інвестиційного періоду, що відповідає умовам відносної стабільності ринку та орієнтації на середньострокові результати. Разом з тим, подальший стрімкий розвиток фінансових ринків, зростаюча волатильність економічного середовища та складність фінансових потреб інвесторів змусили переглянути підхід до формулювання цілей у портфельному інвестуванні. Зокрема, виникла необхідність враховувати довгостроковий характер інвестиційних рішень, узгодженість між споживанням та заощадженнями, а також індивідуальні особливості життєвого циклу інвестора. В даному контексті, інвестиційний портфель все частіше почав розглядатися не лише як засіб отримання доходу, а й як інструмент стратегічного фінансового планування, покликаною забезпечити фінансову стабільність та належний рівень добробуту протягом всього життя. Ці зміни

в концептуальних підходах знайшли своє відображення в роботах Роберта Кархарта Мертона - американського економіста, професора Школи управління Слоуна, лауреата Нобелівської премії з економіки 1997 року. Він є ключовою фігурою в теорії управління портфелем та відомий своєю новаторською роботою щодо ціноутворення опціонів (формула Блека-Шоулза-Мертона) для ефективного управління ризиками та дослідження динамічних моделей управління портфелем для розробки індивідуальних інвестиційних стратегій. Він зосередився на розширенні класичних моделей і включив реальні фактори, такі як безперервна торгівля та складні фінансові інструменти, допомагаючи інвесторам приймати обґрунтовані рішення та оптимізувати розподіл активів так, щоб це узгоджувалося з їхніми довгостроковими фінансовими та життєвими цілями [26, 27].

Підхід Роберта Мертона до формування інвестиційного портфеля як частини моделі життєвого циклу інвестора, став значним кроком у розвитку портфельних інвестицій, оскільки він систематично пов'язав портфельні рішення з довгостроковими фінансовими цілями та міжчасовим вибором споживання та заощаджень. Водночас, подальша еволюція фінансових ринків, зростаюча складність фінансових продуктів, волатильність та загальна невизначеність економічного середовища призвели до розвитку цих ідей в напрямку більш практичних підходів та персоналізації, орієнтованої на потреби кожного окремого інвестора. У сучасних умовах інвестиційні рішення все частіше приймаються в контексті комплексного фінансового планування, в якому портфель розглядається як інструмент для досягнення чітко визначених фінансових та життєвих цілей. Це призвело до розвитку концепцій, відомих під узагальненою назвою *goal-based investing*, в яких ключовим критерієм ефективності портфельної стратегії є не стільки максимізація очікуваної дохідності, скільки досягнення поставлених перед даним інвестиційним планом конкретних життєвих цілей (купівля житла, авто, освіта, пенсія і т.ін.). Цей підхід відрізняється від традиційного тим,

що успіх вимірюється не тим, наскільки портфель інвестора обігнав ринок, а чи досяг він поставлених цілей, враховуючи часовий горизонт, необхідну суму та ризик-толерантність інвестора.

Підсумовуючи класичні та сучасні підходи до визначення мети формування інвестиційного портфеля, слід зазначити, що еволюція фінансової науки відображає поступовий перехід від статичної оптимізації дохідності та ризику до комплексного стратегічного планування, орієнтованого на довгострокові фінансові та життєві цілі інвестора. У класичній теорії Гаррі Марковіца інвестиційний портфель розглядався як оптимальне поєднання фінансових активів для досягнення найкращого співвідношення «дохідність - ризик», тоді як Вільям Шарп доповнив цю концепцію врахуванням систематичного ринкового ризику та максимізацією корисності для інвестора. Подальший розвиток та еволюція підходів до формування інвестиційного портфеля дозволили інтегрувати міжчасові аспекти інвестування з урахуванням довгострокових фінансових цілей, майбутніх доходів та змін у потребах інвесторів, а також міжчасового вибору споживання та заощаджень, забезпечуючи оптимальний баланс між поточними витратами та заощадженнями на майбутні потреби, що було представлено в працях Роберта Мертона. Такий підхід дозволив стати інвестиційному портфелю динамічним інструментом стратегічного фінансового планування, орієнтованого на підтримку добробуту та фінансової стабільності протягом усього життєвого циклу. Нині концепції міжчасового вибору та життєвого циклу знайшли своє відображення в концепціях цільового інвестування, де ключовою метою портфеля є не лише оптимізація дохідності, а й забезпечення високої ймовірності досягнення конкретних фінансових та життєвих цілей, таких як накопичення пенсійного капіталу, збереження фінансової незалежності та фінансової стабільності в довгостроковому вимірі. На основі визначених цілей формується структура портфеля, обирається відповідна стратегія

управління активами та встановлюється прийнятний рівень ризику. Це забезпечує необхідну основу для подальшого розгляду типів інвестиційних портфелів.

1.2. Класичні підходи до оптимізації портфеля

Розвиток теорії оптимізації портфеля активів тісно пов'язаний з поясненням класичних можливостей його оптимізації, що заклало основу для сучасної фінансової науки та практики управління активами. Класичні моделі оптимізації портфеля з'явилися в середині XX століття, основоположником яких вважається Гаррі Марковіц з його сучасною портфельною теорією (МРТ). Вони базувалися на припущеннях про раціональну поведінку інвесторів, ефективність фінансового ринку та здатність кількісно вимірювати ризик і дохідність. Основним завданням цих підходів було визначити оптимальну структуру портфеля, яка забезпечить максимальну дохідність при заданому рівні ризику або мінімальний ризик при заданому рівні дохідності.

Класичні підходи оптимізації інвестиційного портфеля базуються на концепції компромісу ризик-дохідність, яка передбачає існування набору ефективних портфелів, з яких інвестор робить вибір відповідно до своїх вподобань щодо рівня ризику. Формалізація цього підходу стала можливою завдяки використанню статистичних показників ризику (волатильності) інвестиційного портфеля, що показують відхилення реальної дохідності від очікуваної, а саме:

- дисперсія - середнє значення квадрата різниці між реальною та середньою (очікуваною) дохідністю;
- стандартне відхилення дохідності - квадратний корінь із дисперсії, який має ту ж розмірність, що й дохідність, що спрощує інтерпретацію ризику.

Чим вищі ці показники, тим більша ймовірність значних коливань доходу, що означає вищий ризик. Класична парадигма оптимізації портфеля розглядається як задача математичного програмування, в якій ключовими змінними є частки окремих активів у портфелі.

Важливим етапом у розвитку класичних підходів стала поява теорії Гаррі Марковіца, яка вперше систематизувала проблему диверсифікації та обґрунтувала роль кореляції між активами у зниженні загального ризику портфеля. Подальший розвиток класичної портфельної теорії пов'язаний зі створенням моделі рівноваги на фінансових ринках, зокрема моделі ціноутворення капітальних активів (САРМ), яка встановлює зв'язок між очікуваною дохідністю активів та їх систематичним ризиком. Багатофакторні моделі були розширенням цих підходів, що дозволило враховувати вплив різноманітних макроекономічних та ринкових факторів на рівень дохідності фінансових інструментів.

Додатковий напрям класичній теорії оптимізації портфеля надали міжчасові моделі інвестування, які включають динаміку споживання та заощаджень у часі та дозволяють визначити оптимальні стратегії створення портфеля в умовах невизначеності протягом життєвого циклу інвестора. Ці моделі стали основою для розвитку концепції довгострокового фінансового планування та управління пенсійними заощадженнями.

Загалом, класичні підходи до оптимізації інвестиційного портфеля стали теоретичною базою для сучасної портфельної теорії, визначивши основні принципи диверсифікації, кількісної оцінки ризику та побудови оптимальних інвестиційних стратегій. Разом з тим, вони стали відправною точкою для розвитку складніших моделей, що поєднують активне та пасивне управління активами і включають суб'єктивні очікування інвесторів, що визначає актуальність їх подальшого детального розгляду в межах даної роботи.

Оптимізація інвестиційного портфеля є однією з центральних задач фінансової теорії та практики управління інвестиційними активами. Вона передбачає визначення структури портфеля, яка максимізує очікувану норму дохідності за заданого рівня ризику або мінімізує ризик за заданого рівня дохідності. У класичній теорії фінансів оптимізація інвестиційного портфеля вважається формалізованою задачею математичного програмування, що базується на кількісних вимірюваннях параметрів ризику та дохідності окремих активів та портфеля в цілому.

Теоретичною основою оптимізації портфеля є концепція компромісу «ризик-дохідність», згідно з якою інвестор повинен приймати рішення з урахуванням взаємозв'язку між очікуваною дохідністю та рівнем невизначеності результатів. У класичній парадигмі вважається, що раціональний інвестор віддає перевагу портфелям з вищим рівнем дохідності за того ж рівня ризику або з нижчим рівнем ризику за однакового рівня дохідності. Виходячи з наведеного, вибір оптимального портфеля визначається уподобаннями окремого інвестора щодо ризику, які можна представити через функцію корисності - математичної моделі, що відображає суб'єктивне задоволення (корисність) інвестора від отриманого доходу, зваженого з урахуванням ризику.

Класичні підходи до оптимізації портфеля базуються на низці припущень з неокласичної теорії фінансів, а саме:

- передбачається, що інвестори є раціональними та мають повну інформацію про характеристики фінансових активів;
- фінансові ринки вважаються ефективними, тобто ціни на активи повністю відображають доступну інформацію;
- передбачається, що дохідність активів розподілена нормально, що дозволяє використовувати математичне сподівання та дисперсію як основні параметри для оцінки портфеля.

Ці припущення дозволили побудувати формальні моделі оптимізації та стали основою для розвитку сучасної портфельної теорії.

У класичній теорії оптимізація портфеля формалізується через задачу визначення оптимальних ваг для кожного активу в портфелі. Дохідність портфеля вважається середньозваженою дохідністю окремих активів, тоді як ризик портфеля залежить не лише від ризику окремих активів, але й від кореляції між їх дохідностями. Це припущення встановило ключову роль диверсифікації як механізму зниження несистематичного ризику та підвищення ефективності інвестиційних стратегій.

Математичні методи відіграють вирішальну роль у теорії оптимізації портфеля. Зокрема, широко використовується математична статистика, теорія ймовірностей, лінійне та нелінійне програмування. Задача оптимізації формулювалася як мінімізація функції ризику при заданих обмеженнях дохідності, або навпаки, що дозволяє визначити набір ефективних портфелів. В результаті, інвестор обирає конкретний портфель з цього набору залежно від своєї толерантності до ризику та інвестиційних цілей.

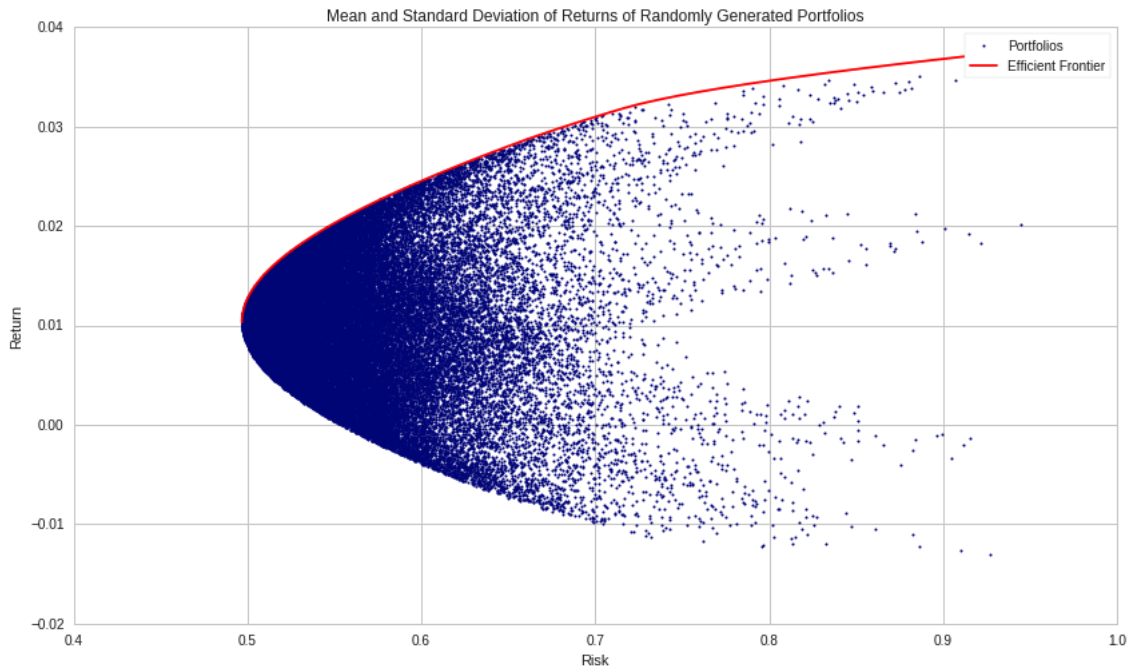
Теоретичні основи оптимізації інвестиційного портфеля таким чином забезпечили концептуальну та математичну основу для сучасної портфельної теорії, встановили принципи раціонального інвестування та заклали основу для розробки більш складних моделей оптимізації.

Подальший розвиток цих підходів призвів до формування середньодисперсійної теорії портфеля, моделей рівноваги на фінансових ринках та міжчасових інвестиційних моделей, які будуть детально розглянуті далі.

Виникнення сучасної теорії оптимізації портфеля пов'язане з роботами Гаррі Марковіца, який опублікував статтю «Portfolio Selection» (1952), а пізніше розвинув свої ідеї в монографії «Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments» (1959). Марковіц запропонував першу формалізовану математичну модель вибору портфеля, яка заклала

основи сучасної портфельної теорії та отримала назву середньо-дисперсійного підходу (mean-variance framework).

Малюнок 1.1. Abasi, Margenot and Granizo-Mackenzie, 2020 [33]



Основна ідея моделі Марковіца полягає в розгляді інвестиційного портфеля як комбінації фінансових активів, характеристики яких визначаються очікуваною дохідністю та ризиком. Очікувана дохідність портфеля визначається як середньозважена дохідність окремих активів у портфелі, де ваги відповідають часткам інвестицій у кожен актив. Ризик портфеля, у свою чергу, вимірюється дисперсією або стандартним відхиленням дохідності портфеля, що враховує не лише ризиковість окремих активів, але й їх кореляцію.

Значним внеском Марковіца було доведення того, диверсифікація активів може знизити загальний ризик портфеля без зниження рівня очікуваної дохідності. Зокрема, він показав, що ризик портфеля може бути нижчим за середній ризик його компонентів, якщо дохідність активів не ідеально корелює. Це припущення стало теоретичним обґрунтуванням

принципу диверсифікації - одного з фундаментальних принципів сучасного інвестування.

У моделі Марковіца задача оптимізації формулюється як мінімізація дисперсії портфеля для заданого рівня очікуваної дохідності або, навпаки, максимізація очікуваної дохідності для заданого рівня ризику. Розв'язання цієї задачі дозволяє визначити набір ефективних портфелів, які забезпечують найкраще співвідношення дохідності та ризику. Геометрично ця множина представлена ефективною межею (efficient frontier) - кривою, що відображає максимально досяжну норму дохідності для кожного рівня ризику.

Ефективна межа є ключовим елементом середньо-дисперсійної теорії та формує основу для вибору інвесторами оптимального портфеля. Вибір конкретного портфеля на ефективній межі залежить від індивідуальної схильності до ризику кожного з інвесторів, який можна формалізувати за допомогою функції корисності. Таким чином, модель Марковіца поєднує об'єктивні характеристики фінансових активів із суб'єктивними уподобаннями інвесторів.

Окремим прикладом моделі Марковіца є портфель з мінімальною дисперсією, який характеризується найнижчим можливим ризиком серед усіх можливих комбінацій активів. Такий портфель відіграє важливу роль у практиці управління активами та часто використовується як базовий орієнтир для консервативних інвесторів.

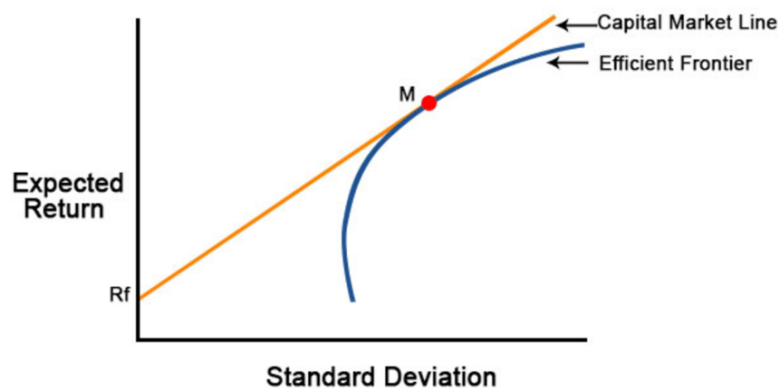
Підхід Марковіца на основі середньої дисперсії став базою для подальшого розвитку фінансової теорії, зокрема, для створення моделей рівноваги на фінансових ринках, таких як модель ціноутворення капітальних активів (CAPM), а також для розробки багатофакторних моделей та сучасних методів оптимізації портфеля. Його роботи мали значний вплив на практику управління інституційними портфелями, пенсійними фондами та інвестиційними фондами, а сам Гаррі Марковіц

отримав Нобелівську премію з економіки в 1990-му році за внесок у теорію фінансової економіки.

Подальший розвиток портфельної теорії Марковіца призвів до розвитку теорії ринку капіталу, яка поєднала проблему оптимізації портфеля з проблемою ціноутворення фінансових активів на ринку. Ця теорія призвела до розробки моделі ціноутворення капітальних активів (САРМ), суть якої полягає в комплексі аналітичних методів, що прогнозують ціни на цінні папери, ризики та дохідність. Вона описує механізми взаємодії інвесторів, купівлю-продаж довгострокових фінансових інструментів, акцій та деривативів, базуючись на ефективності ринку. Дана модель стала однією з ключових моделей сучасної фінансової економіки. Основні положення САРМ були запропоновані Вільямом Шарпом, Джоном Лінтнером та Яном Мосіним у 1960-х роках.

Теорія ринку капіталу базується на припущенні про існування безризикових активів та можливість запозичення та кредитування за безризиковими процентними ставками. Це дозволяє розширити модель Марковіца та створити лінію ринку капіталу (CML - Capital Market Line), яка відображає зв'язок між очікуваною дохідністю та ризиком ефективних портфелів, що поєднують портфель ризикових та безризикових активів.

Малюнок 1.2. Efficient frontier and Capital Market Line [37]



У цій моделі ринковий портфель вважається диверсифікованим портфелем усіх ризикових активів, доступних на ринку, зважених за їх ринковою капіталізацією. Ключовим елементом моделі САРМ є зв'язок між очікуваною дохідністю окремого активу та його систематичним ризиком, що вимірюється коефіцієнтом β (бета). Систематичний ризик відображає чутливість дохідності активу до коливань ринкового портфеля та не може бути усунений шляхом диверсифікації. Несистематичний ризик, пов'язаний з окремими характеристиками компаній або секторів, вважається диверсифікованим в межах ринкового портфеля і тому не винагороджується додатковою очікуваною дохідністю. Модель САРМ формалізує лінійну залежність між очікуваною дохідністю активу та його систематичним ризиком за допомогою рівняння:

$$E(R_i) = R_f + \beta_i [E(R_m) - R_f], \text{ де}$$

$E(R_i)$ - очікувана дохідність активу i ;

R_f - безризикова процентна ставка;

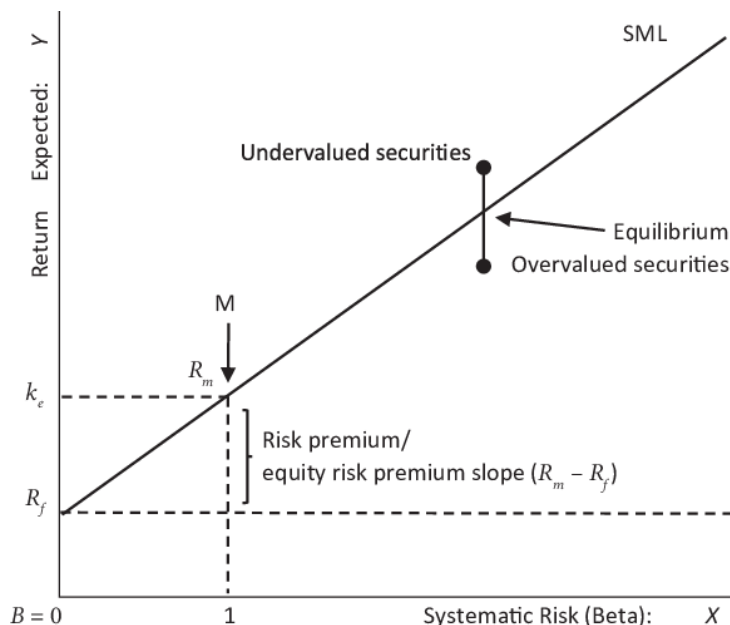
β_i - коефіцієнт систематичного ризику активу i ;

$E(R_m)$ - очікувана дохідність ринкового портфеля;

$[E(R_m) - R_f]$ - інтерпретується як премія за ринковий ризик.

Графічно зв'язок між очікуваною дохідністю та систематичним ризиком активу представлено лінією ринку цінних паперів (SML - Security Market Line). Активи вище згаданої лінії вважаються недооціненими, а активи нижче - переоціненими. Таким чином, САРМ використовується не лише для оцінки очікуваної дохідності активів, але й для аналізу їх ринкової справедливості та прийняття обґрунтованих інвестиційних рішень.

Малюнок 1.3. Графічне зображення Security Market Line [37]



Модель CAPM важлива для теорії оптимізації портфеля, оскільки вона забезпечує зв'язок між оптимізацією портфеля та рівноважним ціноутворенням на фінансових ринках. Вона широко використовується в управлінні активами, корпоративних фінансах та оцінці інвестиційних проєктів, особливо, для визначення вартості капіталу та дисконтування грошових потоків. Окрім того, модель CAPM стає основою для розробки багатфакторних моделей ціноутворення активів та сучасних підходів до факторного інвестування.

Розробка моделі CAPM показала, що систематичний ризик, який вимірюється β -коефіцієнтом, не завжди повністю пояснює відмінності в дохідності окремих активів. Це призвело до розробки багатфакторних моделей, які враховують вплив додаткових економічних та ринкових факторів на дохідність фінансових інструментів. Багатфакторні моделі дозволяють точніше оцінити ризик і дохідність активів, а також надають більш гнучкий інструмент для оптимізації портфеля. Однією з перших багатфакторних моделей була теорія арбітражного ціноутворення (APT -

Arbitrage Pricing Theory), запропонована Стівеном Россом у 1976 році [36]. АРТ стверджує, що очікувана дохідність фінансового інструменту залежить від низки макроекономічних факторів, які впливають на фінансовий ринок, і що арбітражні можливості швидко зникають.

Ще одним важливим напрямком розвитку стали емпіричні факторні моделі на рівні ринкових даних. Модель Фама-Френча представляє собою удосконалену версію моделі ціноутворення капітальних активів (CAPM), розроблену американськими економістами Юджином Фамою та Кеннетом Френчем на початку 1990-х років. Вони запропонували трифакторну модель, яка включала в себе ринковий ризик, премію за малу капіталізацію (size) та премію за ризик, пов'язаний з ціною компанії (value). Пізніше модель була розширена до п'яти факторів, додавши дохідність та інвестиційну активність.

Чотирифакторна модель Кархарта була розроблена у 1997 році і представляє собою фінансову модель ціноутворення активів як розширення трифакторної моделі Фама-Френча. Дана модель додала фактор імпульсу (momentum) для врахування впливу короткострокових тенденцій на дохідність активів.

Багатофакторні моделі дозволяють інвесторам та аналітикам:

- точніше визначати джерела ризику та дохідності активів;
- підвищувати ефективність диверсифікації;
- створювати портфелі, що враховують додаткові фактори, які впливають на очікувану дохідність;
- оцінювати недооцінені та переоцінені активи на ринку.

Таким чином, багатофакторні моделі є логічним продовженням середньо-дисперсійної теорії та CAPM. Вони розширюють класичні підходи до оптимізації портфеля, дозволяючи включати більшу кількість змінних ризику, що призвело до їх активного використання в практиці управління інституційними портфелями та факторного інвестування.

Класичні моделі оптимізації портфеля, такі як середньо-дисперсійна модель Марковіца та CAPM, розглядають вибір портфеля як одноразове завдання на певний період. Однак, для інвесторів з довгостроковими фінансовими цілями стає дуже важливим враховувати динаміку доходів, витрат та змін уподобань в часовому діапазоні. Цю задачу вирішують міжчасові моделі оптимізації портфеля, запропоновані Робертом Мертоном наприкінці 1960-х років.

Міжчасові моделі базуються на концепції динамічного вибору споживання та інвестицій. Вони розглядають інвестора, який протягом свого життєвого циклу приймає рішення щодо розподілу ресурсів між поточним споживанням та інвестуванням в майбутнє, враховуючи очікуваний дохід та зміни ризику портфеля з часом. У таких моделях оптимальний портфель визначається не лише на основі поточного рівня ризику та дохідності, але й на основі очікуваних змін на ринку та власних фінансових потреб інвестора.

Математично міжчасові моделі часто формулюються як задача динамічного програмування в безперервному часі, де цільовою функцією є максимізація очікуваної корисності споживання та залишку капіталу на кінець періоду. Це дозволяє інтегрувати різні інвестиційні горизонти, ризики дохідності та коливання дохідності активів з часом.

Внесок Мертона полягає в тому, що його модель забезпечує теоретичну основу для довгострокових інвестиційних стратегій, пенсійних заощаджень та міжчасового управління ризиками. Вона стала основою для сучасних моделей інвестування життєвого циклу (lifecycle investing) та для розробки напівпасивних портфельних стратегій, в яких динамічні коригування активів здійснюються на основі прогнозів доходів та змін ринкових умов.

Таким чином, міжчасові моделі оптимізації портфеля дозволяють інтегрувати класичні принципи середньо-дисперсійної теорії в

довгострокове фінансове планування, що робить їх важливим кроком в еволюції портфельної теорії та логічним містком до сучасних підходів goal-based та напівпасивного інвестування.

Розподіл активів є ключовим кроком у формуванні інвестиційного портфеля та визначає стратегічну структуру інвестицій серед ключових класів активів, таких як акції, облігації, готівка, альтернативні інвестиції та ін. Класичні підходи до розподілу активів базуються на портфельній теорії Марковіца та моделях рівноваги фінансового ринку і спрямовані на досягнення оптимального співвідношення ризику та дохідності.

Одним із основних підходів є стратегічний розподіл активів (SAA - Strategic Asset Allocation), який передбачає встановлення довгострокових цільових ваг активів на основі інвестиційних цілей, толерантності до ризику та інвестиційного горизонту. Стратегічний розподіл активів передбачає, що структура портфеля є відносно стабільною з часом, періодичне ребалансування дозволяє підтримувати певні пропорції активів.

Підхід стратегічного розподілу активів в рамках моделі Блека-Літтермана виступає як базовий (market equilibrium) портфель, від якого інвестор відхиляється через суб'єктивні погляди щодо очікуваної дохідності окремих активів або ж класів активів, що дозволяє додати експертні оцінки в процес оптимізації портфеля.

Ще одним класичним підходом є тактичний розподіл активів (ТАА - Tactical Asset Allocation), який передбачає короткострокові та середньострокові відхилення від стратегічної структури портфеля для використання ринкових можливостей. Тактичний підхід базується на аналізі макроекономічних циклів та фінансових ринків, а також на оцінці окремих класів активів як недооцінених та переоцінених.

Динамічний розподіл активів, який спирається на зміну складу портфеля залежно від ринкових умов та рівня ризику, відіграє ключову роль

у класичних моделях. Ці підходи включають, зокрема, стратегії постійного пропорційного портфельного страхування (CPPI - Constant Proportion Portfolio Insurance) та стратегії постійного міксування (Constant Mix Strategy), які систематично коригують вагу активів для контролю ризику портфеля та забезпечення певного рівня захисту капіталу.

Класичні підходи до розподілу активів також включають правило життєвого циклу (Lifecycle allocation), згідно з яким частка ризикованих активів зменшується з віком інвестора та наближенням до моменту споживання капіталу. Цей підхід, заснований на міжчасових закономірностях споживання та заощаджень, широко використовується в пенсійних фондах та індивідуальному фінансовому плануванні.

Таким чином, класичні підходи до розподілу активів складають основу стратегічного управління портфелем та забезпечують структурований механізм прийняття інвестиційних рішень. Водночас, їхні припущення щодо стабільності ринкових параметрів та раціональності інвесторів призвели до подальшого розвитку більш гнучких та адаптивних моделей, які будуть розглянуті далі в дослідженні.

Класичні підходи до оптимізації портфеля заклали основу сучасної фінансової теорії та встановили фундаментальні принципи раціонального інвестування. Починаючи з середньо-дисперсійної моделі Гаррі Марковіца, були сформульовані концепції ефективної диверсифікації та компромісу між ризиком та дохідністю. Подальший розвиток цих ідей в рамках моделі CAPM встановив зв'язок між очікуваною дохідністю активів та систематичним ризиком, тоді як багатofакторні моделі розширили аналіз, включивши додаткові джерела ризику, що впливають на дохідність фінансових інструментів. Міжчасові моделі Мертона інтегрували динамічний вибір споживання та інвестування, забезпечуючи теоретичну основу для довгострокових стратегій управління портфелем.

Класичні підходи до розподілу активів, зокрема, стратегічний, тактичний та динамічний, надали практичні інструменти для побудови інвестиційних портфелів відповідно до інвестиційних цілей, часових горизонтів та толерантності до ризику. Разом ці моделі створили структуровану методологічну основу для прийняття інвестиційних рішень та стали основою для розробки сучасних методів оптимізації портфеля, зокрема моделей рівноважних очікувань та поведінкових підходів.

Водночас, класичні моделі оптимізації портфеля опираються на низку спрощувальних припущень, таких як раціональність інвестора, стабільність статистичних параметрів ринку, нормальний розподіл дохідності та відсутність транзакційних обмежень. Натомість, сучасні фінансові ринки характеризуються високою волатильністю, структурними зрушеннями, поведінковими упередженнями та інформаційною асиметрією, що робить сумнівною універсальність традиційних підходів. В даному контексті важливо проаналізувати обмеження класичних моделей оптимізації портфеля та необхідність їх адаптації до сучасних умов фінансових ринків, про що піде мова в наступному блоці даного дослідження.

1.3. Обмеження традиційних моделей у сучасних умовах ринку

Класичні моделі оптимізації інвестиційного портфеля зробили фундаментальний внесок у розвиток фінансової теорії. Однак, їх застосування на сучасних фінансових ринках пов'язане з низкою теоретичних та практичних обмежень. Більшість традиційних підходів базуються на спрощених припущеннях щодо поведінки інвесторів, структури ринку та статистичних властивостей фінансових активів, які часто не зустрічаються в реальній економіці. Це спонукає до критичного переосмислення класичних моделей та розробки адаптивних підходів до створення інвестиційних портфелів.

Класична портфельна теорія, яка була розроблена Гаррі Марковіцем, а також модель CAPM з її розширеннями, базуються на низці припущень, спрощуючи таким чином аналітичну основу, але обмежуючи при цьому практичне застосування моделі. Ці припущення включають раціональність інвесторів, можливість необмеженого шортингу, ліквідність ринку та доступність інформації для кожного учасника ринку.

Крім того, класична модель припускає, що дохідність інвестиційних активів має нормальний розподіл, а параметри ринку, як от очікувана дохідність, дисперсія та кореляція, є стаціонарними у часі. Однак, емпіричні дослідження фінансових ринків показують наявність розподільчої асиметрії, структурних зрушень та змін режимів, які суттєво впливають на ефективність традиційних моделей оптимізації портфеля.

Одним із найсерйозніших обмежень класичної портфельної теорії Марковіца є висока чутливість рішень щодо оптимального портфеля до помилок в оцінці параметрів очікуваної дохідності та коваріаційної матриці активів. Навіть найменші помилки в оцінці параметрів можуть призвести до відчутних змін ваг портфеля, що робить оптимальні рішення нестабільними та непридатними до застосування.

Дослідження Мішо (1989) показали, що оптимізація Марковіца схильна до явища «максимізація помилок», коли модель перебільшує вплив неточних оцінок очікуваної дохідності, що призводить до екстремальних ваг активів у інвестиційному портфелі. У практиці управління активами це проявляється в надмірній концентрації портфеля та високих транзакційних витратах під час ребалансування [31].

Проблема оцінки параметрів особливо гостро стоїть в умовах обмежених історичних даних, структурних змін ринку та високої волатильності, що підриває стабільність результатів класичної оптимізації.

Класичні моделі портфельної оптимізації припускають стабільність коваріаційної матриці активів, що дозволяє використовувати історичні дані

для прогнозування майбутніх ризиків. Однак, сучасні фінансові ринки характеризуються динамічними змінами кореляцій між активами, особливо, в періоди криз, коли спостерігається явище так званого кореляційного порушення (correlation breakdown).

Фінансова криза 2008-го року, COVID-19 та різноманітні геополітичні потрясіння показали, що кореляції між активами можуть в один момент змінюватись, погіршуючи результати диверсифікації. Волатильність активів також демонструє властивості кластеризації та асиметрії, які не враховуються класичними моделями середньої дисперсії.

Як результат, припущення про стаціонарність параметрів ризику є суттєвим обмеженням традиційних підходів до оптимізації інвестиційного портфеля.

Класичні фінансові моделі засновані на гіпотезі раціональних очікувань та максимізації корисності інвесторами. Однак, розвиток поведінкових фінансів дав зрозуміти, що в реальному житті інвестори регулярно відходять від раціональної поведінки через когнітивні упередження, а саме: надмірна впевненість, ефект якоря, стадний інстинкт, небажання втрат та ін.

Поведінкові фактори впливають на рішення щодо інвестиційного портфеля, ціни на ринку активів та динаміку ризику, які не враховуються класичними моделями оптимізації. Це вимагає включення суб'єктивних очікувань інвесторів та експертних суджень у процес формування портфеля.

Незважаючи на свою теоретичну елегантність, САРМ зазнала серйозної критики зі сторони емпіричних досліджень. Наприклад, було виявлено численні ринкові аномалії, а саме: ефект розміру компанії, ціновий ефект, ефект імпульсу, які було неможливо нею пояснити.

Багатофакторні моделі, такі як моделі Фама-Френча та Кархарта, розширили аналіз, але також зустрічаються з проблемами факторної нестабільності та, змінних у часі, премій за ризик.

Практична реалізація оптимальних портфельних стратегій підлягає низці обмежень, пов'язаних з транзакційними витратами, податковими нюансами, регуляторними вимогами та обмеженнями левериджу. Часте ребалансування портфеля, яке є результатом класичних моделей оптимізації, може призвести до значних операційних витрат, знижуючи його реальну ефективність. Також, інституційні інвестори стикаються з регуляторними обмеженнями щодо структури активів, ліквідності та ризикових позицій, що, як результат, обмежує можливість реалізації теоретично оптимальних рішень.

Зазначені вище обмеження класичних моделей оптимізації інвестиційного портфеля призвели до розробки альтернативних підходів, спрямованих на підвищення стабільності та практичної можливості застосування портфельних рішень. Однією з найвпливовіших сучасних моделей є модель Блека-Літтермана, яка поєднує рівноважні ринкові очікування з експертними судженнями інвесторів, що зменшує проблему оцінки параметрів та підвищує стабільність оптимальних портфельних рішень. Поєднання напівпасивних стратегій управління інвестиційними активами та goal-based підходів формує сучасну парадигму інвестиційного портфельного менеджменту.

Традиційні моделі портфельної оптимізації, незважаючи на їхній фундаментальний теоретичний внесок, мають значні обмеження в контексті сучасних фінансових ринків. Спрощувальні припущення щодо поведінки інвесторів, стабільності ринкових параметрів та відсутності практичних обмежень знижують ефективність класичних методів у реальних умовах. Це мотивує використовувати сучасні адаптивні моделі портфельної оптимізації, які враховують невизначеність параметрів, поведінкові фактори та довгострокові фінансові цілі інвесторів.

РОЗДІЛ 2

МЕТОДОЛОГІЧНІ ЗАСАДИ МОДЕЛІ БЛЕКА-ЛІТТЕРМАНА

2.1. Передумови створення моделі: поєднання рівноважних та суб'єктивних очікувань

Портфельна теорія, яка була заснована Гаррі Марковіцем у 1950-х роках, стала основою сучасного інвестування. Модель середньо-дисперсійної оптимізації дозволила формалізувати компроміс між дохідністю та ризиком, визначити ефективні портфелі та систематизувати правила диверсифікації. Подальший розвиток класичної теорії, зокрема, САРМ та багатofакторні підходи, розширив аналітичні можливості інвесторів, почавши враховувати систематичний ризик та вплив декількох факторів на дохідність активів.

Незважаючи на теоретичну привабливість класичних моделей, їхня практична реалізація виявилась складною. Однією з основних проблем була висока чутливість оптимальних портфельних рішень до вхідних параметрів. Невеликі помилки в оцінці очікуваної дохідності або кореляцій можуть призвести до значних змін ваг активів, створюючи екстремальні та нестабільні портфелі. Як результат, це значно обмежує практичне застосування середньо-дисперсійної оптимізації, особливо, у випадку формування великих портфелів з десятками активів.

Також, однією з проблем є обмежена адаптивність класичних підходів до змінних ринкових умов. Історичні дані, на яких базується оптимізація, доволі часто не враховують структурні зміни на ринку, кризові періоди або поведінкові зміни інвесторів. Волатильність активів та зв'язок між ними

нестабільні у часі, а це означає, що портфелі, побудовані за класичним підходом, можуть бути неефективними в умовах фінансових потрясінь. В таких випадках, навіть добре диверсифікований портфель може мати значні збитки, що знижує довіру інвесторів до теоретичних моделей.

Класичні підходи припускають, що всі учасники ринку є раціональними та мають повний доступ до інформації. Однак емпіричні дослідження поведінкових фінансів показують, що реальні інвестори мають схильність до когнітивних упереджень, таких як надмірна впевненість, ефект якоря, стадний інстинкт та ін. Це призводить до того, що ринкові ціни та поведінка активів часто відхиляються від припущень класичних моделей, тому їхнє використання в чистому вигляді є менш ефективним.

Все це створює теоретичне та практичне підґрунтя для розробки моделі, яка б поєднувала переваги класичної теорії, такі як стабільність, передбачуваність, рівновагу, із можливістю враховувати суб'єктивні погляди інвестора, його очікування та тактичні оцінки ринкових тенденцій. Ця потреба була основним мотивом для створення моделі Блека-Літтермана, яка поєднує ринкові очікування щодо акцій з індивідуальними прогнозами, забезпечуючи надійну та адаптивну стратегію для побудови інвестиційного портфеля.

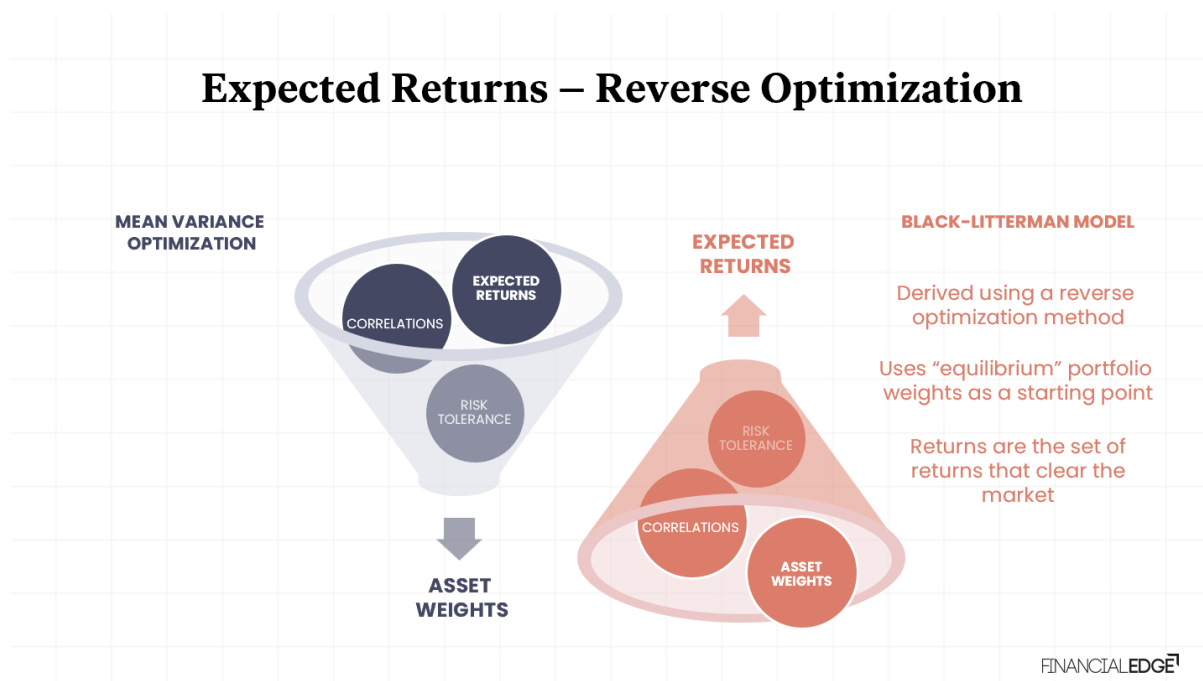
Хоча класичні моделі і стали науковою основою для сучасного інвестування, вони мають суттєві обмеження у практичному впровадженні на сучасних фінансових ринках. Висока чутливість до параметрів, нестабільність ринкових показників та поведінкові фактори інвесторів визначають необхідність розробки нових підходів, що поєднують надійність теорії з гнучкістю практики. Далі в роботі буде показано, як ринкова рівновага та індивідуальні очікування інвесторів інтегровані в структуру моделі Блека-Літтермана.

Ринкова рівновага є фундаментальною концепцією сучасної портфельної теорії та відіграє ключову роль у моделі Блека-Літтермана.

Концепція ринкового портфеля базується на припущенні, що фінансові ринки відображають узагальнені очікування всіх учасників. В умовах рівноваги, відомої також як market equilibrium, ціни на активи формуються таким чином, що всі інвестори використовують оптимальні портфелі відповідно до своїх уподобань щодо ризику, а очікувана дохідність окремих активів відповідає систематичному ризику.

Модель CAPM, яка була розроблена Вільямом Шарпом та Джоном Літнером, формалізувала цю концепцію, представивши зв'язок між очікуваною нормою дохідності та систематичним ризиком у ринковому портфелі. В даному випадку, ринковий портфель служить нейтральною базовою лінією - це консолідований портфель, який відображає узагальнені очікування всіх інвесторів. Такий підхід забезпечує стабільність та внутрішню узгодженість оцінок дохідності, уникаючи екстремальних та нестабільних рішень, характерних для чистої оптимізації Марковіца на основі історичних даних.

Малюнок 2.1. Expected Returns - Reverse Optimization [3]



Привілеєм використання ринкової рівноваги, як базової точки, є забезпечення стабільної основи для формування портфеля, на яку можна накладати погляди окремих інвесторів. Рівноважні дохідності, які формуються на ринку, представляють собою так звану «нейтральну» оцінку очікуваної дохідності активів. Це дозволяє уникнути зайвої чутливості до помилок оцінки параметрів, яка властива середньо-дисперсійним моделям.

В той же час, ринкова рівновага має свої межі. Вона не включає конкретні очікування окремого інвестора та не бере до уваги його інвестиційну стратегію. До прикладу, якщо інвестор має власні прогнози щодо дохідності окремих активів, повна довіра до market equilibrium призведе до ігнорування цих припущень. Тому, хоча і ринкова рівновага забезпечує стабільність та логіку для узагальненого портфеля, вона не дає можливості використовувати індивідуальні інвестиційні стратегії та припущення, що стримує її практичну гнучкість.

Модель Блека-Літтермана використовує ринковий портфель як відправну точку, з якої очікувана дохідність коригується за рахунок суб'єктивних суджень окремого інвестора. Це дає змогу поєднати стабільність ринкової рівноваги з можливістю включати експертні думки і тактичні прогнози.

Таким чином, ринкова рівновага є ключовим елементом методології моделі Блека-Літтермана, що забезпечує:

- стабільну відправну точку для створення оптимального інвестиційного портфеля;
- здатність включати погляди окремих інвесторів без руйнування портфеля;
- зменшення вразливості портфельних рішень до помилок оцінки очікуваних норм дохідності та коваріацій.

Цей підхід дозволяє поєднати переваги класичної теорії з практичною адаптивністю та гнучкістю, що надзвичайно важливо на сучасному

фінансовому ринку, де волатильність активів та фактори поведінки інвесторів істотно впливають на ефективність інвестиційного портфеля.

Суб'єктивними судженнями (в контексті розгляду моделі Блека-Літтермана) є формалізовані прогнози інвесторів щодо майбутньої дохідності активів або їх динаміки. Ці прогнози можуть бути сформульовані за рахунок макроекономічного аналізу, фундаментальних досліджень, технічних сигналів або експертних думок. Важливою специфікою моделі є те, що індивідуальні припущення інвесторів не вводяться довільно, а структуровані у вигляді математичних обмежень, які долучають в систему оцінки очікуваної дохідності.

У моделі Блека-Літтермана є два основних типи поглядів: абсолютні та відносні. Абсолютні погляди фіксують очікування щодо дохідності певного активу. До прикладу, обраний індекс або акція досягне певного рівня дохідності. Відносний погляд, в свою чергу, описує очікування щодо переваги одного активу над іншим. Приміром, технологічні акції перевершать за дохідністю широкий ринок. Відносні погляди є особливо поширеними на практиці, оскільки вони менш вразливі до помилок у питанні прогнозування абсолютних рівнів дохідності.

Ключовою перевагою моделі Блека-Літтермана є те, що вона дозволяє брати до уваги не лише індивідуальне бачення інвесторів щодо певного активу, але і рівень впевненості в ньому. Це досягається шляхом введення матриці невизначеності поглядів, яка показує рівень довіри до кожного прогнозу. Дана модель не тільки інтегрує прогнозні оцінки, але й зважає їх відповідно до рівня довіри, що значно підвищує її практичну корисність. З методологічної точки зору, інтеграція суб'єктивних поглядів інвестора у моделі Блека-Літтермана ґрунтується на байєсівському підході до оновлення інформації. Ринкова рівновага виступає першочерговою оцінкою очікуваної дохідності активу, тоді як прогнози інвестора виступають як нова інформація, яка редагує початкові припущення. Результатом такого

поєднання є очікувана дохідність, яка одночасно включає як ринкову інформацію, так і оцінки окремих інвесторів.

Цей підхід пропонує декілька суттєвих переваг порівняно з традиційними оптимізаційними методами. Перш за все, він може вберегти від різких змін у структурі портфеля, які можуть виникнути при застосуванні нестабільних оцінок очікуваних дохідностей. До того ж, він забезпечує більшу прозорість у процесі прийняття інвестиційних рішень, оскільки, всі суб'єктивні оцінки формалізовані та піддаються аналізу. Окрім цього, модель забезпечує гнучкість у комбінуванні стратегічного та тактичного управління інвестиційним портфелем.

Здатність поєднувати довгострокові стратегічні прогнози з короткостроковими ринковими очікуваннями є особливо важливою. Інвестори мають можливість використовувати ринковий портфель як стратегічну базу, доповнюючи його тактичними відхиленнями на основі поточних припущень. Це дозволяє використовувати напівпасивний підхід до управління портфелем, який поєднує стабільність стратегічного розподілу активів з гнучкістю активних рішень.

В той же час, впровадження суб'єктивних поглядів вимагає обачності. Надмірна віра в прогнози може спричинити надмірні відхилення від ринкової рівноваги та збільшити ризик портфеля. Модель Блека-Літтермана передбачає баланс між ринковою інформацією та особистими оцінками кожного з інвесторів, що отримується за допомогою параметрів до поглядів та масштабування їхнього впливу на кінцеву очікувану дохідність.

На сучасних фінансових ринках, що характеризуються високою волатильністю, інформаційною несиметричністю та поведінковими упередженнями, здатність впроваджувати експертні судження є надзвичайно цінною. Традиційні моделі, які засновані виключно на історичних даних, доволі часто не враховують належним чином структурні зміни ринку або нові макроекономічні ризики. В цьому аспекті модель

Блека-Літтермана пропонує більш адаптивний підхід до побудови портфеля, поєднуючи статистичну точність з практичною гнучкістю.

Впровадження суб'єктивних бачень є ключовим елементом моделі Блека-Літтермана, який долає обмеження як суто ринкових, так і суто статистичних підходів до оптимізації портфеля. Поєднання рівноважних очікувань з експертною оцінкою створює нову парадигму управління інвестиційним портфелем, зосереджену на балансі між стабільністю, адаптивністю та персоналізацією інвестиційних рішень.

Поєднання ринкової рівноваги та індивідуальних поглядів інвестора має серйозне методологічне значення для розвитку сучасної теорії управління портфелем. Модель Блека-Літтермана являє собою новий підхід до оптимізації портфеля, який долає протипоставленість між абсолютно об'єктивними статистичними моделями та інтуїтивними експертними судженнями. Замість того, щоб протиставляти ці методи, модель пропонує їх формалізований синтез в рамках цілісної аналітичної структури.

Методологічна значимість даного методу полягає в його здатності впроваджувати різні джерела інформації в цілісну систему для оцінки очікуваних норм дохідності. Ринкова рівновага забезпечує стабільну базову характеристику, яка відображає сукупні очікування учасників ринку, тоді як суб'єктивні бачення дозволяють враховувати індивідуальні припущення, макроекономічні сценарії та стратегічний курс інвестора. Таке поєднання створює більш реалістичну модель прийняття інвестиційних рішень, яка відповідає сучасним практикам управління активами.

Істотним методологічним аспектом є застосування байєсівської логіки оновлення інформації, яка лежить в основі моделі. Це забезпечує поступове коригування очікувань, а не різкі зміни, тим самим уникаючи нестабільності результатів оптимізації. Це робить модель особливо корисною в умовах високої невизначеності, коли нова інформація постійно змінює оцінку ризику та дохідності активів.

Поєднання рівноважних та суб'єктивних прогнозів формує основу для розвитку сучасних підходів напівпасивного інвестування та goal-based інвестування. Модель формує методологічний місток між стратегічним розподілом активів на основі структури ринкових ваг та активним управлінням, що враховує цілі окремого інвестора. Це розширює застосування портфельної теорії в практичному фінансовому управлінні, особливо, в контексті індивідуалізації стратегій для інвестування.

Модель Блека-Літтермана не тільки знайшла практичне застосування, але й набула фундаментального методологічного значення. Вона перетворює класичну парадигму оптимізації портфеля, пропонуючи більш гнучкий та адаптивний спосіб для прийняття інвестиційних рішень. Саме ця методологічна основа забезпечує основу для подальшого представлення математичної структури моделі, яка буде розглянута в наступному пункті.

2.2. Основні параметри та рівняння моделі

Модель Блека-Літтермана є розширенням класичної середньо-дисперсійної оптимізації, але її математична будова значно відрізняється від стандартного підходу Гаррі Марковіца. У той час, коли класична модель безпосередньо оптимізує портфель на основі заданих очікуваних доходів, модель Блека-Літтермана спочатку генерує узгоджені очікувані доходи від активів, які після цього будуть використовуватись в процесі оптимізації. Отже, основною різницею є зміна порядку побудови рішення: не «оптимізація, а після цього проблема нестабільності», а навпаки - «узгодженість очікувань, а потім оптимізація». Подібний підхід до інтерпретації моделі Блека-Літтермана як інструменту активного управління портфелем представлений у роботі Да Сілви, Лі та Порнройнангкуунга, де підкреслюється бейєсівська природа моделі та її здатність поєднувати рівноважні ринкові оцінки з інвесторськими

очікуваннями для формування більш стабільних прогнозів дохідності активів [9].

Математична логіка моделі базується на байєсівському підході до оновлення інформації. Загалом, структуру моделі можна уявити як процес переходу від апріорної оцінки доходів (prior) до апостеріорної (posterior), включаючи нову інформацію, представлену суб'єктивними оцінками інвестора. Апріорні оцінки в моделі - це рівноважні доходи, виведені з ринкового портфеля. Думки інвесторів служать додатковою інформацією, яка редагує первинні припущення. Результатом цієї комбінації є відредагований напрямок очікуваних доходів, який використовується для визначення оптимальних ваг портфеля. У роботі Джонса, Ліма та Цангарі модель Блека-Літтермана розглядається як інструмент оптимізації портфеля, що дозволяє поєднувати ринкову рівновагу з інвесторськими поглядами для отримання стабільніших та економічно обґрунтованих оцінок структури портфеля [20].

З формальної точки зору, модель формується з трьох етапів:

1. Оцінка рівноважних норм дохідності на основі ринкового портфеля.
2. Формалізація суб'єктивних оцінок як системи лінійних обмежень із визначеним рівнем невизначеності.
3. Байєсівське коригування очікуваних норм дохідності, яке поєднує апріорні оцінки доходів та суб'єктивні погляди інвестора в єдину систему.

Дана будова дає можливість розглядати модель Блека-Літтермана як ієрархічну систему: на першому рівні створюється макроекономічно погоджена базова оцінка дохідності, на другому рівні додаються персоналізовані очікування, а на третьому рівні проходить їх математичне поєднання.

Варто наголосити, що модель не відхиляється від принципів середньо-дисперсійної оптимізації. Навпаки, вона використовує традиційну функцію корисності інвестора, яка має залежність від очікуваної норми

дохідності та ризику портфеля. Проте, замість того, щоб безпосередньо використовувати історичні середні норми дохідності, модель формує внутрішньо узгоджений напрям очікуваних значень, що послаблює проблему помилки оцінювання. Отже, модель Блека-Літтермана можна тлумачити як спосіб стабілізації вхідних параметрів середньо-дисперсійної моделі.

Загалом, математичну логіку моделі можна показати як зважену комбінацію двох джерел інформації:

1. Ринкова інформація, яка передає сукупні очікування всіх учасників.
2. Персональні дані, що ґрунтуються на аналітичних та експертних прогнозах інвестора.

Ця комбінація досягається не механічним усередненням, а зважуванням, яке враховує ступінь довіри до кожного джерела інформації. Саме на цьому етапі в рівняння входять ключові параметри моделі - коефіцієнт масштабування невизначеності апріорних оцінок та матриця невизначеності суджень, які визначають відносний вплив ринку та інвестора на кінцевий результат.

Загальна логіка математичної структури моделі Блека-Літтермана полягає в побудові скоординованої системи очікуваних доходів за допомогою формалізованого байєсівського підходу, а далі - у використанні цих оцінок у стандартній процедурі оптимізації інвестиційного портфеля. Даний метод дає змогу комбінувати теоретичну строгість класичної портфельної теорії з практичною необхідністю врахування суб'єктивних прогнозів, що створює більш стабільну та надійну модель для інвестиційних рішень.

У моделі Блека-Літтермана ринкова рівновага служить джерелом апріорної інформації про очікувані норми дохідності активів. На противагу традиційній середньо-дисперсійній оптимізації, де курс очікуваних норм дохідності задається екзогенно (переважно, на основі історичних середніх

значень або моделей прогнозування), у моделі Блека-Літтермана ці норми виводяться з ринкової структури портфеля. З цієї причини їх називають implied equilibrium returns.

Implied equilibrium returns - це очікувані норми дохідності активів, за яких поточний ринковий портфель вважається оптимальним. Ці норми розраховуються за допомогою моделі САРМ, беручи за основу ринкові ціни, і показують, яку дохідність прогнозує ринок, з огляду на поточний ризик.

Основою підходу виведення рівноважних дохідностей є припущення, що ринковий портфель є оптимальним портфелем інвестора, який використовує метод середньої дисперсії. Якщо припустити, що всі учасники ринку діють раціонально та мають однакові очікування, то ринкові частки активів відображають результат оптимізованої функції корисності:

$$\max_w (\omega^T \mu - \frac{\lambda}{2} \omega^T \Sigma \omega),$$

де:

- ω - вектор ваг активів;
- μ - вектор очікуваних дохідностей;
- Σ - коваріаційна матриця дохідностей;
- λ - коефіцієнт схильності до ризику (risk aversion).

Розв'язання задачі оптимізації дає відоме співвідношення:

$$\omega = \frac{1}{\lambda} \Sigma^{-1} \mu.$$

Якщо припустити, що $\omega = \omega^{mkt}$, тобто ринковий портфель є оптимальним, можна отримати обернене співвідношення до дохідностей:

$$\mu = \lambda \Sigma \omega^{mkt}.$$

У моделі Блека-Літтермана цей вектор позначається наступним чином:

$$\pi = \lambda \Sigma \omega^{mkt},$$

де π - implied equilibrium returns.

Отже, модель Блека-Літтермана не використовує історичні середні значення безпосередньо, а виводить їх із структури ринку, яку спостерігає, що забезпечує внутрішню узгодженість параметрів.

Кожен елемент формули має чітке економічне значення. Коваріаційна матриця Σ показує будову ризику активів та взаємозв'язки між ними. Саме через неї враховується диверсифікаційний ефект.

Ринкові ваги ω^{mkt} переважно визначаються, виходячи з капіталізації активів. Вони відтворюють узагальнені рішення всіх інвесторів на ринку, тому пояснюються як узгоджена структура розподілу активів.

Коефіцієнт схильності до ризику (risk aversion) λ визначає, наскільки ринок взагалі схильний до ризику. Його можна оцінити за формулою:

$$\lambda = \frac{E(R_m) - R_f}{\sigma_m^2},$$

де:

- $E(R_m)$ - очікувана дохідність ринку;
- R_f - безризикова ставка дохідності;
- σ_m^2 - дисперсія дохідності ринку.

Цей параметр розширює рівноважні дохідності відповідно до загальної премії за ризик на ринку.

Основну проблему класичної оптимізації становить її висока чутливість до помилок в оцінці очікуваної дохідності. Історичні середні значення часто нестабільні, особливо, протягом коротких періодів або в умовах структурних зрушень.

На противагу цьому, implied equilibrium returns:

- злагожені з ринковою структурою портфеля;
- не мають в собі екстремальних значень;
- автоматично враховують поточний розподіл капіталу між активами.

По суті, модель «надсилає запит» ринку: яку дохідність слід вважати достатньою, щоб поточний інвестиційний портфель був оптимальним?

Такий метод забезпечує стабільнішу та економічно обґрунтовану базову оцінку.

Вектор очікуваної дохідності π виконує функцію апіорної оцінки у байєсівській структурі моделі. Він не є кінцевим прогнозом, а виступає базовою точкою, до якої вносяться поправки, враховуючи персональні бачення інвестора.

Отже, формула:

$$\pi = \lambda \Sigma \omega^{mkt}$$

є основою всієї моделі, адже вона забезпечує:

- внутрішню узгодженість параметрів;
- стійкість процесу оптимізації;
- логічний зв'язок з теорією CAPM;
- фундамент для подальшого байєсівського оновлення.

На цьому етапі починається принципова різниця між моделлю Блека-Літтермана та класичними підходами: очікувана дохідність не встановлюється довільно, а виводиться зі структури ринку.

Після визначення рівноважних норм дохідності як апіорних оцінок, модель Блека-Літтермана переходить до наступного кроку - формалізації суб'єктивних бачень інвестора. Саме цей етап вирізняє модель Блека-Літтермана від традиційної середньо-дисперсійної оптимізації інвестиційного портфеля та забезпечує її гнучкість та практичну цінність.

У моделі Блека-Літтермана бачення інвесторів описуються як система лінійних залежностей між очікуваною дохідністю активів. Формально вона записується наступним чином:

$$Q = P\mu + \varepsilon,$$

де:

- μ - невідомий вектор істинних очікуваних дохідностей активів;
- Q - вектор очікуваних значень поглядів;
- P - матриця зв'язку активів із поглядами;

- ε - випадкова похибка
- $\Omega = \text{VAR}(\varepsilon)$ - матриця невизначеності поглядів.

Це рівняння означає, що індивідуальні бачення є стохастичними твердженнями щодо лінійних комбінацій дохідностей активів.

Матриця P визначає, які саме активи беруть участь у кожному погляді та з якими вагами. До прикладу, у портфелі є N активів, а інвестор має K поглядів. В такому випадку:

- P має розмірність $K \times N$;
- кожен рядок відповідає одному погляду.

Наприклад, інвестор робить прогноз про конкретну дохідність конкретного активу у відсотках або у вигляді очікуваного значення. Якщо інвестор думає, що дохідність активу i буде становити 8%, то формально це буде записано наступним чином:

$$Q_i = \mu_i,$$

де:

- Q_i - очікуване значення дохідності за баченням інвестора;
- μ_i - істинна, невідома дохідність активу.

Приклад:

- акція А зараз коштує \$100;
- інвестор передбачає, що річна дохідність цієї акції буде складати 8%;
- у матриці P цей погляд матиме вигляд як рядок $(1, 0, 0, 0, \dots)$, бо стосується лише першого активу;
- вектор Q буде 0,08.

Абсолютний погляд дає конкретну цифру для конкретного активу. Це просто і зрозуміло, але ризиковано, адже інвестору часто важче точно передбачити абсолютну дохідність.

Якщо інвестор прогнозує співвідношення дохідностей двох або більше активів, тобто, очікує, що один актив перевищить інший на певний відсоток, то такий погляд називається відносним.

Якщо інвестор вважає, що актив А буде кращим за актив В на 3%, то формально це буде мати такий вигляд:

$$Q = \mu_A - \mu_B = 0,03$$

Матриця P буде рядком (1, -1, 0, ...): 1 для активу А, -1 буде для активу В, решта - 0. Вектор Q – 0,03.

Приклад:

- для акції А прогнозується 10% річної дохідності;
- для акції В прогнозується 7% річної дохідності;
- різниця - 3%;
- інвестор формулює погляд як відносний: «Актив А перевищить актив В на 3%».

Відносні погляди є більш стійкими на практиці, оскільки інвесторам простіше прогнозувати відносну перевагу активів, ніж їхній абсолютний рівень дохідності, вони стабільніші у часі, а також зменшують ризик помилки: якщо обидва активи зміняться в абсолютному значенні, то їх відносна різниця залишиться коректною.

Повертаючись до формули, вектор Q містить числові значення очікувань інвестора. Його розмірність - $K \times 1$.

Економічно він відображає прогнозні оцінки інвестора, які були отримані в результаті:

- макроекономічного аналізу;
- фундаментального аналізу компаній;
- факторних моделей;
- експертних оцінок.

Варто наголосити, що Q не замінює рівноважні дохідності, а лише коригує через механізм байєсівського оновлення.

Одним із найважливіших аспектів моделі Блека-Літтермана є те, що вона дає можливість враховувати ступінь впевненості інвестора в своїх

баченнях. Це реалізовується через матрицю невизначеності Ω , яка визначає дисперсію похибки ε .

$$\varepsilon \sim N(0, \Omega).$$

Матриця Ω має розмірність $K \times K$ та, зазвичай, є діагональною (погляди вважаються незалежними):

- якщо елемент Ω_{ii} малий, то це означає високу впевненість у відповідному погляді;
- якщо елемент Ω_{ii} великий, це означає, що впевненість у відповідному погляді низька.

У такий спосіб, модель автоматично зменшує вплив поглядів із низькою впевненістю на кінцеві очікування дохідності.

Формалізація суб'єктивних поглядів через систему $Q = P\mu + \varepsilon$ має важливе методологічне значення:

- вона переводить якісні експертні оцінки в кількісну форму;
- дозволяє математичним шляхом зважувати різні рівні впевненості;
- забезпечує інтеграцію поглядів без руйнування ринкової рівноваги.

На відміну від класичного підходу, де аналітик просто замінює вектор дохідностей власними прогнозами, модель Блека-Літтермана зберігає баланс між ринковими очікуваннями та персональним баченням кожного окремого інвестора.

Таким чином, формується система, у якій:

- ринок задає базову структуру дохідностей;
- інвестор задає напрям для корекції;
- матриця невизначеності визначає силу цього коригування.

Наступним етапом є поєднання ринкової рівноваги (π) та поглядів інвестора (Q, P, Ω) через байєсівське оновлення, що дає змогу отримати збалансовані очікувані дохідності для подальшої оптимізації інвестиційного портфеля.

Апостеріорна оцінка - це оновлена оцінка невідомого параметра після отримання нової інформації. Є основним поняттям в байєсівському підході, який представлений як математичний механізм та є основою моделі Блека-Літтермана.

$$Posterior = Prior + \text{нові дані або спостереження}$$

де:

- *Prior (апостеріорна оцінка)* - початкове припущення, яке було до того, як інвестор виявив нову інформацію;
- *Нові дані або спостереження* - інформація, яку отримав інвестор;
- *Posterior (апостеріорна оцінка)* - фінальний результат, який комбінує початкові припущення та виявлені нові дані.

Результатом оновлення є апостеріорна оцінка дохідностей μ^{BL} , яка стає фундаментом для оптимальних ваг портфеля. Формула для апостеріорної оцінки виглядає наступним чином:

$$\mu^{BL} = [(\tau\Sigma)^{-1} + P^T\Omega^{-1}P]^{-1}[(\tau\Sigma)^{-1}\pi + P^T\Omega^{-1}Q],$$

де,

- μ^{BL} - апостеріорні очікування дохідності;
- π - рівноважні дохідності (prior);
- τ - скалярний параметр для масштабування невизначеності ринкових дохідностей;
- Σ - коваріаційна матриця активів;
- P, Q, Ω - матриця поглядів, вектор поглядів та матриця невизначеності поглядів;
- $(\tau\Sigma)^{-1}$ - зважування довіри до ринку: малий τ означає сильну довіру до ринку, а великий - більший вплив поглядів;
- $P^T\Omega^{-1}P$ - вплив поглядів, зважений на ступінь невизначеності Ω : чим менший ступінь невизначеності, тим більше суб'єктивний погляд

впливає на μ^{BL} , а чим більший Ω , то він має менший вплив на кінцевий результат;

- лінійна комбінація означає поєднання апіорних ринкових очікувань π та суб'єктивних поглядів інвестора Q з урахуванням рівня довіри до кожного з цих джерел інформації.

Економічне роз'яснення апостеріорної оцінки дохідностей μ^{BL} полягає в тому, що вона дає можливість отримати збалансовані очікування значення дохідності активів, комбінуючи ринкові дані та суб'єктивні погляди інвестора. У тому випадку, коли бачення інвестора є слабкими або мають низький рівень впевненості, отримані оцінки залишаються близькими до ринкової рівноваги. Однак, якщо інвестор має сильні та впевнені погляди, модель коригує рівноважні дохідності у відповідному напрямку. Цей метод дає зменшити надмірну чутливість оптимізаційних результатів до похибок у прогнозуванні дохідностей та забезпечує більшу стабільність оптимальних ваг портфеля в порівнянні з класичним підходом.

До ключових переваг даного підходу належить здатність пом'якшувати ризик надмірних коливань структури оптимального портфеля, які часто виникають внаслідок застосування нестабільних історичних оцінок дохідностей. Модель дозволяє додавати суб'єктивні погляди інвесторів, не відмовляючись повністю від сигналів, що базуються на основі ринкової рівноваги. Ще однією значною перевагою є гнучкість моделі, так як вона дозволяє використовувати як абсолютні, так і відносні погляди інвестора. До того ж, модель вирізняється високим рівнем математичної точності, так як процес поєднання ринкових очікувань з персональними прогнозами базується на байєсівському підході, який включає формалізовану оцінку невизначеності.

Після отримання апостеріорної оцінки очікуваної дохідності в моделі Блека-Літтермана наступним кроком є визначення оптимальної ваги активів у портфелі. Це робиться за допомогою класичного підходу, запропонованого

в портфельній теорії Гаррі Марковіца, проте у ролі очікуваних дохідностей замість історичних оцінок застосовуються апостеріорні значення, отримані як результат байєсівського оновлення. Отримані ваги портфеля визначаються за формулою, приведеною нижче:

$$\omega^{BL} = \frac{1}{\lambda} \Sigma^{-1} \mu^{BL},$$

де,

- ω^{BL} - вектор оптимальних ваг активів у портфелі;
- λ - коефіцієнт схильності інвестора до ризику;
- Σ - коваріаційна матриця дохідностей активів;
- μ^{BL} - апостеріорний вектор очікуваних дохідностей.

Представлена формула відображає класичний метод оптимізації портфеля, згідно з яким його складові визначаються співвідношенням між очікуваною дохідністю активів та їх ризиком, що вимірюється коваріаційною матрицею. Застосування апостеріорних дохідностей в рамках моделі Блека-Літтермана дає можливість отримати більш стабільні та економічно обґрунтовані ваги портфеля в порівнянні з класичною оптимізацією.

Інтегруючи ринкові рівноважні очікування та суб'єктивні судження інвесторів, модель забезпечує більш реалістичну структуру портфеля, яка включає як інформацію, яка відображена в ринкових цінах, так і персональні сценарії майбутнього руху активів. Це зменшує мінливість результатів оптимізації та запобігає надмірній концентрації капіталу в окремих активах, що доволі нерідко трапляється в традиційних моделях портфельної оптимізації.

Модель Блека-Літтермана створює цілісний методологічний комплекс для оптимізації інвестиційного портфеля, який поєднує ринкову рівновагу, індивідуальні припущення інвесторів та байєсівський механізм оновлення інформації. Використання рівноважних дохідностей як апріорної оцінки,

формалізація інвестиційних поглядів за допомогою матриці P , вектора Q та матриці невизначеності Ω , а також подальше отримання апостеріорних очікуваних дохідностей дають можливість формувати більш стабільні та економічно обґрунтовані оцінки параметрів портфеля. Оптимальні ваги активів, отримані в результаті, ґрунтуються на поєднанні ринкових сигналів та персональних бачень інвестора, що покращує практичне застосування моделі для прийняття інвестиційних рішень.

Модель Блека-Літтермана можна вважати розширенням традиційної портфельної теорії, що комбінує теоретичні принципи оптимізації Гаррі Марковіца з більш реалістичним підходом до визначення очікуваних норм дохідності. Використовуючи ринкову рівновагу як базовий орієнтир та інтегруючи персональні сценарії інвесторів, ця модель дає більш стабільні та економічно обґрунтовані результати оптимізації. Це робить її дієвим інструментом сучасного управління інвестиційним портфелем, зокрема, в умовах високої волатильності на фінансових ринках.

У практиці управління активами модель Блека-Літтермана активно застосовується інституційними інвесторами, особливо, інвестиційними та пенсійними фондами, а також керуючими активами, так як вона забезпечує більш гнучкий та структурований процес прийняття інвестиційних рішень.

Порівняння традиційної моделі Гаррі Марковіца та моделі Блека-Літтермана показує зміну методів оптимізації інвестиційного портфеля - від виключно статистичних методів оцінки дохідності активів до складніших моделей, які комбінують ринкову інформацію, аналітичні прогнози та оцінку невизначеності. Це робить модель Блека-Літтермана важливим інструментом в сучасній фінансовій теорії та практиці портфельного управління.

Враховуючи вищезазначені теоретичні та методологічні якості, доцільно додатково проаналізувати практичні аспекти використання моделі Блека-Літтермана у процесі побудови інвестиційного портфелю, тому у

заклучному розділі даної роботи буде розглянуто практичну реалізацію моделі та проаналізовано її потенціал для побудови оптимального інвестиційного портфеля на сучасному фінансовому ринку.

2.3. Порівняльний аналіз підходів до калібрування параметрів τ та Ω

Основною задачею в практичному застосуванні моделі Блека-Літтермана, яка відрізняє її від класичної оптимізації за моделлю Гаррі Марковіца, є необхідність кількісного визначення параметрів, що не мають однозначного ринкового спостереження. На відміну від традиційної моделі середньо-дисперсійного аналізу, де інвестор працює з оцінками дохідності та коваріацій, в архітектурі моделі Блека-Літтермана з'являється потреба у налаштуванні важелів впливу індивідуальних поглядів інвестора на ринкову рівновагу. Коефіцієнт масштабування τ та матриця невпевненості в поглядах Ω фактично виконують роль фільтрів, які визначають, наскільки сильно зміниться інвестиційний портфель в результаті на відміну від початкового ринкового. Відсутність консенсусу в науковій літературі щодо значень цих параметрів перетворює процес їх калібрування на окремий об'єкт аналізу, в якому вибір методології визначає стійкість та ефективність інвестиційної стратегії [14].

Коефіцієнт τ у математичній структурі моделі показує відношення між дисперсією помилки оцінки рівноважної дохідності та дисперсією самих активів. У перших працях Блека та Літтермана цей параметр розглядався як спосіб відображення невизначеності щодо правильності визначення вектора рівноважних дохідностей [3]. Найбільш поширеним у академічному середовищі є підхід Г. Хі та Р. Літтермана, які стверджують, що, оскільки середня дохідність оцінюється із значно більшою точністю, ніж дохідність окремого періоду, значення τ має бути вкрай незначним - у

діапазоні від 0,01 до 0,05 [14]. Такі налаштування роблять модель консервативною, оскільки вони надають великої ваги саме ринковій капіталізації, що захищає від радикальних перекосів у портфелі при отриманні слабких сигналів від інвестора.

Однак аналіз альтернативних методик показує, що такий занадто консервативний підхід не рідко піддається критиці в умовах високої волатильності сучасних ринків. Дослідники, такі як А. Меуччі, говорять про те, що встановлення занадто малого τ фактично знищує сенс активного управління, перетворюючи модель на суто пасивний інструмент [29]. У працях А. Меуччі запропоновано розглядати τ як параметр, що дорівнює одиниці. Це дає можливість більш збалансовано враховувати впевненість інвестора. Існує також статистичне обґрунтування вибору $\tau = 1/T$, де T - довжина часового ряду історичних даних, що використовувались для розрахунку матриці коваріацій [23]. Порівнюючи ці підходи, можна зазначити, що вибір на користь методики Хі та Літтермана є більш виправданим для інституційних інвесторів з низьким рівнем ризику, тоді як підхід Меуччі більше підходить для динамічного управління активами в умовах швидких змін макроекономічного фону [28].

Ще складнішим з аналітичної точки зору є питання формування матриці Ω . Ця матриця за своєю суттю є мірою невпевненості інвестора у кожному зі своїх прогнозів. Класична специфікація моделі передбачає, що погляди інвестора є незалежними один від одного, що дає можливість представити Ω як діагональну матрицю. У такому випадку кожен діагональний елемент відповідає дисперсії похибки конкретного погляду. Хі та Літтерман запропонували розраховувати ці значення через матрицю коваріацій та вектор ваг поглядів, що забезпечує математичну узгодженість моделі [14]. Проте головним недоліком цього методу є його абстрактність: для реального портфельного керуючого вкрай важко інтуїтивно визначити,

що означає «дисперсія похибки прогнозу 0.0025». Це створює прогалину між теоретичною потужністю моделі та її практичною реалізацією.

Вирішенням цієї проблеми стала методика Т. Ідзорека, яка на сьогодні вважається стандартом у сфері напівпасивного формування портфелів. Ідзорець запропонував відмовитись від прямого завдання значень матриці Ω на користь використання «рівнів впевненості» інвестора, виражених у відсотках. Його підхід побудований на зворотному розрахунку: інвестор вказує ступінь своєї впевненості у прогнозі (наприклад, 60%), а спеціальний ітераційний алгоритм обчислює таке значення для відповідного елемента матриці Ω , яке б забезпечило пропорційне відхилення ваг активів від рівноважного стану [18]. Такий підхід робить модель інтерактивною та адаптивною, дозволяючи враховувати якісну експертну інформацію без глибокого занурення в матричне числення. В порівнянні з класичним методом, розробка Ідзорека надає можливість інвестору бачити межі впливу своєї суб'єктивної думки на фінальний ризик портфеля [5].

Додатковим аспектом порівняння є здатність різних методів калібрування реагувати на структурні зміни в економіці, що особливо актуально в сучасних умовах глобальної нестабільності. Традиційний підхід, заснований на історичній волатильності, доволі часто демонструє запізнїлу реакцію на кризи, скільки параметр τ та Ω залишаються статичними протягом тривалого часу [25]. Натомість адаптивні модифікації моделі, що включають елементи динамічного перерахунку впевненості, дозволяють швидше коригувати портфель при зміні ринкових режимів. Так, поєднання методів Ідзорека з аналізом поточної ринкової волатильності дає змогу інвестору автоматично знижувати рівень впевненості у своїх поглядах у періоди аномальних коливань цін, що є критично важливим для збереження капіталу [17].

Підсумовуючи результати аналізу, необхідно підкреслити, що вибір конкретної комбінації методів калібрування має базуватися на стратегічних цілях управління інвестиційним портфелем. У той час як класичний підхід Г. Хі та Р. Літтермана забезпечує високу математичну стабільність і мінімальну оборотність активів, методика Т. Ідзорека пропонує необхідну гнучкість для врахування сучасних ринкових реалій. Для дослідницької частини роботи було обрано метод Ідзорека, що дозволяє імплементувати суб'єктивні погляди через інтуїтивно зрозумілу шкалу впевненості (0-100%). Використання сервісу Portfolio Visualizer дозволило автоматизувати розрахунок матриці Ω на основі заданих рівнів впевненості (25%, 50%, 75%), забезпечуючи баланс між ринковою рівновагою та активними прогнозами.

2.4. Модифікації та сучасні адаптації моделі Блека-Літтермана

Незважаючи на велику популярність та широке застосування моделі Блека-Літтермана в управлінні інвестиційним портфелем, наступний розвиток фінансових ринків та підходів до кількісного аналізу призвів до численних модифікацій та адаптацій цього підходу [3]. Традиційна версія моделі, представлена Фішером Блеком та Робертом Літтерманом, заклала основу для інтеграції ринкової рівноваги та персональних поглядів інвестора у процес оптимізації портфеля. Однак, практичне застосування моделі проявило деякі методологічні проблеми, наприклад, щодо визначення параметра невизначеності τ , побудови матриці довіри до суджень Ω та методів інтерпретації інвесторських сценаріїв.

У відповідь на ці проблеми, в академічній літературі та практиці управління активами було запропоновано низку методів для покращення моделі Блека-Літтермана. Сучасні дослідження зосереджують свою увагу на зростанні стабільності оцінок дохідності активів, удосконаленні

механізму інтеграції персональних інвесторських прогнозів та масштабуванні можливостей використання моделі для різних класів активів. Як наслідок, модель Блека-Літтермана стає гнучким інструментом оптимізації інвестиційного портфеля, який активно застосовується у практиці інституційного інвестування.

Практичний вимір зазначених підходів до вдосконалення моделі Блека-Літтермана представлений у роботі Чаїрли, де розглядається прикладна реалізація моделі у умовах реального портфельного управління та підкреслює її адаптивність до інвестиційних обмежень і різних ринкових сценаріїв [8].

Одним із питань, яке обговорюється найчастіше, є вибір параметра τ , який показує рівень невизначеності рівноважної ринкової дохідності. У традиційній моделі Блека-Літтермана даний параметр визначається екзогенно - значення встановлюється інвестором або аналітиком. Так як різні значення τ можуть зумовлювати різні результати оптимізації інвестиційного портфеля, то на практиці це може бути складно. Тому у наступних дослідженнях було рекомендовано декілька методів для його оцінки, наприклад, підходи, що засновані на статистичних параметрах ринку або взаємозалежності між ринковими та інвесторськими оцінками дохідності [14].

Наступним визначним вектором у розвитку моделі стало удосконалення методів визначення матриці невпевненості Ω , яка показує ступінь віри інвестора у власні сценарії. У традиційному формулюванні моделі ця матриця досить умовна, що може ускладнити її практичне застосування. З цієї причини наступні дослідження представили більш формалізовані підходи до оцінки невизначеності поглядів інвестора, що дало можливість вибудувати зв'язок між ступенем довіри до прогнозів та статистичною надійністю або ж з історичною точністю відповідних аналітичних моделей [18].

Модель Блека-Літтермана крок за кроком стала гнучким інструментом оптимізації інвестиційного портфеля, яка має властивість адаптуватися до різноманітних інвестиційних стратегій та умов на фінансових ринках. Сучасні методи використання моделі доволі часто комбінують традиційну структуру моделі з допоміжними інструментами оцінки характеристик, що підвищує стабільність отриманих результатів та роблять процес побудови інвестиційного портфеля більш виправданим [29]. У цьому контексті Жан-Люк Брюнель наголошує, що сучасне управління інвестиційним портфелем повинно виходити за межі суто математичної оптимізації та враховувати індивідуальні цілі інвестора, що формує підхід до інтегрованого управління капіталом як більш комплексну альтернативу класичним портфельним моделям [6].

Наступна еволюція моделі Блека-Літтермана в новітніх дослідженнях передбачає її інтеграцію з факторними моделями дохідності активів. Цей спосіб поєднує класичну будову байєсівської моделі з концепціями факторного аналізу, згідно з якими дохідність фінансових активів формується не лише через ринковий ризик, але й за допомогою низки систематичних факторів. В рамках даної концепції, модель Блека-Літтермана представлена як гнучка база, що дає можливість враховувати як ринкову рівновагу, так і додаткові джерела ризику та дохідності, які можуть мати вплив на будову портфеля [29].

Одним із найрозповсюдженіших методів цього поєднання стало застосування факторних моделей типу Фама-Френча, в яких очікувана дохідність, окрім як через ринкові фактори, формується також через додаткові премії за ризик, які мають прямий зв'язок з розміром компанії, співвідношенням балансової та ринкової вартості, а також іншими характеристиками активів. В межах цих підходів, особисті сценарії інвестора можуть зароджуватися також щодо певних чинників, які відображаються на ринку в глобальному сенсі, а не лише щодо окремих

активів. Цей важливий аспект дає істотне масштабування для моделі Блека-Літтермана та робить її більш придатною для застосування в складних багатфакторних інвестиційних середовищах [13]. Подальшим розвитком факторного підходу стало розширення моделі Фама-Френча, що було запропоновано у дослідженні Каргарта, який додав ефект імпульсу для більш точного пояснення варіації дохідності інвестиційних портфелів та довів значущість поведінкових ефектів у формуванні прибутковості активів [7].

Сучасні дослідження радять додавати до моделі такі макроекономічні фактори, як інфляція, темпи економічного зростання, процентні ставки та зміни валютних курсів. Це дозволяє інвесторам будувати уявлення не лише про окремі активи, а й про майбутню динаміку основних економічних показників. Це дає можливість більш гнучко враховувати макроекономічні прогнози під час побудови інвестиційного портфеля та краще підлаштовувати стратегію інвестора до зовнішніх змін.

Прерогативою використання факторних моделей у моделі Блека-Літтермана є, окрім всього, покращення стабільності оцінок очікуваної дохідності. На противагу традиційному підходу середньої дохідності та дисперсії, де результати можуть мати надзвичайну вразливість до помилок оцінки, факторні моделі допускають структурування джерел ризику і отримують прогнози, які є більш обґрунтованими економічно. Як наслідок, модель Блека-Літтермана стає ще більш гнучкою та може бути ефективно використана в сучасних системах управління інвестиційним портфелем.

Саме завдячуючи своїй гнучкості та здатності поєднувати ринкову рівновагу із персональними поглядами інвестора, модель Блека-Літтермана так широко розповсюджена в сучасному управлінні інвестиційними активами. Вона застосовується в роботі інвестиційних та пенсійних фондів,

страхових компаній і великих керуючих компаній, які мають справу з диверсифікованими портфелями фінансових активів.

На практиці ця модель дозволяє інвесторам запобігти нестабільності оптимальних ваг портфеля, яка є доволі розповсюдженою в традиційному підході середньої дохідності та дисперсії. Застосування рівноважної ринкової дохідності як точки відліку дає більш стабільну будову портфеля, в той час як персональні інвесторські бачення дають змогу поступово змінювати та адаптувати свій портфель у відповідності з персональними передбаченнями щодо розвитку та змін на фінансовому ринку. Даний метод допомагає побудові більш реалістичних інвестиційних стратегій, які комбінують теоретичні моделі з практичним досвідом гравців ринку [14].

Модель Блека-Літтермана широко розповсюджена в стратегічному розподілі активів. В даній ситуації ринковий портфель служить орієнтиром для створення довгострокової інвестиційної структури, а бачення інвесторів застосовуються для корекції ваг окремих активів або класів активів на основі очікуваних змін на фінансових ринках. Це дає можливість ефективніше комбінувати стратегічні та тактичні рішення в управлінні інвестиційним портфелем [3].

Ще однією ключовою галуззю для використання цієї моделі є управління глобальними портфелями, в якому інвестори мають зважати на неабияку кількість активів та ринків. За таких обставин, можливість формалізувати прогнози інвесторів, що стосуються окремих ринків або активів, підвищує ефективність оптимізації портфеля та дає змогу більш гнучко відповідати на зміни в економічному середовищі.

Сучасні перетворення моделі Блека-Літтермана значно масштабували її застосування в управлінні інвестиційними портфелями. Впровадження факторних моделей, покращення методів оцінки рівня довіри інвестора та адаптація моделі до багатокomпонентних інвестиційних портфелів зробили її одним із найефективніших інструментів новітньої портфельної

оптимізації. На противагу традиційним моделям, що базуються виключно на історичних статистичних оцінках, підхід Блека-Літтермана комбінує ринкову рівновагу з інвесторськими прогнозами, що дає більш стабільні та економічно обґрунтовані результати. Тому модель наразі активно застосовується як в академічних дослідженнях, так і в практиці управління активами, будучи важливим методологічним інструментом побудови ефективних інвестиційних портфелів.

РОЗДІЛ 3

ПРАКТИЧНЕ ЗАСТОСУВАННЯ МОДЕЛІ БЛЕКА-ЛІТТЕРМАНА У НАПІВПАСИВНОМУ ФОРМУВАННІ ПОРТФЕЛЯ

3.1. Емпірична база дослідження: вибір активів та часовий інтервал дослідження

У третій частині роботи модель Блека-Літтермана буде практично застосована для побудови портфеля в рамках напівпасивної інвестиційної стратегії. Для того, щоб забезпечити точність розрахунків та отримати обґрунтовані результати, необхідно сформувати релевантну емпіричну базу.

Емпірична база складається з набору фінансових даних, що застосовуються для формування та аналізу портфеля активів. Зокрема, ця база охоплює вибір репрезентативних фінансових інструментів, визначення часових рамок дослідження та застосування надійних джерел ринкової інформації. Існування високоякісної емпіричної бази дає можливість проводити статистичний аналіз дохідності активів, аналізувати їхню кореляцію та формувати вхідні характеристики для використання моделі Блека-Літтермана.

Специфіка моделі Блека-Літтермана полягає в поєднанні ринкової рівноваги та персональних інвесторських очікувань стосовно майбутньої динаміки обраних активів. Тому для практичної реалізації моделі необхідно створити такий набір активів, який віддзеркалює структуру сучасного фінансового ринку та дає можливість сформувати диверсифікований інвестиційний портфель. В даному дослідженні за основу взято концепцію

глобального ринкового портфеля (Global Market Portfolio), який містить в собі усі ліквідні фінансові інструменти, доступні роздрібному інвестору через біржові інструменти (ETF).

Важливо зауважити, що в межах даної роботи інвестиційний універсум обмежений активами США для класів акцій, облігацій та REIT. Це зумовлено US-центричним характером відповідних джерел капіталізації (S&P 500 Fact Sheet, SIFMA US Treasury Statistics, Nareit US REIT Industry), а також типовим фокусом напівпасивного мандата на найрозвиненіший ринок. Альтернативні класи активів (золото, біржові товари) за своєю природою є глобальними і входять до бенчмарку у повному світовому обсязі.

Методологія визначення ваг активів у портфелі базується на підході «від загального до конкретного» (top-down):

1. Мега-класи активів: початкові пропорції між акціями (Equity), облігаціями (Bonds) та альтернативними активами (Alternatives) отримані з оновленого датасету Doeswijk, Lam, Swinkels (2024). Ці ваги перераховані пропорційно до US-сегмента глобального ринкового портфеля для тих класів, де застосовується US-обмеження.
2. Класи всередині мега-класів: для деталізації портфеля кожен мега-клас було декомпоновано на конкретні підкласи та сектори.

Для забезпечення методологічної чистоти всі дані щодо ринкової капіталізації зафіксовані станом на 31.12.2023. Це дозволяє уникнути помилки випередження (look-ahead bias) та забезпечує коректність проведення бектесту. При розрахунку ваг використовувалась саме ринкова капіталізація всього відповідного класу активів, а не обсяг активів під управлінням (AuM) конкретних ETF, оскільки AuM є технічною метрикою фонду і не відображає реальну питому вагу класу в економіці.

Особливу увагу приділено виокремленню золота (тікер GLD) як самостійного активу. Незважаючи на те, що золото є частиною широких

індексів біржових товарів (Commodities), у даному дослідженні воно ще й розглядається окремо. Це зумовлено тим, що золото має принципово відмінну кореляцію з іншими активами, виконуючи роль активу - безпечної гавані. Незначний overlap золота з іншими біржовими товарами є допустимим, оскільки повне вилучення золота або йому змішування з промисловою сировиною спотворило б захисні властивості портфеля, що є критичним у сучасних ринкових умовах.

Структура обраного інвестиційного універсуму представлена наступними інструментами:

1. Акції (Equity). Цей інструмент представлений 11-ма секторами GICS-індексу S&P 500 (тікери XLE, XLB, XLI, XLY, XLP, XLV, XLF, XLK, XLC, XLU, XLRE).
2. Облігації (Bonds) представлені казначейськими облігаціями США різної терміновості (Short Term, Intermediate, Long Term) та облігації із захистом від інфляції (TIPS), що базуються на даних SIFMA та Federal Reserve.
3. Альтернативні інструменти (Alternatives). Даний інструментарій представляє нерухомість через US REITs (тікер VGSIX), інвестиційне золото (тікер GLD) та кошик біржових товарів.

Практична реалізація моделі здійснювалась із використанням платформи Portfolio Visualizer, використовувана версія якої має технічне обмеження щодо максимальної кількості досліджуваних активів у портфелі. У зв'язку з цим, початково сформований інвестиційний універсум із 18 активів був штучно скоригований до 15 позицій. Для збереження загальної структури портфеля окремі підкласи облігацій були агреговані в єдиний облігаційний компонент, а сегмент REIT - інтегрований у ширший сектор нерухомості. Таке спрощення не змінило загальної логіки дослідження та дозволило зберегти репрезентативність моделі при збереженні технічної сумісності з інструментарієм бектесту.

Метою розробки емпіричної дослідницької бази було отримання інформації для подальшого аналізу, а саме, для визначення ринкової рівноваги портфеля, формування інвесторських бачень та коригування структури портфеля за допомогою моделі Блека-Літтермана. Коректно побудована емпірична база є надзвичайно важливим елементом процесу проведення практичних досліджень ефективності напівпасивного підходу до управління інвестиційним портфелем.

3.2. Формування базового портфеля: ринкова рівновага

Одним із необхідних кроків у використанні моделі Блека-Літтермана є побудова базового портфеля. На противагу традиційній моделі Марковіца, в якій оптимальний портфель залежить виключно від очікуваної дохідності, модель Блека-Літтермана припускає, що ринок вже має сукупну інформацію про очікування всіх учасників. В цій ситуації рівноважний портфель служить відправною точкою для майбутнього коригування на основі особистих бачень інвесторів.

В рамках портфельного інвестування ринкова рівновага свідчить про ситуацію, коли будова ринкового портфеля є наслідком скоординованих дій великої кількості інвесторів. У такій ситуації вартість активів відображає узагальнені очікування щодо ризику та дохідності і може бути використана як апріорна оцінка при побудові портфеля. Це припущення є надзвичайно важливим у напівпасивних стратегіях, в яких інвестор намагається зменшити до мінімуму необ'єктивність в прогнозах, але, в той же час, бажаючи мати змогу робити розумні коригування у складі портфеля.

У моделі Блека-Літтермана базовий портфель переважно відповідає ринковому портфелю, який будується на основі ринкової капіталізації активів або їхньої частини в індексі. Такий портфель є аналогічним портфелю, який використовується у моделі CAPM, і визнається ефективним

відповідно до методу Гаррі Марковіца. Вектор ваг ринкового портфеля позначимо як:

$$\omega_m,$$

а матрицю коваріацій дохідності активів як:

$$\Sigma.$$

Тоді модель припускає, що ринок перебуває в рівновазі, коли існує певний вектор очікуваної дохідності Π , який відповідає цим вагам.

На ділі фактично очікувані норми дохідності активів безпосередньо не спостерігаються. Однак їх можна реконструювати зі структури ринкового портфеля, використовуючи так звані імпліцитні рівноважні дохідності. Це основна ідея моделі Блека-Літтермана: замість прогнозування норм дохідності, інвестор дізнається про них із ринку.

Рівноважні дохідності визначаються формулою:

$$\Pi = \delta \Sigma \omega_m,$$

де:

- Π - вектор очікуваної дохідності;
- δ - коефіцієнт ризик-аверсії (risk aversion parameter);
- Σ - матриця коваріацій дохідностей активів;
- ω_m - ваги активів у ринковому портфелі [3].

Економічний сенс цієї формули полягає в тому, що активи з більшою часткою в ринковому портфелі та / або більшою коваріацією з іншими активами мають пропонувати відповідну премію за ризик. Тому Π представляє норму дохідності, на якій ринок наполягає, задля підтримки поточного розподілу капіталу між активами.

Параметр δ є важливим елементом рівноважної моделі, адже він показує загальний рівень схильності інвесторів до ризику на ринку. У моделі САРМ цей параметр можна оцінити на основі ринкової премії за ризик та дисперсії ринкового портфеля:

$$\delta = \frac{E(R_m) - R_f}{\sigma_m^2},$$

де:

- $E(R_m)$ - очікувана дохідність ринкового портфеля;
- R_f - безризикова ставка;
- σ_m^2 - дисперсія дохідності ринкового портфеля.

Фактично δ визначає, наскільки «агресивно» ринок оцінює ризик, а саме: чим вище значення δ , тим вища премія за ризик «вбудовується» в ціну актива. Це особливо важливо в сучасному нестабільному економічному та геополітичному середовищі, коли ринкові очікування можуть суттєво коригуватись кризовими факторами, які регулярно виникають на світовій «арені» [22, 32, 37].

Побудова базового портфеля на основі ринкової рівноваги є основою для напівпасивного управління інвестиційним портфелем. Інвестор має початкову структуру, яка відображає сукупні ринкові очікування. Ця структура є більш об'єктивною, ніж суб'єктивні прогнози аналітиків чи управляючих фондами. Це дає змогу інвестору:

- запобігати уникненню екстремальних та нестабільних результатів, типових для оптимізації Гаррі Марковіца [10, 11];
- зменшувати ризик при неправильному прогнозуванні очікуваної дохідності;
- застосовувати ринок як точку відліку;
- адаптувати свій портфель відповідно до своїх потреб, не порушуючи при цьому його структуру.

Базовий портфель у моделі Блека-Літтермана виконує роль «якоря», який стабілізує процес оптимізації та забезпечує реалістичність ваг. Даний метод забезпечує міцну базу для подальшого етапу в роботі з моделлю - додавання інвесторських поглядів та включення їх в процес оптимізації.

3.3. Формування інвесторських поглядів

Традиційний критерій визначення ефективності інвестицій - це зміна курсу акцій або ж різниця між ціною, яку інвестор заплатив при купівлі активу, та ринковою ціною на сьогоднішній момент. В довгостроковій перспективі коливання цін акцій повинні приблизно відповідати зміні вартості самої компанії. Однак, протягом короткого проміжку часу в результаті великої кількості алогічних причин, курс акцій може значно відхилятися від вартості компанії і в напрямку зниження, і в напрямку підвищення. Проблема ж досі полягає в тому, що більшість інвесторів використовують коливання курсу акцій для оцінки успіху чи неспроможності їх підходу до інвестицій, навіть якщо ці коливання пов'язані не зі зміною вартості бізнесу, а з очікуванням реакції на них інших інвесторів. Тому, при оцінці активу дуже важливо залишати холодний розум та не потурати стадному інстинкту, а раціонально оцінювати компанію зі сторони власника компанії, адже, купуючи акції, інвестор стає співвласником бізнесу. Тут важливо і добре розуміти бізнес компанії, і фінансові показники, і, навіть, наскільки хороші менеджери управляють даною компанією, а також обов'язково вивчати темпи економічного розвитку компанії [16].

Процес формування інвесторських поглядів у рамках моделі Блека-Літтермана не є продуктом суб'єктивної інтуїції, а являє собою складний процес синтезу фундаментального аналізу та макроекономічного прогнозування. У контексті напівпасивного управління цей етап виконує функцію «інформаційного фільтра», який дозволяє відокремити фундаментальні тренди від ринкового шуму.

Основним фундаментом для побудови вектору прогнозів (Q) у даному дослідженні виступає поєднання двох аналітичних підходів, а саме:

1. Фундаментальний аналіз. Базуючись на тезі про інвестора як співвласника бізнесу, аналіз фокусується на здатності компаній (або галузевих секторів) генерувати вільний грошовий потік у майбутньому. Це включає оцінку операційної ефективності менеджменту, стійкості конкурентних переваг та аналіз фінансової стійкості. Саме такий підхід дозволяє сформувати обґрунтовану думку про внутрішню вартість активу, яка в короткостроковій перспективі може ігноруватися ринком, але неминуче проявиться в довгостроковій.
2. Макроекономічний аналіз. Враховує вплив глобальних чинників, таких як динаміка відсоткових ставок центральних банків, інфляційні очікування та геополітичні ризики. Наприклад, в сучасних умовах формування поглядів на технологічний сектор неможливе без врахування циклів капітальних інвестицій у штучний інтелект, тоді як погляди на енергетичний сектор чи золото прямо корелюють із рівнем глобальної напруженості та станом торговельних балансів.

Методологічно формування поглядів у моделі завершується їх формалізацією через матрицю селекції (P) та вектор прогнозів (Q). Матриця P ідентифікує конкретні активи або їх комбінації, на які спрямована увага інвестора, тоді як вектор Q кількісно виражає очікувану дохідність. Ключовим моментом тут є те, що напівпасивний інвестор не намагається прогнозувати дохідність кожного активу в портфелі. Замість цього він зосереджується на обмеженій кількості «сильних сигналів», де він володіє інформаційною або аналітичною перевагою, залишаючи решту активів у стані ринкової рівноваги.

Такий підхід вирішує фундаментальну проблему Garbage In, Garbage Out, яка характерна для класичної моделі Гаррі Марковіца. Шляхом встановлення індивідуальних рівнів впевненості для кожного погляду, інвестор математично обмежує вплив власних когнітивних упереджень. Це

перетворю формування поглядів на процес керованої суб'єктивності, де кожне відхилення від ринкових ваг має бути жорстко аргументоване або фінансовими метриками, або стійкими макроекономічними закономірностями.

У даному дослідженні інвесторські погляди відображають стратегічне бачення розвитку ключових секторів економіки, а також захисних активів, базуючись на аналізі їх поточної недооціненості або очікуваної реакції на зміну монетарної політики.

Також варто зауважити, що в межах даного дослідження не було поставлено за мету проведення вичерпного фундаментального аналізу кожного окремого сектору економіки або детального прогнозування макроекономічних показників. Основний акцент роботи зосереджений на методології моделі Блека-Літтермана та дослідженні механізму її практичного застосування. Цікавить насамперед те, як змінюється алокація активів у портфелі при інтеграції суб'єктивних інвесторських очікувань та як різні рівні впевненості у цих прогнозах впливають на кінцеву структуру напівпасивного портфеля порівняно з ринковою рівновагою.

Відносні погляди, на противагу абсолютним, в рамках моделі Блека-Літтермана дозволяють більш точно відобразити структуру переваг інвестора, не виходячи за межі сформованої емпіричної бази з 15 активів. Оскільки в даній роботі S&P 500 не виступає окремим торговим інструментом, а лише орієнтиром ринкової рівноваги, використання внутрішніх пар активів є більш методологічно обґрунтованим підходом. Це відповідає логіці А. Меуччі, який зазначав, що відносні погляди мінімізують вплив загальноринкового шуму та концентруються на «альфі» - надлишковій дохідності конкретних секторів [29]. У даному дослідженні станом на грудень 2023 року ключовим вектором аналізу став розрив між технологічним драйвером зростання та циклічним тиском на енергетичний сектор, що дозволяє сформувати стійку матрицю P .

Перший стратегічний погляд базується на очікуваному випередженні технологічним сектором (XLK) енергетичного сектору (XLE) на рівні 7,0% річних. Такий значний розрив обґрунтовується структурною дивергенцією фундаментальних показників: у той час як очікуване зростання прибутку на акцію (EPS) для лідерів ІТ-галузі, зокрема «Чудової сімки», перевищувало 20%, енергетичний сектор демонстрував ознаки циклічного переохолодження [12]. Фундаментальним каталізатором для технологічного сектору виступає революція генеративного штучного інтелекту, яка за оцінками Goldman Sachs перейшла від стадії концептуальних очікувань до стадії реальної монетизації та формування вільного грошового потоку такими гігантами, як NVIDIA та Microsoft [15]. Водночас, енергетичний сектор у грудні 2023 року зіткнувся з профіцитом пропозиції через рекордний видобуток у США (13,2 млн барелів на добу) та слабку виробничу активність у Китаї, що підтверджується значеннями індексу PMI нижче 50 пунктів [19].

Другий відносний погляд фокусується на золоті як захисному активі, що має випередити енергетичний сектор на 5,5%. Дане очікування базується на зміні макроекономічного ландшафту наприкінці 2023 року, коли ринок активно почав закладати «голубиний розворот» ФРС США. Згідно з аналітикою BlackRock Investment Institute, золото демонструє сильну від'ємну кореляцію з реальною дохідністю 10-річних облігацій, яка стрімко впала з пікових значень жовтня 2023 року [4]. Зниження альтернативної вартості володіння металом у поєднанні з геополітичною премією через конфлікти на Близькому Сході та в Україні створює «жорстку підлогу» для ціни золота. На противагу цьому, енергетичні активи залишаються під тиском дефляційних ризиків у Єврозоні, що робить золото привабливішим інструментом для збереження капіталу в умовах невизначеності [41].

Третій погляд фіксує відносну перевагу технологічного сектору над золотом на рівні 1,5%. Хоча обидва активи є бенефіціарами зниження

відсоткових ставок, їхня внутрішня природа ризику суттєво відрізняється. Технологічні акції, за визначенням З. Боді, мають високу дюрацію власного капіталу, що робить їх найбільш чутливими до зниження дисконтних ставок. У періоди, коли інфляція сповільнюється, але економіка уникає глибокої рецесії, акції зростання історично демонструють кращу динаміку, ніж консервативне золото. Така комбінація поглядів дозволяє моделі Блека-Літтермана збалансувати портфель між агресивним зростанням та макроекономічним хеджуванням, уникаючи екстремальних концентрацій, властивих класичній оптимізації Г. Марковіца [30].

Для математичної реалізації цих відносних поглядів у рамках моделі Блека-Літтермана використовується підхід Томаса Ідзорека. У класичній моделі Блека-Літтермана інвестор має самостійно визначити значення матриці Ω (коваріація помилок поглядів), що є вкрай складним завданням через відсутність прямої ринкової інтерпретації цих чисел.

Метод Ідзорека дозволяє обійти цю проблему, вводячи інтуїтивно зрозумілий параметр - рівень впевненості (Confidence Level) у відсотках. Якщо інвестор впевнений у зростанні технологічного сектору на 75%, алгоритм Ідзорека автоматично розрахує відповідне значення дисперсії помилки ω таким чином, щоб відхилення ваги активу від ринкової було пропорційним цій впевненості. Це забезпечує стійкість моделі до помилок у прогнозах та дозволяє уникнути радикальних змін у портфелі, які часто виникають при звичайній оптимізації за Гаррі Марковіцем.

В рамках даного дослідження вирішено для погляду XLK vs. XLE встановити найвищий рівень впевненості у розмірі 75%, що зумовлено чітким розривом у темпах зростання EPS, тоді як для пари XLE vs. GLD встановити рівень впевненості помірним (50%) через спільну залежність активів від динаміки реальних ставок. Для третього погляду - XLK vs. GLD - вирішено встановити низький рівень впевненості - 25%. Цей погляд є найменш однозначним серед трьох, оскільки XLK та GLD мають спільний

драйвер - реальні ставки та очікування монетарного пом'якшення. У разі впровадження «голубиноного» сценарію, технологічний сектор дійсно може випереджати золото завдяки високій дюрації грошових потоків і ефекту переоцінки мультиплікаторів. Проте золото зберігає сильну роль як захисний актив і може показати кращу динаміку за умов посилення геополітичних ризиків або рецесійних очікувань.

3.4. Застосування моделі Блека-Літтермана для корекції структури портфеля

Практична реалізація моделі Блека-Літтермана в рамках даного дослідження базується на принципі послідовної корекції «нейтрального» ринкового портфеля. На відміну від традиційних моделей, де інвестор змушений самостійно визначати всі параметри дохідності, архітектура моделі Блека-Літтермана дозволяє нам розпочати з точки ринкової рівноваги, яка відображає консенсус-прогноз усіх учасників ринку. Подібний підхід до фінансового моделювання та оцінки інвестиційних рішень детально розглядається у праці Стівена Беннінги, де акцентується увага на практичному застосуванні моделей оптимізації портфеля та аналізі ризику в умовах невизначеності [2].

Для проведення експерименту та подальшого бектесту було обрано три ключові інструменти, які репрезентують різні економічні цикли та типи ризику:

1. Інформаційні технології (XLK) - як представник сектору зростання.
2. Енергетика (XLE) - як циклічний сектор, що залежить від вартості сировини.
3. Золото (GLD) - як захисний актив для нейтралізації ринкової волатильності.

Процес дослідження розділений на два етапи. На першому етапі формується «нейтральний» портфель. У цьому сценарії вектор очікуваних дохідностей базується виключно на оберненій оптимізації (implied equilibrium returns), де ваги активів відповідають їхній ринковій капіталізації, а інвестор не має жодних специфічних поглядів. Це дозволяє створити об'єктивну базу для порівняння, яка показує результати напівпасивного підходу за умови повної довіри до ринкових механізмів.

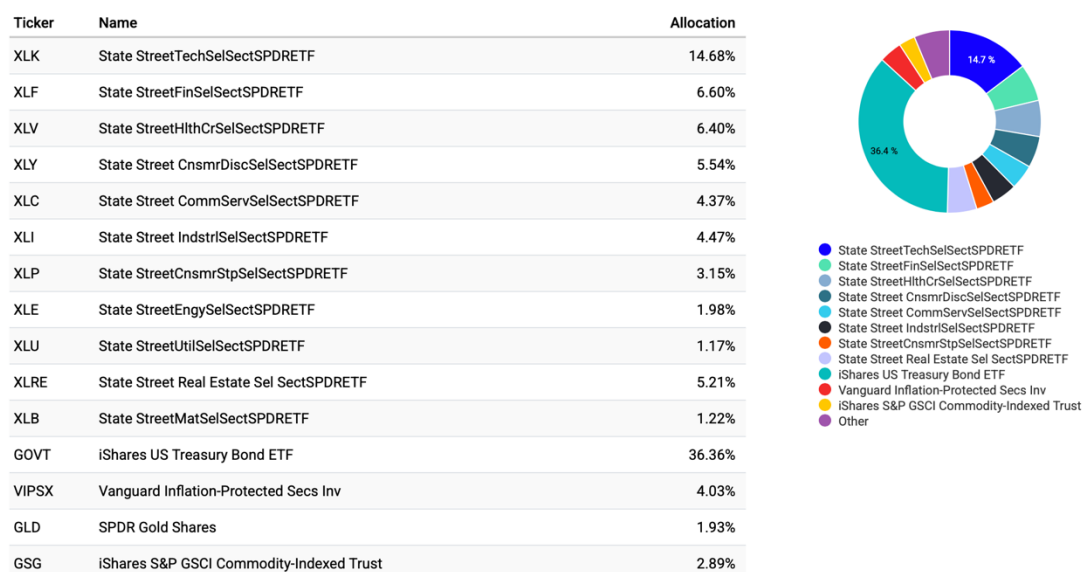
Другий етап передбачає безпосередню корекцію структури портфеля через впровадження авторських інвесторських поглядів, сформованих у попередньому підпункті. За допомогою математичного апарату моделі, суб'єктивні прогнози щодо ІТ-сектору, енергетики та золота інтегруються у вектор ринкової рівноваги. Це призводить до перерахунку ваг активів: модель автоматично збільшує частку тих інструментів, щодо яких інвестор має оптимістичні погляди, і, відповідно, зменшує частку тих, де очікується стагнація, зберігаючи при цьому загальну диверсифікацію.

Для оцінки того, наскільки корекція була виправданою, буде проведено бектест - ретроспективний аналіз поведінки обох варіантів портфеля на історичних даних. Це дозволить наочно продемонструвати різницю між «чистою» ринковою стратегією та стратегією, скоригованою за допомогою моделі Блека-Літтермана, через порівняння показників кумулятивної дохідності, максимальної просадки, стандартного відхилення та коефіцієнта Шарпа.

Для переходу до практичної частини дослідження необхідно встановити «нульову» точку - нейтральний портфель, сформований на принципах ринкової рівноваги. У межах досліджуваної моделі, цей портфель складається з активів, де кожна позиція має вагу, пропорційну її ринковій капіталізації. Такий підхід дозволяє отримати вектори очікуваної дохідності, що вже закладені ринком у ціну активів, без впливу суб'єктивних поглядів. Нижче наведено структуру нейтрального портфеля

та результати його бектесту на обраному часовому інтервалі. Аналіз цих показників є критично важливим, оскільки вони виступатимуть бенчмарком для оцінки ефективності напівпасивної стратегії за моделлю Блека-Літтермана, яка буде сформована на наступному етапі.

Рисунок 3.1. Структура «нейтрального» портфеля



Джерело: Розраховано авторкою на основі даних Portfolio Visualizer [34]

Бектест «нейтрального» портфеля за період з липня 2018 року по грудень 2023 року показав, що стратегія, побудована на ринковій рівновазі без інтеграції суб'єктивних поглядів інвестора, забезпечила стабільний, але помірний результат. Середньорічна дохідність (CAGR) склала 8,50%, а рівень ризику (стандартне відхилення) - 11,22%.

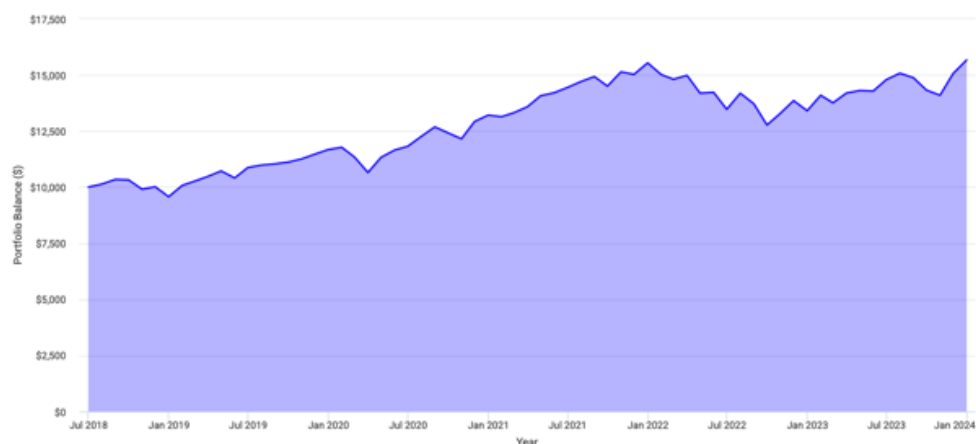
Максимальна просадка портфеля становила 17,83%, з чого стає зрозумілим, що в певні періоди портфель відчутно втрачав у вартості. Коефіцієнт Шарпа показав результат 0,62, що свідчить про прийнятне співвідношення дохідності та ризику. Значення коефіцієнту β (0,57) показує, що портфель коливався менш різко, ніж ринок в цілому, що частково пояснюється присутністю золота як захисного активу.

Рисунок 3.2. Результати бектесту «нейтрального портфеля»,
період з липня 2018 року по грудень 2023 року

Metric	Sample Portfolio
Start Balance	\$10,000
End Balance	📈 \$15,667
Annualized Return (CAGR)	📈 8.50%
Standard Deviation	11.22%
Best Year	21.95%
Worst Year	-13.74%
Maximum Drawdown	📉 -17.83%
Sharpe Ratio	0.62
Sortino Ratio	0.94

Джерело: Розраховано авторкою на основі даних Portfolio Visualizer [34]

Рисунок 3.3. Зростання вартості «нейтрального» портфеля, період з липня
2018 року по грудень 2023 року



Джерело: Розраховано авторкою на основі даних Portfolio Visualizer [34]

На наступному етапі дослідження до «нейтрального» портфеля додаються суб'єктивні погляди інвестора щодо очікуваної дохідності обраних активів. У середовищі Portfolio Visualizer ці погляди задаються у вигляді прогнозів або припущень щодо майбутньої поведінки технологічного та енергетичного секторів, а також захисного активу у вигляді золота. До кожного припущення також вказується рівень впевненості інвестора у ньому, що може суттєво впливати на фінальну алокацію портфеля. Модель Блека-Літтермана поєднує ці припущення з

ринковими очікуваннями та формує оновлений вектор очікуваних дохідностей. В результаті відбувається перерахунок ваг портфеля, що відображає баланс між ринковою рівновагою та інвесторськими прогнозами.

Рисунок 3.4. Впровадження суб'єктивних поглядів інвестора в «нейтральний портфель» за моделлю Блека-Літтермана

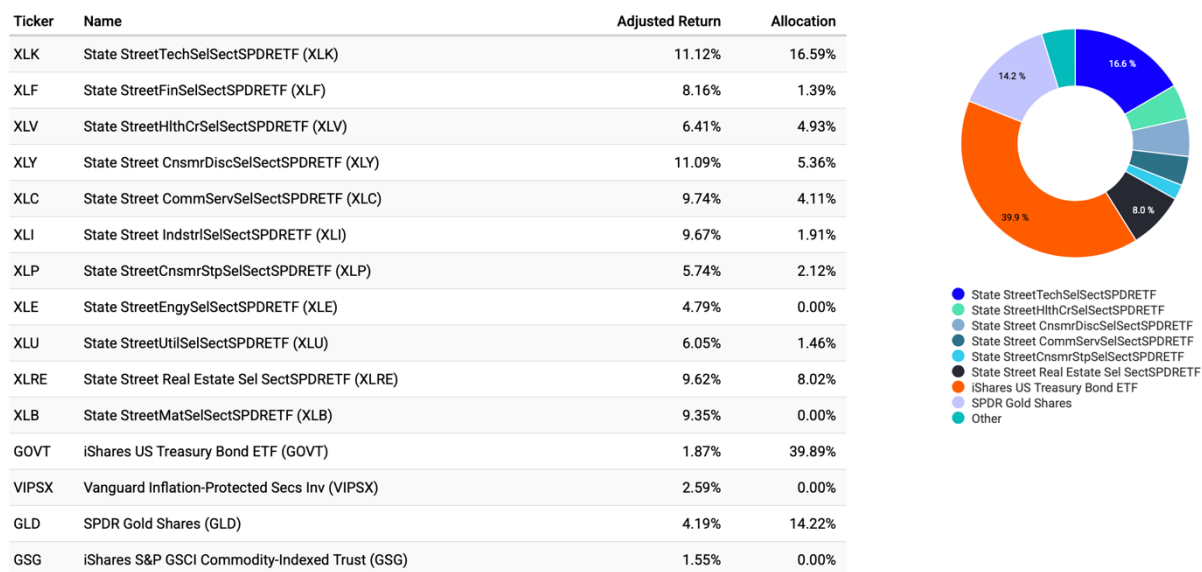
Asset 1	View		Value		Confidence
State StreetTechSelSectSPDRETF ▾	will outperform (->) ▾	State StreetEngySelSectSPDRETF ▾	7.00	%	75% ▾
SPDR Gold Shares ▾	will outperform (->) ▾	State StreetEngySelSectSPDRETF ▾	5.50	%	50% ▾
State StreetTechSelSectSPDRETF ▾	will outperform (->) ▾	SPDR Gold Shares ▾	1.50	%	25% ▾

Джерело: Розраховано авторкою на основі даних Portfolio Visualizer [34]

Оптимізований портфель, сформований за моделлю Блека-Літтермана з урахуванням суб'єктивних інвесторських поглядів, суттєво відрізняється від нейтрального ринкового розподілу. Модель збільшила частку технологічного сектору до 16,59%, що відображає позитивні очікування щодо його майбутньої дохідності. Натомість, частку інструментів, щодо яких прогноз був нейтральним або негативним, взагалі було виключено з портфеля. Це свідчить про те, що модель спрямувала капітал у більш перспективні активи, зменшуючи експозицію до секторів із нижчим очікуваним капіталом.

У результаті оптимізації модель сформувала портфель із очікуваною дохідністю 5,78% та річним рівнем ризику 9,43%, при цьому сумарна алокація капіталу становить 100%, що підтверджує повне інвестування доступних коштів у вибрані активи.

Рисунок 3.5. Оптимізований портфель після впровадження суб'єктивних поглядів інвестора



Джерело: Розраховано авторкою на основі даних Portfolio Visualizer [34]

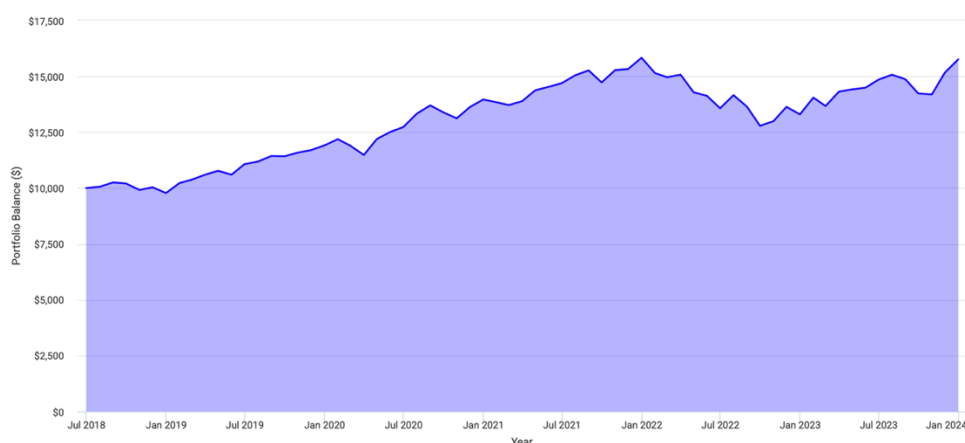
Результати бектесту портфеля після додавання суб'єктивних поглядів інвестора демонструють покращення ключових показників ефективності порівняно з «нейтральним» портфелем. Середньорічна дохідність зросла до 8,63%, що свідчить про позитивний ефект від застосування моделі Блека-Літтермана та корекції структури портфеля. Одночасно рівень ризику знизився: стандартне відхилення становить 10,25%, що є меншим значенням в порівнянні з базовим сценарієм (11,22%). Максимальна просадка портфеля в розмірі 19,24% означає, що в кризові періоди портфель зазнавав значного зниження вартості. Водночас коефіцієнт Шарпа зріс до 0,68%, що вказує на більш ефективне співвідношення дохідності та ризику. Показник β знизився до 0,47, що підтверджує зменшення залежності портфеля від загальних ринкових коливань і посилення його захисного характеру після інтеграції інвесторських поглядів.

Рисунок 3.6. Результати бектесту портфеля після додавання суб'єктивних поглядів інвестора, період з липня 2018 року по грудень 2023 року

Metric	Sample Portfolio
Start Balance	\$10,000
End Balance	📈 \$15,763
Annualized Return (CAGR)	📈 8.63%
Standard Deviation	10.25%
Best Year	21.81%
Worst Year	-16.00%
Maximum Drawdown	📉 -19.24%
Sharpe Ratio	0.68
Sortino Ratio	1.07

Джерело: Розраховано авторкою на основі даних Portfolio Visualizer [34]

Рисунок 3.7. Зростання вартості портфеля після додавання суб'єктивних поглядів інвестора, період з липня 2018 року по грудень 2023 року



Джерело: Розраховано авторкою на основі даних Portfolio Visualizer [34]

Отримані результати бектесту підтверджують практичну доцільність застосування моделі Блека-Літтермана як інструменту напівпасивного формування портфеля. Порівняння нейтрального портфеля, побудованого на основі ринкової рівноваги, та портфеля, скоригованого з урахуванням суб'єктивних поглядів інвестора, демонструє, що введення авторських прогнозів дозволяє не лише змінити структуру активів, але й покращити загальні характеристики співвідношення ризику та дохідності. Загальний

результат показує, що модель Блека-Літтермана дозволяє більш раціонально перерозподіляти капітал між активами та підвищувати якість портфельних рішень без переходу до повністю активного управління.

Проведений аналіз демонструє, що напівпасивний підхід із використання моделі Блека-Літтермана є ефективним компромісом між класичною ринковою стратегією та активним прогнозуванням. Він дозволяє поєднати ринковий консенсус із суб'єктивними поглядами інвестора, зберігаючи диверсифікацію портфеля та підвищуючи його ефективність у межах заданого рівня ризику. Це підтверджує практичну цінність моделі для формування інвестиційного портфеля в сучасних умовах.

3.5. Ризики суб'єктивізму та вплив поведінкових упереджень на результати моделювання

Процес побудови інвестиційного портфеля з використанням моделі Блека-Літтермана є одним із найбільш прогресивних методів у сучасному портфельному управлінні, оскільки він дозволяє подолати проблему вхідних даних, характерну для класичної моделі Гаррі Марковіца. Але додаючи суб'єктивні погляди інвестора в математичну структуру ринкової рівноваги, модель відкриває шлях для специфічних ризиків, які пов'язані з людським фактором. Напівпасивне формування інвестиційного портфеля побудоване на припущенні, що інвестор або аналітик володіє унікальною інформацією або експертизою, яка дозволяє йому «обіграти» ринок. Однак фундаментальні дослідження в галузі поведінкових фінансів, як-от праці Даніеля Канемана та Амоса Тверські, говорять про те, що людські судження систематично відхиляються від раціональності під впливом когнітивних упереджень [21]. В умовах застосування моделі Блека-Літтермана ці відхилення трансформуються в некоректні параметри матриці Ω та вектора

Q , що може призвести до просто катастрофічних помилок у розподілі активів.

Основним та найбільш небезпечним упередженням в даному контексті є ефект надмірної впевненості. Це явище полягає в тому, що експерти схильні переоцінювати точність власних прогнозів та недооцінювати ймовірність альтернативних сценаріїв розвитку подій. В рамках моделі Блека-Літтермана впевненість інвестора формалізується через матрицю Ω , де кожен діагональний елемент відображає дисперсію помилки відповідного погляду. Якщо інвестор перебуває під впливом надмірної впевненості, він встановлює аномально низькі значення дисперсії, фактично стверджуючи, що його прогноз майже безпомилковий. Математичний апарат моделі сприймає це як сигнал до радикальної реструктуризації портфеля. Як наслідок, замість збалансованого напівпасивного портфеля інвестор отримує агресивно сконцентровану позицію в одному або декількох активах. Дослідження показують, що така концентрація рідко виправдовує себе в довгостроковій перспективі, бо вона руйнує ефект диверсифікації, який є головним запобіжником від системних ризиків [39].

Другим за рівнем впливу є упередження підтвердження, яке змушує аналітика шукати та інтерпретувати інформацію таким чином, щоб вона підтримувала його існуючу гіпотезу. При формуванні вектора поглядів Q інвестор може свідомо чи підсвідомо ігнорувати макроекономічні звіти або корпоративні новини, які суперечать його баченню. До прикладу, якщо інвестор переконаний у зростанні технологічного сектору, він надаватиме перевагу позитивним фінансовим результатам компаній, при цьому ігноруючи сигнали про те, що ринок перегрітий і т.ін. Це призводить до формування зміщених прогнозів, які модель Блека-Літтермана механічно інтегрує в інвестиційний портфель. Ризик полягає в тому, що математична строгість моделі створює ілюзію об'єктивності, хоча насправді

«фундамент» розрахунків підірваний суб'єктивним викривленням інформації [35].

Окремої уваги заслуговує ефект недавніх подій, який викривлює сприйняття часових горизонтів інвестування. Аналітики не рідко перебувають під емоційним впливом останніх ринкових рухів: якщо ринок зростав протягом останніх кількох місяців, вони схильні екстраполювати цей тренд у майбутнє, виражаючи високу впевненість у подальшому зростанні. У контексті напівпасивного управління це створює ризик інерційного моделювання, коли суб'єктивні погляди в моделі Блека-Літтермана стають не випереджаючими, а запізнілими. Це змушує інвестора збільшувати частку активів на піку їхньої вартості, що прямо суперечить ідеї раціонального розподілу активів. Поєднання цього упередження з ефектом знайомості - схильністю надавати перевагу активам своєї країни або компаніям з відомими брендами - призводить до формування географічно та секторально незбалансованих портфелів, де суб'єктивні симпатії переважають над математичним очікуванням доходності [40].

Психологічна природа неприйняття втрат також суттєво спотворює результати моделювання. Інвестори відчують біль від збитків приблизно вдвічі сильніше, ніж задоволення від аналогічного прибутку. У моделі Блека-Літтермана це проявляється у асиметрії формування поглядів: аналітики часто вагаються виражати песимістичні погляди (про падіння ціни), особливо якщо вони вже мають цей актив в портфелі. Це породжує ефект прихильності до статус-кво, коли інвестор утримує неефективні позиції, штучно завищуючи рівень впевненості в їхньому відновленні. Таким чином, напівпасивна стратегія втрачає свою динамічність, перетворюючись на інструмент утримання психологічно комфортних, але економічно невиправданих позицій.

Важливо розуміти, що сама по собі модель Блека-Літтермана є нейтральною, проте її чутливість до параметру впевненості робить її підсилювачем людських помилок. У науковій спільноті існує дискусія щодо того, як мінімізувати ці ризики. Одним із ключових інструментів об'єктивізації є методика Томаса Ідзорека, яка дозволяє інвестору виражати впевненість не через абстрактні значення дисперсії, а через інтуїтивно зрозумілі рівні впевненості, виражені у відсотках [18]. Це змушує інвестора порівнювати свій погляд із граничними станами впевненості, що діє як психологічний якор і допомагає уникнути крайніх значень. Застосування алгоритму Ідзорека дозволяє автоматично коригувати матрицю Ω таким чином, щоб відхилення від ринкових ваг було пропорційним реальній експертній силі прогнозу, а не емоційному стану аналітика.

Проте навіть найдосконаліші методи калібрування не здатні повністю усунути ризики, якщо в організації інвестиційного процесу відсутня культура «інтелектуальної чесності». Для напівпасивного формування портфеля це означає необхідність впровадження жорстких протоколів верифікації поглядів. Кожен суб'єктивний погляд, що вводиться в модель, має базуватися на верифікованих даних та проходити процедуру стрес-тестування. Якщо зміна рівня впевненості на 5-10% радикально змінює структуру портфеля, це є ознакою того, що модель стала занадто чутливою до суб'єктивізму. В таких випадках необхідно переглядати коефіцієнт масштабування τ , який, згідно з дослідженнями Меуччі, має виступати як зовнішній обмежувач впливу поглядів на фінальну алокацію капіталу.

Результати моделювання в рамках підходу Блека-Літтермана є продуктом не лише математичних формул, а й складної взаємодії когнітивних процесів. Напівпасивне управління вимагає від інвестора високого рівня саморефлексії та розуміння власних поведінкових пасток. Ризики суб'єктивізму - це ціна, яку інвестор платить за можливість відхилитись від пасивного ринкового індексу в надії на вищу доходність.

Врахування цих ризиків у дослідницькій частині роботи дозволяє зробити висновок, що ефективність моделі Блека-Літтермана в сучасних умовах визначається не стільки складністю алгоритмів, скільки якістю контролю за поведінковими викривленнями на етапі підготовки вхідних даних. Тільки за умови поєднання математичної дисципліни з психологічною об'єктивністю можна досягти стабільних результатів, які відповідають цілям напівпасивного інвестування [5].

ВИСНОВКИ

У межах магістерської роботи було досліджено теоретичні та практичні аспекти напівпасивного формування інвестиційного портфеля з використанням моделі Блека-Літтермана як інструменту оптимізації структури активів в умовах сучасної економіки. Актуальність теми зумовлена необхідністю пошуку збалансованих підходів до управління капіталом у середовищі підвищеної волатильності фінансових ринків, геополітичних ризиків та обмеженої прогнозованості макроекономічних факторів.

У процесі виконання роботи було встановлено, що традиційні моделі портфельної оптимізації, зокрема класична модель Гаррі Марковіца, попри фундаментальність, мають низку суттєвих обмежень. Основними серед них є висока чутливість до параметрів очікуваної дохідності та коваріаційної матриці, а також схильність формувати «екстремальні» портфелі, які на практиці є важко реалізованими та часто не відповідають реальній поведінці інвестора. Це особливо актуально в умовах сучасних ринків, де дані минулих періодів не завжди відображають майбутні тенденції, а поведінкові фактори та інформаційні перекоси впливають на ціноутворення.

Провівши дослідницьку роботу, авторка допускає, що модель Блека-Літтермана є більш адаптивним підходом, який дозволяє інтегрувати ринковий консенсус (імпліцитну рівноважну дохідність) та суб'єктивні очікування інвесторів у єдину математичну структуру. Це забезпечує отримання більш стабільних оцінок очікуваної дохідності, що підвищує практичну ефективність оптимізації портфеля та зменшує ризик формування надмірно концентрованих позицій.

В результаті проведеного аналізу авторка припускає, що напівпасивний підхід до управління портфелем є компромісним рішенням між пасивним інвестуванням, яке орієнтується на ринок та мінімізацію трансакційних витрат, та активним управлінням, яке передбачає регулярне прийняття інвестиційних рішень на основі прогнозів. Напівпасивна стратегія дозволяє інвестору зберігати основу портфеля у вигляді ринкового бенчмарку, але водночас коригувати структуру активів відповідно до обґрунтованих очікувань щодо окремих секторів чи інструментів. Це робить її особливо доречною для довгострокового інвестування, де головним завданням є не спекулятивне зростання, а стабільне накопичення капіталу.

Практична частина роботи показала, що використання моделі Блека-Літтермана дозволяє підвищити якість портфельних рішень за рахунок більш логічного співвідношення ризику та дохідності. Результати моделювання показали, що портфель, сформований на основі поєднання ринкової рівноваги та інвесторських поглядів, демонструє більш збалансовану структуру та нижчу волатильність, а також має потенціал кращого співвідношення Sharpe Ratio в довгостроковій перспективі.

В умовах, коли інформаційне поле перенасичене, а фінансові рішення часто приймаються під впливом когнітивних упереджень, модель Блека-Літтермана може розглядатися не лише як математичний інструмент, а і як спосіб дисциплінованого формування інвестиційної позиції. Її структура змушує інвестора чітко формулювати власні очікування, оцінювати рівень впевненості в них та співвідносити ці очікування з ринковою логікою. В результаті зменшується ризик емоційних рішень і підвищується обґрунтованість інвестиційної політики.

Проведене дослідження також дозволило зробити висновок, що напівпасивне формування портфеля на основі моделі Блека-Літтермана є перспективним інструментом для приватних інвесторів, зокрема тих, хто

розглядає інвестування як довгостроковий механізм забезпечення фінансової стабільності та захисту капіталу. Особливо актуальним це є в контексті старіння населення, нестабільності пенсійних систем та необхідності формування особистого фінансового резерву на майбутнє. Інвестиційний портфель у цьому випадку виступає не просто способом отримання доходу, а інструментом створення фінансової незалежності в старшому віці.

У результаті виконання магістерської роботи поставлені цілі були досягнуті, а завдання - виконані в повному обсязі. Було систематизовано теоретичні основи портфельної оптимізації, досліджено специфіку напівпасивного інвестування, проаналізовано модель Блека-Літтермана та обґрунтовано її переваги у порівнянні з класичними підходами. Практичне моделювання показало, що модель можна використовувати як ефективний механізм управління портфелем в сучасних економічних умовах.

Подальші перспективи дослідження можуть бути пов'язані з адаптацією моделі Блека-Літтермана до умов локальних ринків, використанням альтернативних джерел даних (макроіндикаторів, факторних моделей, поведінкових індикаторів), а також поєднання даної моделі з підходами машинного навчання для більш гнучкого формування інвесторських очікувань. Доцільним є також розширення дослідження на мультивалютні портфелі та врахування специфічних ризиків, таких як інфляційні та валютні шоки, що є особливо релевантним для економік з нестабільною фінансовою системою.

На завершення можна сказати, що модель Блека-Літтермана у межах напівпасивного підходу є ефективним та методологічно обґрунтованим інструментом формування портфеля, який дозволяє інвестору зменшити ризики, підвищити стабільність результатів і забезпечити більш прогнозований шлях до довгострокового фінансового добробуту.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Про інвестиційну діяльність : Закон України від 18.09.1991 № 1560-XII (редакція від 31.10.2025). URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/1560-12#Text>.
2. Benninga S. Financial Modeling. - 4th ed. - Cambridge, MA : MIT Press, 2014. - 992 p.
3. Black F., Litterman R. Global Portfolio Optimization // Financial Analysts Journal. - 1992. - Vol. 48. - P. 28-43.
4. BlackRock Investment Institute. 2024 Global Outlook: Grab the Wheel. - 2023.
5. Bodie Z., Kane A., Marcus A. J. Investments. - 12th ed. - New York : McGraw-Hill Education, 2021. - 1080 p.
6. Brunel J.-L. Integrated Wealth Management: The New Direction for Portfolio Managers. - New York : Bloomberg Press, 2006. - 496 p.
7. Carhart M. M. On Persistence in Mutual Fund Performance // The Journal of Finance. - 1997. - Vol. 52, No. 1. - P. 57-82.
8. Cayirli T. Portfolio Optimization and the Black-Litterman Model: A Practical Guide // Working Paper. - 2018.
9. Da Silva A. S., Lee W., Pornrojnangkool B. The Black-Litterman Model for Active Portfolio Management // Journal of Portfolio Management. - 2009. - Vol. 35, No. 2. - P. 61-70.
10. Elton E. J., Gruber M. J., Brown S. J., Goetzmann W. N. Modern Portfolio Theory and Investment Analysis. - 9th ed. - Hoboken : John Wiley & Sons, 2014. - 912 p.
11. Fabozzi F. J., Kolm P. N., Pachamanova D. A., Focardi S. M. Robust Portfolio Optimization and Management. - Hoboken : John Wiley & Sons, 2007. - 728 p.
12. FactSet. Earnings Insight: S&P 500 December 2023 Report. - FactSet Research Systems, 2023.

13. Fama E., French K. Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds // Journal of Financial Economics. - 1993.
14. G. L. He, R. Litterman. The Intuition Behind the Black-Litterman Model Portfolios // Goldman Sachs Working Paper. - 1999.
15. Goldman Sachs. 2024 US Equity Outlook: All That Glitters. - Goldman Sachs Research, 2023.
16. Hagstrom Robert G. The Warren Buffett Way. - 2nd ed. - Hoboken, NJ : John Wiley & Sons, 2005.
17. He G., Litterman R. The Intuition Behind Black-Litterman Model Portfolios. - Goldman Sachs Asset Management, 1999.
18. Idzorek T. M. A Step-by-Step Guide to the Black-Litterman Model. Incorporating User-Specified Confidence Intervals. - Zephyr Associates, Inc., 2004.
19. J.P. Morgan. 2024 Energy Outlook: Balancing the Market. - J.P. Morgan Research, 2023.
20. Jones R. C., Lim D. L., Zangari P. Optimizing Portfolios with the Black-Litterman Model // Journal of Alternative Investments. - 2007. - Vol. 10, No. 3. - P. 41-49.
21. Kahneman D., Tversky A. Choices, Values, and Frames. - Cambridge University Press, 2000. - 860 p.
22. Lintner J. The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets // The Review of Economics and Statistics. - 1965. - Vol. 47(1). - P. 13-37.
23. Mankert C. The Black-Litterman Model: Mathematical and Behavioral Aspects. - Royal Institute of Technology, 2006.
24. Markowitz Harry M. Portfolio Selection. - New York : John Wiley & Sons, 1959. - 384 p.

25. Martellini L., Ziemann V. Improved Estimates of Covariance Matrices and Static Portfolio Selection // *Journal of Portfolio Management*. - 2010. - Vol. 36, No. 4. - P. 72-84.
26. Merton R. C. Lifetime Portfolio Selection under Uncertainty: The Continuous-Time Case // *The Review of Economics and Statistics*. - 1969. - Vol. 51, No. 3. - P. 247-257.
27. Merton R. C. Optimum Consumption and Portfolio Rules in a Continuous-Time Model // *Journal of Economic Theory*. - 1971. - Vol. 3, No. 4. - P. 373-413.
28. Meucci Attilio. *Risk and Asset Allocation*. - Springer, 2005.
29. Meucci Attilio. The Black-Litterman Approach: Original Model and Extensions // *Journal of Banking and Finance*. - 2008.
30. Michaud R. O., Michaud R. *Efficient Asset Management: A Practical Guide to Stock Portfolio Optimization and Asset Allocation*. - Oxford University Press, 2008.
31. Michaud Richard O. The Markowitz Optimization Enigma: Is “Optimized” Optimal? // *Financial Analysts Journal*. - 1989.
32. Mossin J. Equilibrium in a Capital Asset Market // *Econometrica*. - 1966. - Vol. 34(4). - P. 768-783.
33. Portfolio Optimisation with Portfolio Lab: Mean-Variance Optimisation. URL: <https://hudsonthames.org/portfolio-optimisation-with-portfolio-lab-mean-variance-optimisation/>.
34. Portfolio Visualizer: online service for analysis, backtesting and optimization. URL: <https://www.portfoliovisualizer.com>.
35. Pompian M. M. *Behavioral Finance and Wealth Management: How to Build Optimal Portfolios That Account for Investor Biases*. - Wiley, 2006. - 336 p.
36. Ross S. A. The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing // *Journal of Economic Theory*. - 1976. - Vol. 13, No. 3. - P. 341-360.
37. Sharpe W. F. Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk // *The Journal of Finance*. - 1964. - Vol. 19(3). - P. 425-442.

38. Sharpe W. F. Mutual Fund Performance // The Journal of Business. - 1966. - Vol. 39, No. 1. - P. 119-138.
39. Shefrin H. Beyond Greed and Fear: Understanding Behavioral Finance and the Psychology of Investing. - Oxford University Press, 2002. - 408 p.
40. Statman M. Finance for Normal People: How Behavioral Finance Can Help Your Money. - Oxford University Press, 2017. - 352 p.
41. World Gold Council. Gold Demand Trends Q4 2023. - 2023.