

Міністерство освіти і науки України
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «КИЄВО-МОГИЛЯНСЬКА АКАДЕМІЯ»

Факультет інформатики

Кафедра інформатики

КУРСОВА РОБОТА

за темою: «Застосування методу аналізу ієрархії для прийняття рішень»

Студента III курсу за спеціальністю
«Інженерія програмного
забезпечення» 121

Анташкевич Поліни Ігорівни

Науковий керівник:
кандидат технічних наук, доцент

Олецький Олексій Віталійович

Київ -2021

Зміст

Перелік прийнятих скорочень.....	3
Вступ.....	4
1. Суть та загальний огляд методу аналізу ієрархій.....	7
1.1. Теоретичні відомості	7
1.2. Поетапне застосування методу.....	9
2. Переваги та недоліки методу аналізу ієрархій.	17
2.1. Переваги.....	17
2.2. Недоліки.....	18
3. Практичне застосування методу	20
3.1. Постановка задачі	20
3.2. Розробка ієрархічної структури. Математичні розрахунки	20
3.3. Розрахунок пріоритетів для усієї ієрархії у сукупності.....	28
3.4. Метод аналізу ієрархій за допомогою програми MPRIORITY	30
Висновки.....	35
Додаток А .Таблиця 3.3. Оцінка важливості критеріїв.....	37
Список використаної літератури.....	38

Перелік прийнятих скорочень

ГП – глобальні пріоритети

ВУ – випадкова узгодженість

ВдУ – відношення узгодженості

IУ – індекс узгодженості

МАІ – метод аналізу ієрархій;

МАС – метод аналітичних мереж;

ВСТУП

З дитинства ми навчаємося вирішувати ті чи інші проблеми: обрати в магазині пластівці на сніданок, куди піти з друзями на свята, за якого кандидата в президенти чи депутати проголосувати. Сьогоднішнє життя з його постійними змінами, соціальними та економічними потрясіннями, природними катаклізмами тощо вимагає від людини швидкого вирішення різних ситуацій на кожному кроці, як у суспільному житті, так і в побуті змушує нас щодня робити вибір.

Однак, не усі проблеми вирішуються так легко, як обрання одягу у шафі, або проставлення відмітки у виборчому бюлетені. Іноді суть проблеми занадто складна, щоб прийняти рішення інтуїтивно, а критеріїв кожної альтернативи десятки або ж сотні. Можливо, хтось назве таку проблему безвихідну.

Задачі, які ставлять перед собою керівники, наприклад держави або великого бізнесу, такі як оцінка валового доходу, занадто важливі, щоб приймати рішення звичайним шляхом. Вони не мають права на помилки. Тому, задля отримання найкращого рішення або альтернативи, був винайдений ряд методів вирішення проблем, про один з яких і піде мова у цій роботі.

Метод аналізу ієрархій, або ж МАІ, був винайдений американським вченим Томасом Сааті та описаний ним у 1980 році у книзі «Прийняття рішень». Довгий час метод не був популярним, однак в останні роки із вдосконаленням самого методу, його використання набуває все більшого розповсюдження [1,2,4,6,8,9,10].

Суть методу полягає в тому, що за допомогою простих правил виконується аналіз складних проблем та варіантів їх рішень, обрання кращого варіанту в простій зрозумілій формі. МАІ дозволяє використовувати в якості критеріїв будь-які параметри, навіть ті, які неможливо оцінити в якихось одиницях виміру. В ході аналізу використовуються прості математичні розрахунки, більший ухил йде у бік досвіду експерта аніж на формули та статистичні дані [17].

Таким чином, цей метод ідеально моделює «людський» хід думок, що дозволяє обрати найоптимальніший варіант.

Враховуючи те, що правильне та своєчасне прийняття управлінських рішень здійснює значний вплив на функціонування будь-якої національної економіки, потрібно сказати, що до вивчення даної проблеми долучалося багато відомих зарубіжних та вітчизняних вчених в галузях: фінансів, інвестицій та прийняття управлінських рішень, зокрема Д. Тобін, Г. Марковіц, У. Шарп, Е. Хелферт, С. Шмідт, І.О. Бланк, О.Д. Будник, Є.О. Зенченко, М.О. Павловська, А.А. Пересада, Л.В. Овод; математики та економіко-математичного моделювання, зокрема В.В. Вітлінський, Г.І. Великоіваненко, С.М. Клименко, Ю.А. Мішура, С.І. Наконечний, М.О. Перестюк та багато інших.

Практичне використання МАІ не потребує додаткової підготовки, однак на сьогодні основи методу викладають у ряді учбових закладів: більше ста китайських вишів викладають курси по МАІ, цей метод обирають у якості предмету дослідження студенти та вчені в усьому світі, опубліковано понад тисячі наукових статей [21].

Раз в два роки проводиться Міжнародний симпозіум, присвячений методу аналізу ієрархій. Більше 90 доповідей вчених із 19 країн світу, таких як Японія, США та Німеччина, були презентовані лише в 2007 році [22].

Данна робота ставить перед собою мету проаналізувати МАІ як спосіб вирішення актуальних на сьогодні проблем, зокрема на прикладі закупівлі вакцини від COVID-19.

Розглянуті будуть наступні розділи.

1. Загальний огляд методу. Докладний розгляд кожного етапу роботи методу. Теоретичні знання.
2. Недоліки та переваги методу. Що потрібно враховувати при обранні МАІ в якості методу вирішення проблеми.
3. Практичне застосування методу. Поетапне розв'язання актуальної на сьогодні проблеми.

Робота над практичною частиною була зроблена двома способами. Перший спосіб був виконаний вручну, використовуючи тільки формули та калькулятор. Другий – за допомогою програми MPRIORITY, яка надає можливість у простому виді збирати експертні дані та візуально зрозуміло продемонструвати результат аналізу.

1. СУТЬ ТА ЗАГАЛЬНИЙ ОГЛЯД МЕТОДУ АНАЛІЗУ ІЄРАРХІЙ

1.1. Теоретичні відомості.

Метод аналізу ієрархій (англійською мовою перекладається як Analytic Hierarchy Process) широко використовується задля системного підходу у прийнятті рішень із складних проблем. Його також називають методом аналітичної ієрархії (далі - МАІ). Особливістю методу можна назвати той факт, що він не диктує особі, що приймає рішення, яке рішення є «правильним», яке «неправильним», а надає їй можливість самостійно знайти таке рішення, що найкращим чином характеризує розв'язання даної проблеми.

Суть методу, в основі якого закладена теорія ієрархічних систем та обернено-симетричних матриць, полягає в перетворенні якісних суб'єктивних оцінок спеціаліста певної галузі знань, в кількісні відносини між пріоритетами критеріїв, їх цілей, альтернатив оцінок, можливих варіацій розвитку подій, тобто в такі, що набувають об'єктивні значення. Головною відмінністю МАІ від більшості методів є те, що в його основі лежить модель природного перебігу людського мислення, що встановлює ідейний зміст і структуру певного складного завдання, і тим самим обумовлює необхідність його застосування при вирішенні задач з невизначеністю.

МАІ охоплює не тільки математичні аспекти, а також і психологічні. Метод дозволяє представити проблему у простому структурованому схематичному ієрархічному вигляді, щоб попарно порівняти кожен з варіантів рішення проблеми і обрати з них найдоречніший.

Таким чином, можна сказати, що суть методу полягає у роздрібненні проблеми на складові і поетапній праці із ними методом порівняння, тобто у декомпозиції проблеми на більш прості складові частини та подальшій обробці послідовності міркувань експерта за парними порівняннями [17].

Відповідно до термінології Т. Сааті, порівнювані об'єкти (альтернативи, критерії і т. п.) мають назву «елементи». Базовою інформацією для процесу

отримання кількісних результатів опитування експертів є матриця переваг. При цьому, по-перше, експерт дає оцінку переваги одного елемента перед іншим за дев'ятибальною шкалою, по-друге, ця шкала є шкалою відносин [16] (таблиця 1.1).

Таблиця 1.1. Шкала парних порівнянь елементів ієрархії (шкала Т. Сааті)

Ступінь важливості	Визначення	Пояснення
1	Однакова значимість	Дві різні дії вносять в досягнення цілі рівний внесок
3	Слабка значимість	Одна дія перед іншою має легку перевагу
5	Суттєва чи сильна значимість	Одна дія перед іншою має велику перевагу
7	Дуже сильна або очевидна значимість	Перевага однієї дії перед іншою дуже велика
9	Абсолютна значимість	Одна дія порівняно із іншою є абсолютно переважною
2, 4, 6, 8	Проміжні значення між сусідніми значеннями шкали	Необхідний компроміс
Зворотні величини зазначених чисел	Якщо дії i при порівнянні з дією j приписується одне із зазначених вище чисел, то дії j при порівнянні з i приписується зворотнє значення	Обґрунтоване припущення

Особливість методу Т. Сааті - зворотня симетричність оцінок. Наприклад, перевага елемента 1 над елементом 2 виражена позначкою 5 (сильна значимість), то тоді цю перевагу елемента 1 над елементом 2 виражають як $1/5$. Таким чином,

для обробки результатів опитування експертів застосовується теорія обернено-симетричних матриць.

При цьому використання теорії обернено-симетричних матриць і дев'ятибальної шкали порівнянь стає вихідною передумовою ефективності методу.

Вихідними передумовами ефективності методу аналізу ієрархій є використання теорії обернено-симетричних матриць і дев'ятибальною шкали порівнянь.

Метод аналізу ієрархій є моделлю природного перебігу мислення людини, створюючого концепцію та структуру складної проблеми, враховує психологію людини у процесах прийняття рішень, що в підсумку обумовлює необхідність його застосування для вирішення задач з невизначеністю, яка стосується кількісної оцінки пріоритетів елементів ієрархічної моделі.

Зазвичай постановка задачі, розв'язуваної за допомогою МАІ, звучить таким чином:

Ми маємо певну проблему, критерії, за якими буде вираховуватися оцінка кожної з альтернатив, а також самі альтернативи. Наша мета - це обрати найкращу з альтернатив [17].

1.2. Поетапне застосування методу.

Порядок застосування МАІ включає наступні етапи:

1. Побудова ієрархічної структури, що має включати до себе такі рівні як «Ціль», «Критерії» та «Альтернативи».
2. Визначення пріоритетів для кожного з елементів структури з використанням методу попарних порівнянь.
3. Синтез глобальних пріоритетів альтернатив шляхом лінійної згортки пріоритетів елементів на ієрархії.
4. Обробка та аналіз усіх даних.

5. Обрання альтернативи з найвищим пріоритетом.

Спочатку нам потрібно побудувати ієрархічну структуру проблеми, що включає до себе ціль, критерії, альтернативи та інші фактори, які можуть вплинути на вибір (рис.1.1). Ця структура має повністю відображати проблему. Кожен з елементів ієрархії має представляти різні фактори, що потрібно взяти до уваги у ході обрання альтернативи. Такі фактори можуть бути різного характеру, наприклад експертні оцінки, кількісні характеристики, нематеріальні показники тощо.

Побудова такої структури допомагає проаналізувати усі аспекти проблеми та глибше вникнути до суті задачі.

Ієрархія вважається повною, якщо кожен елемент заданого рівня пов'язаний з усіма елементами наступного рівня.

Ієрархічні структури використовуються для кращого розуміння складної реальності: ми розкладаємо дослідницьку проблему на складові частини; далі розбиваємо на складові частини отримані елементи і т. д. На кожному кроці важливо сфокусувати увагу на розумінні поточного елемента, тимчасово абстрагуючись від усіх інших компонентів. Під час проведення подібного аналізу приходиться розуміння усієї складності та багатогранності досліджуваного предмета.

Коли ми вирішуємо складну проблему, ми можемо використовувати ієрархію як інструмент для обробки та сприйняття великих обсягів інформації. По мірі проектування цієї структури в нас формується все повніше розуміння проблеми.

Найпростіша повна ієрархія проблеми багатокритеріального вибору включає до себе три рівня (ціль, критерії, альтернативи).

Раціональний вид ієрархії ефективно впливає на роботу групи експертів, зокрема, дозволяє погоджувати різні точки зору на вирішення певної проблеми і таким чином досягати консенсусу.

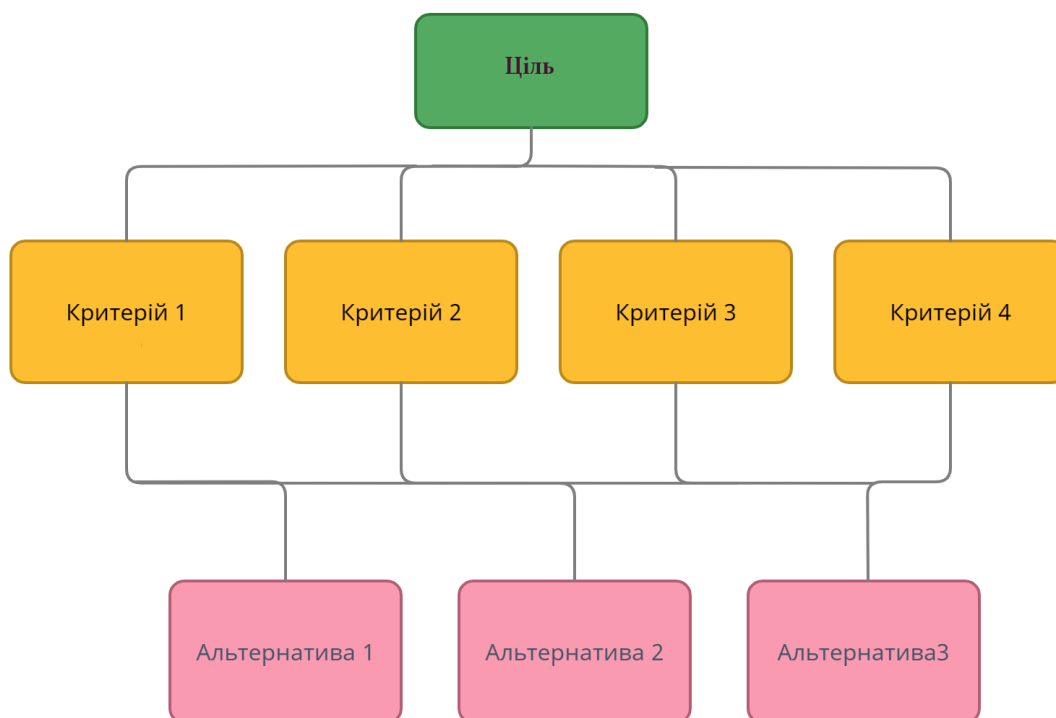


Рис.1.1. Ієрархічна модель проблеми

Ієрархічну модель представлення проблеми, що використовує МАІ, застосовують для якісного моделювання складних проблем. На вершині структури знаходиться ціль, нижні рівні ілюструють собою різні методи досягнення цілі, середні рівні – це критерії та параметри, за допомогою яких пов'язані безпосередньо ціль та альтернативи [3].

Ієрархічну модель задачі іноді уявляють у виді графа. У цьому випадку кожен рівень структури складається з *вузлів*. Елементи, що знаходяться ієрархічно нижче та пов'язані з вузлом, називають *дітьми* або дочірніми елементами. Елементи, що знаходяться ієрархічно вище та пов'язані з вузлом, називають *батьківськими*. Групи елементів, які мають один і той же батьківський елемент, називають *групами порівняння*. Батьківські елементи альтернатив часто виходять з різних груп порівняння, і називаються *критеріями* [15].

Таким чином, можна підсумувати таке бачення наступними виразами: кожен із чотирьох критеріїв – це дитина цілі; ціль – це батьківський елемент для будь-якого критерію; кожна з альтернатив – це дитина кожного з критеріїв.

Вид кожної окремої МАІ може сильно різнитися один від одного, оскільки залежить від великої кількості факторів, таких як знання, судження та безпосередньо бажання особи, що вирішує проблему.

При роботі з МАІ структура моделі може постійно змінюватися з додаванням та видаленням ряду критеріїв та альтернатив у ході аналізу проблеми.

Наступним кроком є *встановлення пріоритетності* даних елементів для кожного з вузлів ієрархії. Інформація для цього збирається з кожного елемента та ретельно математично обробляється. Однією з особливостей МАІ можна зазначити саме можливість порівнювати *різномірні фактори* за допомогою безрозмірних пріоритетів [17].

Щоб встановити пріоритети критеріїв та отримати оцінки для альтернативних рішень, в МАІ використовується метод парних порівнянь – будуються матриці парних порівнянь (принцип порівняльних міркувань).

По кожній матриці визначається вектор локальних пріоритетів та вираховується індекс узгодженості думок експерта.

Пріоритети – це числа, які пов'язані з вузлами ієрархії. Вони являють собою відносні ваги елементів у кожній групі. Подібно до вірогідностей, пріоритети – безрозмірні величини, які можуть отримувати значення від нуля до одиниці. Чим більша величина пріоритету, тим більш значимим є відповідний йому елемент. Пріоритет цілі по визначенню дорівнює одиниці.

Якщо пріоритети не були встановлені, то за замовчуванням пріоритети елементів вважаються однаковими. Сума усіх пріоритетів елементів на одному рівні дорівнює одиниці (рис.1.2). Усі чотири критерії мають рівну важливість з

точки зору цілі, а пріоритети усіх альтернатив дорівнюють за усіма критеріями. Іншими словами, альтернати в цих прикладах нерозрізнювальні.

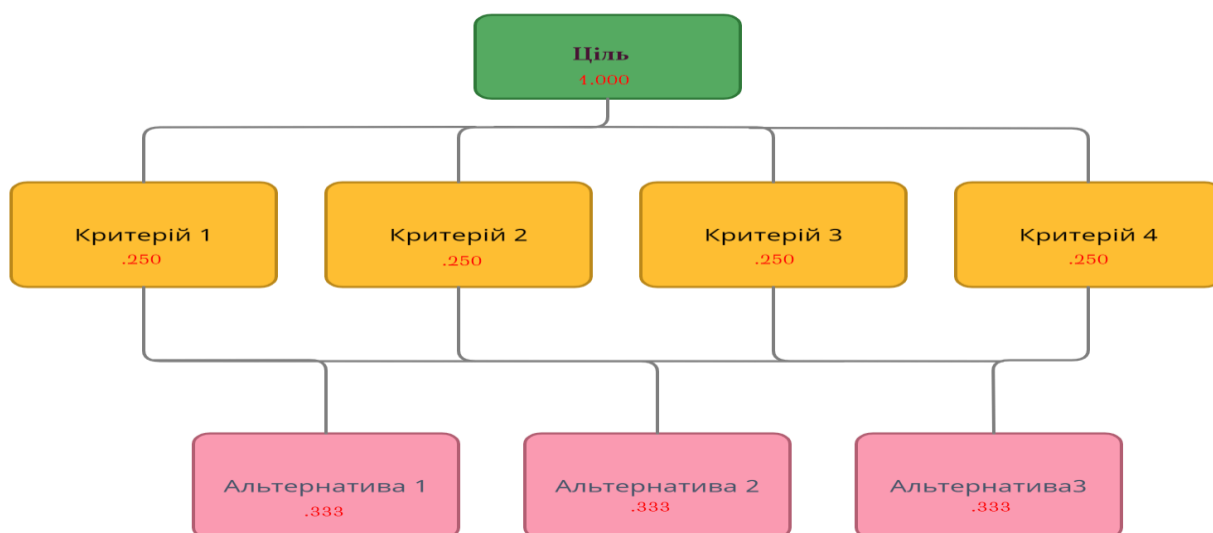


Рис.1.2. Найпростіша ієрархічна структура МАІ з пріоритетами, визначеними за замовчуванням

Глобальні пріоритети альтернатив щодо цілі обчислюються шляхом множення локального пріоритету кожної альтернативи на пріоритет кожного критерію і підсумовування за всіма критеріями (рис. 1.3).

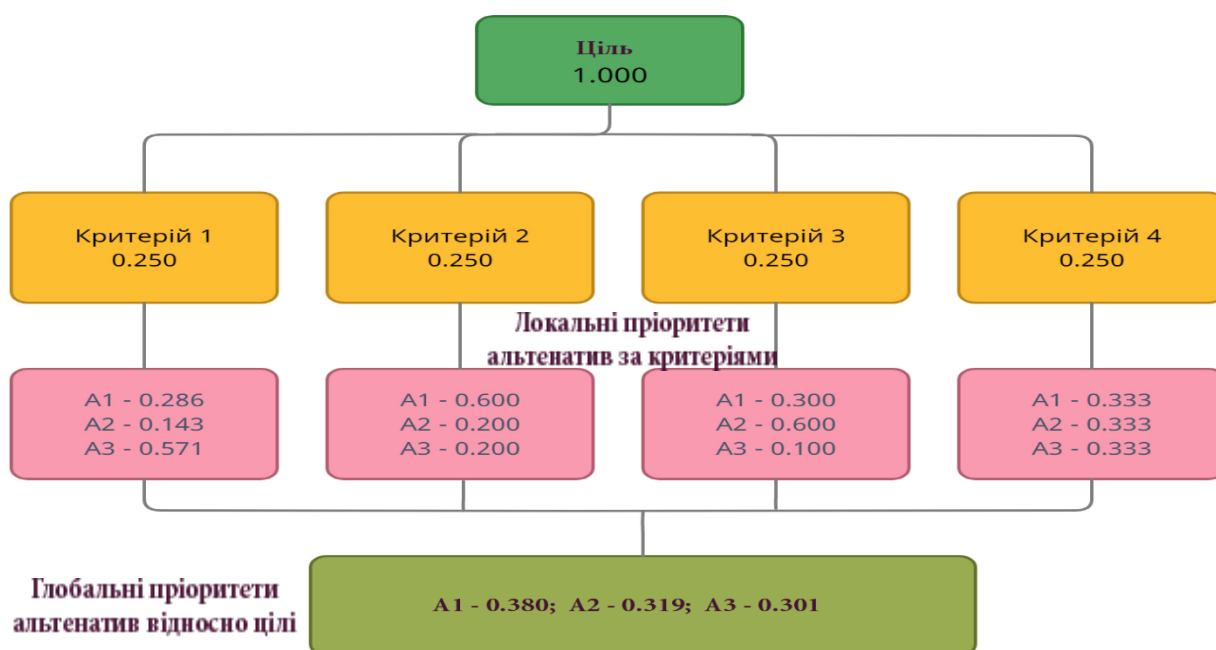


Рис.1.3. Більш складна ієрархічна структура, що містить глобальні та локальні значення пріоритетів за замовчуванням

Якщо зміняться пріоритети критеріїв, то зміняться і значення глобальних пріоритетів альтернатив, відповідно може змінюватися їхній порядок (рис 1.4).

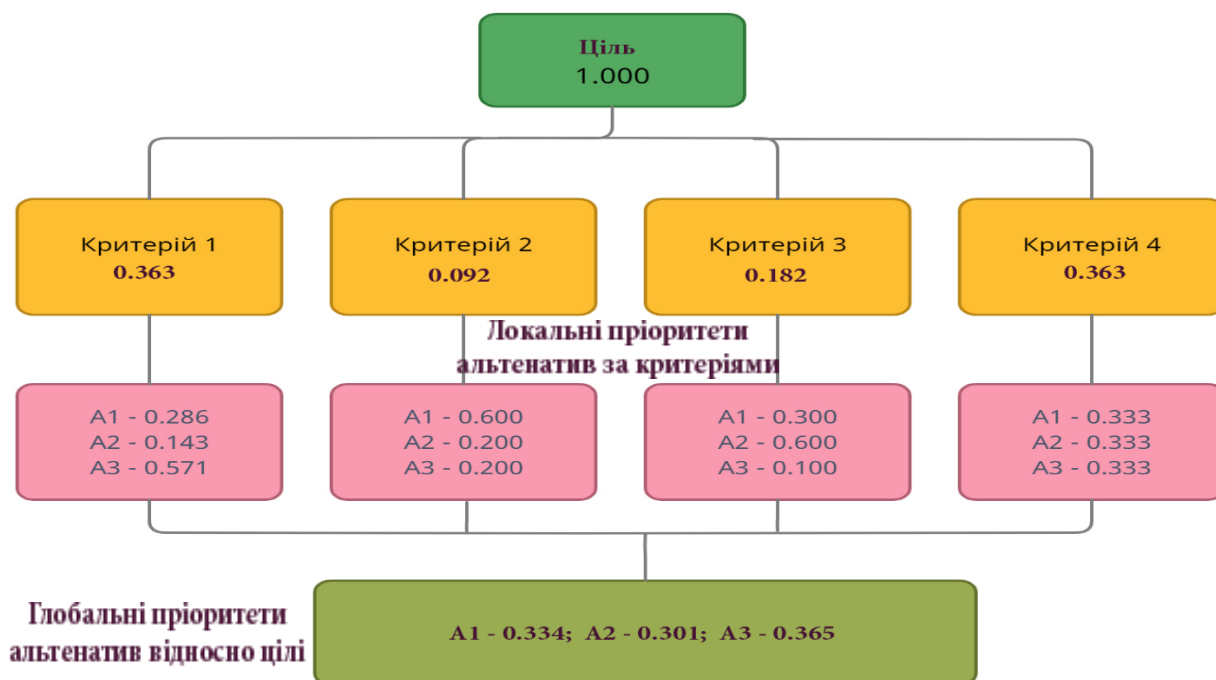


Рис. 1.4. Демонстрація змін в глобальних пріоритетах альтернати

Останній етап – це *аналіз пріоритетів на ієрархії*, у результаті якого можна вираховувати пріоритети альтернативних рішень відносно одне одного та головної мети. Результатом МАІ вважається той варіант, який має найвищий пріоритет.

Принцип *синтезу пріоритетів* полягає в наступному. Наприклад, маємо матриці парних порівнянь. Одна для критеріїв, а на кожному наступному рівні стільки матриць парних порівнянь, скільки містить попередній рівень.

Наступним кроком буде *проведення порівняння*. Потрібно скласти ряд питань, які допоможуть вирішити, який з елементів більш ймовірний, кращий, має більший вплив і т. д.

Під час вибору методу експертних оцінок слід виходити з того, що надійність оцінок експертів залежить не тільки від підбору групи спеціалістів, їх

обізнаності та компетентності у досліджуваних питаннях, але й можливості математично-статистичної обробки отриманої інформації [7].

Іншими словами, під час виконання завдання порівнюються вектори пріоритетів стандарту з одного боку і оцінювання з іншого. На практиці, наприклад, у випадку відібрання кількох претендентів на посаду, можна використати ієрархію критеріїв, які відображають вимоги до кандидатів. Величина відхилення векторів претендентів від стандарту стає основою для прийняття відповідного рішення.

Далі потрібно обчислити вектори локальних пріоритетів по кожній матриці.

Пріоритети синтезуються, починаючи з другого рівня і до низу. Локальні пріоритети альтернатив множаться на пріоритети відповідних критеріїв попереднього рівня і підсумовуються по кожному елементу відповідно до критеріїв. Таким чином, підсумковою оцінкою альтернативи в методі парних порівнянь є вага альтернативи, яка вираховується як верстання вагових коефіцієнтів критеріїв (локальних критеріїв) всіх рівнів ієрархії.

Як відзначалося раніше, головним недоліком МАІ є те, що в процесі застосування методу не беруться до уваги зворотні зв'язки і взаємодія між елементами ієрархії, і як наслідок, не враховуються взаємовпливи критеріїв і альтернатив. І тоді доцільно звернутися до методу аналітичних мереж (МАС), який є узагальненням методу аналізу ієрархій, застосовуючи який взаємодією ієрархічних рівнів (компонентів) та/або їхніх елементів не можливо знехтувати [15]. У цьому разі методу аналітичних мереж відповідає вже не ієрархічна, а мережева модель, де рівні критеріїв та альтернатив розглядаються як компоненти, пов'язані прямими і зворотніми зв'язками.

Алгоритми методу аналітичних мереж підтримуються в експертно-аналітичній системі - Expert Solution 1.0, описаній у навчальному посібнику [14]. Expert Solution 1.0 - це експертна система підтримки прийняття рішень згідно з

теорією методу аналізу ієрархій та методом аналітичних мереж Т. Сааті. В системі Expert Solution використовується мережева модель, в якій рівні критеріїв та альтернатив розглядаються як компоненти, пов'язані прямим і зворотнім зв'язками, при цьому передбачається, що і критерії, і альтернативи є незалежними (не взаємодіють один з одним).

На відміну від системи Expert Decide 2.2, системою Expert Solution 1.0 передбачено побудову прямої і зворотньої ієрархії в автоматичному режимі за заданим користувачем переліком критеріїв та альтернатив. Синтез ієрархії відбувається відповідно до теорії прийняття рішень Т. Сааті після усереднення думки всіх експертів. За результатами роботи експертів з прямою і зворотньою ієрархією, програма синтезує мережеву модель за допомогою MAC. Результатом цього синтезу стають глобальні вектори пріоритетів альтернатив і критеріїв [12].

Метод аналізу ієрархій (МАІ), який дозволяє формалізувати, а за наявності відповідних інформаційних технологій, і автоматизувати процес опитування експертів та обробки отримуваної від них інформації.

2. ПЕРЕВАГИ ТА НЕДОЛІКИ МЕТОДУ АНАЛІЗУ ІЄРАРХІЙ

2.1. Переваги

Основною перевагою методу аналізу ієрархій є висока універсальність - метод може застосовуватися для вирішення найрізноманітніших завдань: аналізу можливих сценаріїв розвитку ситуації, розподілу ресурсів, складання рейтингу клієнтів, прийняття кадрових рішень і т. д.

Схема застосування цього методу абсолютно не залежить від того виду діяльності, в якому приймається рішення, тобто відсутні обмеження щодо сфери його застосування.

У першу чергу, треба зазначити, що для методу аналізу ієрархій немає загальних правил у формуванні структури моделі ухвалення рішення. Це дуже наближено до реальної ситуації прийняття рішення, оскільки зазвичай із кожної скрутної ситуації можна вийти безліччю способами. Метод дозволяє визначити пріоритет кожного способу, щоб обрати найоптимальніший. Окрім цього, метод дозволяє враховувати так званий "людський фактор" під час підготовки прийняття рішення. Це одна з важливих переваг даного методу.

Формування структури моделі ухвалення рішення у методі аналізу ієрархій – складний процес, який потребує багато часу як на розрахунок, так і на узгодження. Однак в результаті вдається отримати детальне уявлення про те, як саме взаємодіють фактори, що впливають на пріоритети альтернативних рішень, і самі рішення. Формули розрахунків пріоритетів досить прості, кожен, навіть не маючий математичної освіти, може їх зрозуміти.

МАІ дозволяє структурувати проблему шляхом декомпозиції на складові, далі побудувати ієрархію на основі отриманих складових, і здійснити попарні порівняння критеріїв та альтернатив. Це підвищує рівень розуміння суті проблеми особою, що приймає рішення [17].

Окрім цього, МАІ може бути надбудовою для інших методів, що вирішують погано формалізовані задачі, де досвід та інтуїція експертів мають більшу вагу аніж математичні розрахунки та статистика.

Аналіз даних проводиться головним чином за допомогою парних порівнянь. Результат аналізу може бути суперечливим, тому МАІ надає можливість шукати ці протиріччя та виправляти. Процедура парних порівнянь і процес перегляду результатів порівнянь для мінімізації суперечностей вимагає багато часу, але в результаті особа, яка приймає рішення, може бути впевнена в доречності та узгодженості результатів [17].

За допомогою методу розрахунку пріоритетів критеріїв, МАІ оцінює важливість врахування кожного з рішень і кожного фактора.

Модель, складена за допомогою методу аналізу ієрархій, завжди має кластерну структуру. Застосування методу дозволяє розбити велику задачу, на ряд малих самостійних завдань. Окрім того, експерти, які мають бути задіяні при зборі інформації, можуть отримати підзавдання, що одночасно і полегшує саму роботу, і сприяє конфіденційності даних. Експерт може навіть не здогадуватися про загальну суть вирішуваної проблеми.

Зручною особливістю методу аналізу ієрархій є те, що всі необхідні обрахунки можна робити у простих неспеціалізованих офісних додатках. Найпопулярнішим з них можна відзначити Microsoft Excel. В той час як для інших методів часто потрібно розробляти окремі програми, заточені під вузький функціонал, МАІ може використовувати навіть звичаний просунутий користувач. Однак і для МАІ існує ряд окремих програм, наприклад MPRIORITY [12].

2.2. Недоліки

Недоліком МАІ можна назвати неможливість надати гарантію правильності даних, які використані для аналізу. Якщо експерти, що надавали дані, помилилися, то результат ми отримає некоректним. Це важливий недолік,

тому метод застосовується головним чином в тих випадках, коли використовують частково або повністю необ'єктивні дані, наприклад обрання персоналу до компанії. У цьому випадку МАІ із процедурою парних порівнянь для збору даних значно виділяється поміж своїх альтернатив. Якщо збір даних проведено за допомогою досвідчених експертів і в даних немає істотних протиріч, то метод не матиме жодних істотних недоліків.

Також недоліком МАІ можна назвати відсутність можливості надавати пріоритет оцінкам експертів, щоб голос більш досвідченого експерта мав більшу вагу, аніж менш досвідченого. Це може призвести до ряду неточностей у результаті роботи.

Про необхідність отримання великого обсягу інформації від експертів також потрібно зазначити, оскільки складні проблеми можуть мати десятки, сотні різних критеріїв.

Слід зауважити, що метод аналізу ієрархій надає інструментарій для подальшої перевірки узгодженості матриці попарних порівнянь. Втім, в разі коли відповідне відношення буде незадовільним, експерту доведеться наново співвідносити усі елементи ієрархічного рівня. При використанні МАІ до складної задачі, лише узгодження усіх елементів може потребувати значної кількості часу.

Шкала значень, яка лежить в основі усього МАІ, також не бездоганна. Максимальне значення пріоритету, згідно цієї таблиці, - 9, що значно обмежує у оцінюванні. Якщо альтернатива А пріоритетніше за альтернативу Б, наприклад, у сто разів, то МАІ не зможе це підкреслити, втрачаючи точність результатів.

Головним недоліком методу аналізу вважається феномен реверсу рангів. Він полягає в тому, що інколи після додавання або видалення елемента з групи елементів ієрархічного рівня кардинально змінюються ранги цих елементів [11].

3. ПРАКТИЧНЕ ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ

3.1. Постановка задачі

Підприємству для ефективної боротьби з коронавірусною інфекцією необхідно укласти контракт про закупівлю вакцини або AstraZenica, або Jonson&Jonson, або Pfizer/BioTech, або Moderna, або CoronVac. Вибір необхідно здійснити, зробивши оцінку наступним факторам:

- ціна вакцини (\$);
- країна виробника;
- тип вакцини;
- лікувальна ефективність вакцини (%);
- умови зберігання (температурний режим, град.);
- показання до застосування (віковий поріг).

У таблиці 3.1 наведено вихідні дані для експерта, аналізуючі які він буде матриці парних порівнянь.

Таблиця 3.1. Вихідні дані

Назва вакцини	Ціна вакцини	Країна виробника	Тип вакцини	Лікувальна ефективність	Умови зберігання	Показання до застосування
AstraZenica	1,78	Британія	вектор	70,0	2...8	До 55 років
Moderna	18,0	США	РНК	94,5	-25...-15	Від 18 років
Jonson&Jonson	10,0	США	вектор	66,0	2...8	До 88 років
Pfizer/BioTech	12,0	США	РНК	95,0	-90...-60	Від 16 до 49 років
CoronVac	29,75	КНР	вектор	50,38	2...8	Немає вікових обмежень

3.2. Розробка ієрархічної структури. Математичні розрахунки

Розпочнемо вирішення задачі.

Етап 1. Формування ієрархії цілей. Розробляється декомпозиція проблеми прийняття рішень з виокремленням головних цілей, підцілей та

різноманітних цільових функцій (альтернатив). Елементи однакових рівней повинні бути співвідносні один із одним з точки зору можливості встановлення пріоритетів (рис. 3.1).

Критерії усіх рівнів ієрархії у методі аналізу ієрархій повинні мати загальну спрямованість (або позитивну, або негативну), тобто оцінюються вигоди або втрати. Користуючись методом Сааті для вирішення даної проблеми, слід, у першу чергу, чітко визначити потенційні вигоди, які необхідно враховувати. В результаті ми отримали наступну ієрархію вигод.

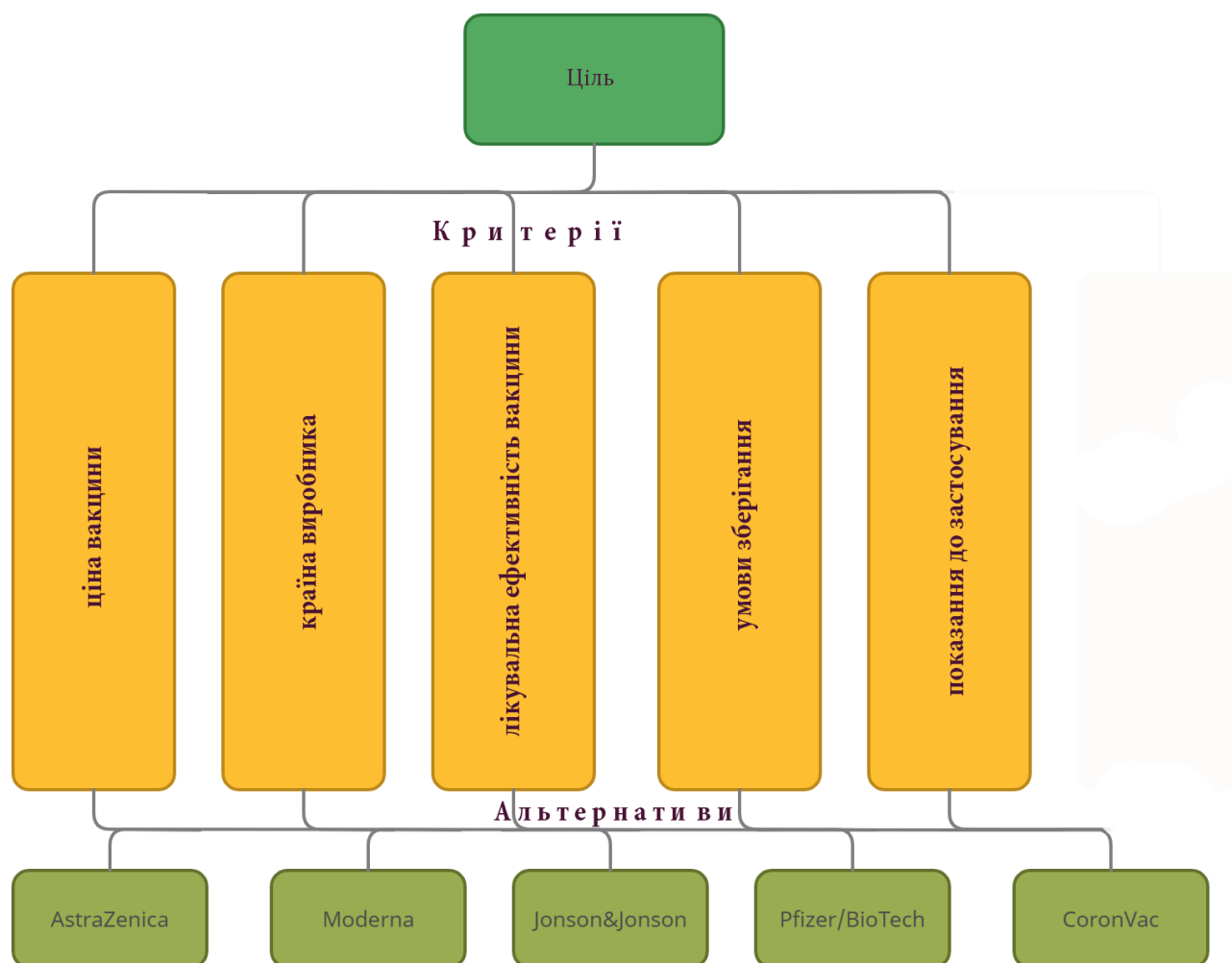


Рис 3.1. Ієрархія проблеми вибору вакцини

Етап 2. Визначення пріоритетів. Щоб установити пріоритети критеріїв, отримати оцінки для альтернативних рішень, будуються матриці парних порівнянь $A = \|a_{ij}\|$. Елемент a_{ij} матриця парних порівнянь є результатом

вимірювання за фундаментальною шкалою ступеню переваги альтернативи A_i відносно альтернативи A_j [19].

Слід пам'ятати, що між собою порівнюються елементи, що належать до одного рівня ієрархії. Під час побудови матриці парних порівнянь користуються фундаментальною шкалою переваг (шкалою відносної значимості) (Таблиця 1.1).

Кількість відповідей експертів для побудови матриці парних порівнянь для n порівнювальних елементів дорівнює $n*(n-1)/2$. При заповненні матриці парних порівнянь достатньо визначити елементи, розташовані над головною діагоналлю матриці. Елементи під діагоналлю відповідно до властивості зворотної виметричності матриці вираховуються за формулою:

$$a_{ij} = 1/a_{ji}$$

Спочатку будується *матриця парних порівнянь* для критеріїв, які використовуються в нашій ієрархії [7].

Етап 3. Розрахунок локальних векторів пріоритетів. Для кожної матриці ми можемо розрахувати локальні пріоритети порівнювальних елементів. Кожному рядку матриці, а, отже, відповідному елементу, ставимо у відповідність геометричне середнє її елементів. Підсумовуючи отримані результати, ділимо геометричні середні кожного рядка матриці на цю суму.

У результаті отримуємо локальні пріоритети відповідних порівнюваних елементів.

У таблиці 3 продемонстрована *оцінка важливості критеріїв*.

На цьому етапі можна зробити висновок про те, що найбільш значимим критерієм під час закупівлі вакцини є ціна товару, а найменш значимим – країна виробника.

Етап 4. Перевірка обмеженості оцінки пріоритетів.

На цьому етапі виробляється так званий *індекс узгодженості (IU)* міркувань по кожній матриці [18]:

$$IU = (\lambda_m - n) / (n - 1).$$

де: n -розмірність матриці, а λ_m обчислюється таким чином:

- підсумовується кожний стовбчик матриці парних міркувань;
- сума першого стовбчика помножується на перший компонент локального вектору пріоритетів, сума другого стовбчика на другу компоненту і т. д.
- отримані добутки сумуються.

Потім, необхідно порівняти IU з тією величиною, яка була б отримана у разі випадкового вибору міркувань за фундаментальною шкалою (1/9...9) для заданого значення. Значення цієї величини, вона має назву випадкової узгодженості (BU), відомі і представлені у таблиці 3.2. Значення BU залежить тільки від розмірності матриці парних порівнянь.

Таблиця 3.2. Випадкова узгодженість

Розмірність матриці	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Випадкова узгодженість	0	0	0,58	0,9	1,12	1,24	1,32	1,41	1,45

Визначивши IU і BU знаходимо *відношення узгодженості ($B\delta U$)*.

$$B\delta U = IU / BU$$

Якщо для конкретної матриці виявиться, що $B\delta U > 0,1$, то можна стверджувати, що міркування експерта, на основі яких заповнена досліджувана матриця, сильно не узгоджуються між собою, і йому слід заповнити матрицю знову, більш уважно використовуючи при цьому шкалу парних порівнянь. В іншому випадку міркування експерта приймаються.

Обчислимо відношення узгодженості за матрицею парних порівнянь критеріїв для нашого прикладу, використовуючи для цього заповнену таблицю 3.3 (Додаток А).

$$\lambda_m = 2,0373 * 0,44385 + 31 * 0,02672 + 11,5333 * 0,10019 + 20,3333 * 0,04935 + 7,9167 * 0,15159 + 5,1762 * 0,22830 = 6,273364$$

$$IY = (\lambda_m - 6) / (6 - 1) = 0,054673;$$

$$BY = 1,24; \quad BдY = IY / BY = 0,054673 / 1,24 = 0,044091$$

У нашому випадку розмірність матриці дорівнює 6, відповідно з таблиці 4 беремо $BY = 1,24$.

$$\text{Тоді } BдY = IY / BY = 0,054673 / 1,24 = \mathbf{0,044091}$$

Отримане значення $BдY$ не перевищує 0,1, що означає, що оцінки експерта *узгоджені*.

На цьому етапі послідовно вираховуються локальні вектори пріоритетів і перевіряється узгодженість результатів кожного елемента ієрархії.

Виявлення пріоритетів за фактором *Ціна вакцини* представлено у таблиці 3.4.

Таблиця 3.4. Ціна вакцини

Ціна вакцини	Jonson& Jonson	Pfizer/BioTech	AstraZenica	Moderna	CoronVac	$\sqrt[5]{\text{добуток}}$ ³	вектор пріоритетів
Jonson&Jonson	1	6	1/2	8	9	2,93015	0,34920
Pfizer/BioTech	1/6	1	1/7	2	7	0,80274	0,09567
AstraZenica	2	7	1	6	8	3,67683	0,43818
Moderna	1/8	1/2	1/6	1	2	0,73069	0,08708
CoronVac	1/9	1/7	1/8	1/2	1	0,25068	0,02987
Усього	3.4027	14.6429	1.9344	17.5	27	8,39109	1
$\lambda_m = 5,3872$	$IY = 0,19181$			$BY = 1,12$		$BдY = \mathbf{0,08643}$	

Оцінка узгодженості думок експертів:

$$\lambda_m = 5,3872$$

$$IY = 0,3872/4 = 0,0968$$

$$BY = 1,12$$

$$ВДУ = 0,0968/1,12 = 0,08643$$

Це не перевищує 0,1

За критерієм *Ціна вакцини* найбільш пріоритетною є AstraZenica. Що не дивно.

Таблиця 3.5. Країна виробника вакцини

Країна виробника вакцини	Jonson& Jonson	Pfizer/BioTech	AstraZenica	Moderna	CoronVac	$\sqrt[5]{\text{добутку}}$ ³	вектор пріоритетів
Jonson&Jonson	1	1	1/2	1	1/9	0,56099	0,07432
Pfizer/BioTech	1	1	1/3	1	1/7	0,54395	0,07206
AstraZenica	2	3	1	1/2	1/8	0,82188	0,10888
Moderna	1	1	2	1	1/5	0,83255	0,11029
CoronVac	9	7	8	5	1	4,78939	0,63446
Усього	3,4027	14,6429	1,9344	17,5	27	7,54876	1
$\lambda_m = 5,20480$			IY=0,0512		BY=1,12		ВДУ = 0,04571

$$\lambda_m = 5,20480$$

$$IY = 0,0512$$

$$BY = 1,12$$

$$ВДУ = IY/BY = 0,0512/1,12 = \mathbf{0,04571} \leq 0,1$$

За критерієм *Країна виробника* найбільш пріоритетним є поставка КНР

Таблиця 3.6. Тип вакцини

Тип вакцини	Jonson&Jonson	Pfizer/BioTech	AstraZenica	Moderna	CoronVac	$\sqrt[5]{\text{добутку}}$ ³	вектор пріоритетів
Jonson&Jonson	1	7	1	9	1	2,29017	0,31476
Pfizer/BioTech	1/7	1	1/9	1	1/5	0,31638	0,04348
AstraZenica	1	9	1	7	1	2,29017	0,31476
Moderna	1/9	1	1/7	1	1/8	0,28796	0,03958
CoronVac	1	5	1	8	1	2,09127	0,28742
Усього						7,27595	1
$\lambda_m = 5,03322$			IY=0,008305		BY=1,12		ВДУ =0,007415

$$\lambda_m = 5,03322$$

$$IY = 0,03322/4 = 0,008305$$

$$BY = 1,12$$

$$ВДУ = IY/BY = 0,008305/1,12 = 0,007415 \leq 0,1$$

За критерієм *Тип вакцини* найбільш пріоритетними є вакцини Jonson&Jonson і AstraZenica.

Таблиця 3.7. Лікувальна ефективність вакцини

Лікувальна ефективність вакцини	Jonson&Jonson	Pfizer/BioTech	AstraZenica	Moderna	CoronVac	$\sqrt[5]{\text{добутку}}$ ³	вектор пріоритетів
Jonson&Jonson	1	1/9	1/6	1/8	1/3	0,2402	0,0308
Pfizer/BioTech	9	1	4	2	6	3,3658	0,4312
AstraZenica	6	1/4	1	1/5	5	1,0845	0,1390
Moderna	8	1/2	5	1	7	2,6867	0,3442
CoronVac	3	1/6	1/5	1/7	1	0,4276	0,0548
Итого	27,0	2,0278	10,3667	3,4679	19,3333	7,8048	1
$\lambda_m = 5,3989$			IY=0,0997		BY=1,12		ВДУ =0,0890

$$\lambda_m = 5,3989$$

$$IY = 0,3989/4 = 0,0997$$

$$BY = 1,12$$

$$BдY = IY/BY = 0,0997/1,12 = 0,0890 \leq 0,1$$

За критерієм *Лікувальна ефективність* найбільш пріоритетною є вакцина Pfizer/BioTech.

Таблиця 3.8. Умови зберігання вакцини

Умови зберігання вакцини	Jonson&Jonson	Pfizer/BioTech	AstraZenica	Moderna	CoronVac	$\sqrt[5]{\text{добутку}}$	вектор пріоритетів
Jonson&Jonson	1	9	4	3	2	2,9392	0,44018
Pfizer/BioTech	1/9	1	1/3	1	1/4	0,392	0,05871
AstraZenica	1/4	3	1	4	1/2	1,08450	0,16242
Moderna	1/3	1	1/4	1	1/5	0,441	0,06604
CoronVac	1/2	4	2	5	1	1,82060	0,27266
Усього	2,19444	18,0	7,58333	14	3,95	6,67730	1
$\lambda_m = 5,2559277$			IY=0,063982		BY=1,12		BдY = 0,057127

$$\lambda_m = 5,2559277$$

$$IY = 0,3989/4 = 0,063982$$

$$BY = 1,12$$

$$BдY = IY/BY = 0,063982/1,12 = 0,057127 \leq 0,1$$

За критерієм *Умови зберігання вакцини* найбільш пріоритетною є вакцина Jonson&Jonson.

Таблиця 3.9. Показання до застосування

	Jonson& Jonson	Pfizer/BioTech	AstraZenica	Moderna	CoronVac	$\sqrt[5]{\text{добутку}}$ ₃	вектор пріоритетів
Jonson&Jonson	1	2	8	7	1/2	2,2369	0,345414
Pfizer/BioTech	1/2	1	5	9	1/7	1,2630	0,195028
AstraZenica	1/8	1/5	1	2	1/9	0,2533	0,03911
Moderna	1/7	1/9	1/2	1	1/8	0,2033	0,031393
CoronVac	2	7	1	8	1	2,5695	0,396773
Усього	3,7679	10,31	15,20	27	1,879	6,476	1
$\lambda_m = 5,39638$			IC= 0,099095		BY=1,12		ВдУ =0,088478

$$\lambda_m = 5,39638$$

$$IC=0,099095$$

$$BY=1,12$$

$$ВдУ=0,088478 \leq 0,1$$

За критерієм *Показання до застосування* найбільш пріоритетною є вакцина CoronVac.

3.3. Розрахунок пріоритетів для усієї ієрархії у сукупності

Тепер звернемося безпосередньо до принципу синтезу пріоритетів.

Локальні пріоритети альтернатив помножуються на пріоритети відповідних критеріїв рівня та підсумовуються за кожним елементом у відповідності з критеріями. У результаті визначаються *глобальні пріоритети альтернатив* з урахуванням пріоритетів критеріїв. *Найбільш високий рейтинг буде відповідати альтернативі з найбільшим значенням глобального пріоритету* [5].

Розрахунок вектору глобальних пріоритетів наведено в таблиці 3.10.

Таблиця 3.10. Розрахунок глобальних пріоритетів (ГП)

	Векторы пріоритетов						ГП
	Ціна вакцини	Країна виробника	Тип вакцини	Лікувальна ефективність	Умови зберігання	Показання до застосування	
Jonson&Jonson	0,34920	0,07432	0,31476	0,0308	0,44018	0,345414	0,3356
Pfizer/BioTech	0,09567	0,07206	0,04348	0,4312	0,05871	0,195028	0,1234
AstraZenica	0,43818	0,10888	0,31476	0,1390	0,16242	0,03911	0,2634
Moderna	0,08708	0,11029	0,03958	0,3442	0,06604	0,031393	0,08
CoronVac	0,02987	0,63446	0,28742	0,0548	0,27266	0,396773	0,1936

Глобальні пріоритети мають наступний вигляд:

$$\text{ГП1 (Jonson\&Jonson)} = 0,3608*0,411 + 0,074*0,277 + 0,315*0,056 + 0,0308*0,026 + 0,4394*0,095 + 0,345414*0,046 = 0,3356;$$

$$\text{ГП2 (Pfizer/BioTech)} = 0,0989*0,411 + 0,072*0,277 + 0,043*0,056 + 0,4313*0,026 + 0,0588*0,095 + 0,195028*0,046 = 0,1234;$$

$$\text{ГП3 (AstraZenica)} = 0,4527*0,411 + 0,109*0,277 + 0,315*0,056 + 0,139*0,026 + 0,1626*0,095 + 0,031393*0,046 = 0,2693;$$

$$\text{ГП4 (Moderna)} = 0,0568*0,411 + 0,110*0,277 + 0,04*0,056 + 0,3442*0,026 + 0,0661*0,095 + 0,031393*0,046 = 0,08$$

$$\text{ГП5 (CoronVac)} = 0,0309*0,411 + 0,633*0,277 + 0,288*0,056 + 0,0548*0,026 + 0,273*0,095 + 0,396773*0,046 = 0,1936$$

Порівнюючи отримані значення глобальних пріоритетів, визначаємо рейтинги усіх вакцин. У нашому прикладі згідно проведеному оцінюванню за МАІ перевагу слід віддати вакцині *Jonson&Jonson*.

3.4. Метод аналізу ієрархій за допомогою програми MPRIORITY

MPRIORITY – це безкоштовна російськомовна програма, яка дозволяє легко візуалізувати МАІ та зробити базові розрахунки.

Ця програма дозволяє створити ієрархію та зібрати інформацію експерту для розрахунку пріоритетів альтернатив.

Із переваг цієї програми можна виокремити досить зручний інтерфейс, гарну візуалізацію, яка дозволяє достатньо оперативно та ефективно вирішувати різноманітні задачі прийняття рішень, що виникають у багатьох областях людської діяльності.

Проілюструємо використання даної програми для вирішення нашої задачі. У МАІ ієрархія є основним способом представлення задачі прийняття рішення. У нашому випадку вона має наступний вигляд.

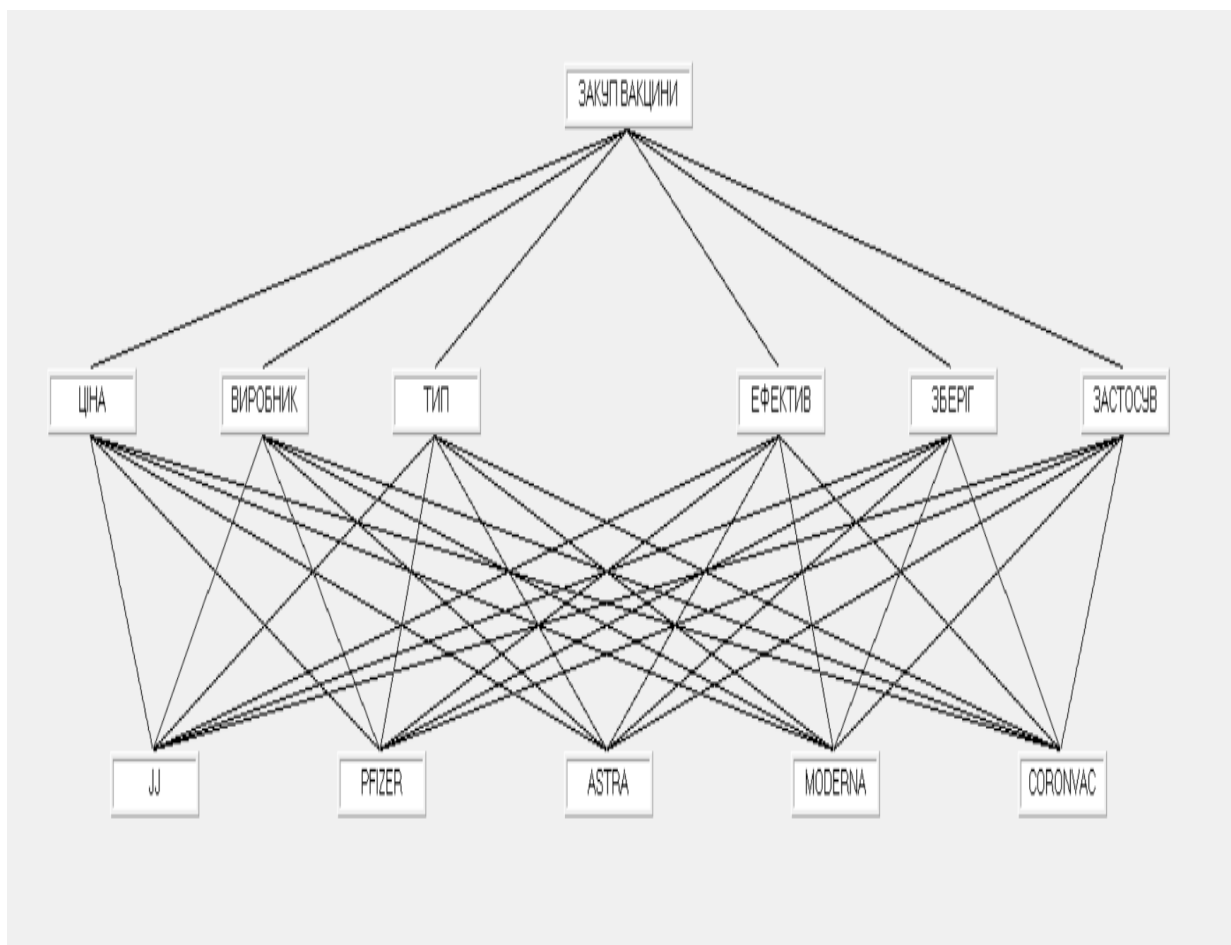


Рис.3.2

Позначення у таблицях:

ИС – індекс узгодженості (IU);

ОС- відношення узгодження (ВДУ);

СЗ - λ_m .

На рисунку нижче представлені аналоги наших таблиць.

Работа эксперта

Производим попарные сравнения относительно объекта
ЗАКУП ВАКЦИНЫ

		1.	2.	3.	4.	5.	6.	Приоритет
1.	ЦІНА	1	9	7	3	5	4	0.4438
2.	ВИРОБНИК	1/9	1	1/3	1/7	1/5	1/6	0.0266
3.	ТИП	1/7	3	1	1/5	1/3	1/4	0.0493
4.	ЕФЕКТИВ	1/3	7	5	1	3	2	0.2283
5.	ЗБЕРІГ	1/5	5	3	1/3	1	1/2	0.1001
6.	ЗАСТОСУВ	1/4	6	4	1/2	2	1	0.1516

СЗ: 6,2645 Применить
 ИС: 0,0529 Закреть
 ОС: 0,0426 Отмена Исследовать

Рис.3.3 (відповідає Табл. 3.3).

Работа эксперта

Производим попарные сравнения относительно объекта
ЦІНА

		1.	2.	3.	4.	5.	Приоритет
1.	JJ	1	6	1/2	8	9	0.3607
2.	PFIZER	1/6	1	1/7	2	7	0.0988
3.	ASTRA	2	7	1	6	8	0.4527
4.	MODERNA	1/8	1/2	1/6	1	2	0.0567
5.	CORONVAC	1/9	1/7	1/8	1/2	1	0.0308

СЗ: 5,3816 Применить
 ИС: 0,0954 Закреть
 ОС: 0,0851 Отмена Исследовать

Рис.3.4 (відповідає Табл. 3.4).

Работа эксперта

Производим попарные сравнения относительно объекта

ВИРОБНИК

		1.	2.	3.	4.	5.	Приоритет
1.	JJ	1	1	1/2	1	1/9	0,0743
2.	PFIZER	1	1	1/3	1	1/7	0,072
3.	ASTRA	2	3	1	1/2	1/8	0,1088
4.	MODERNA	1	1	2	1	1/5	0,1102
5.	CORONVAC	9	7	8	5	1	0,6344

СЗ: 5,3174 Применить

ИС: 0,0793 Закрывать

ОС: 0,0708 Отмена

Исследовать

Рис. 3.5. (відповідає Табл. 3.5).

Работа эксперта

Производим попарные сравнения относительно объекта

ТИП

		1.	2.	3.	4.	5.	Приоритет
1.	JJ	1	7	1	9	1	0,3147
2.	PFIZER	1/7	1	1/9	1	1/5	0,0434
3.	ASTRA	1	9	1	7	1	0,3147
4.	MODERNA	1/9	1	1/7	1	1/8	0,0395
5.	CORONVAC	1	5	1	8	1	0,2874

СЗ: 5,0387 Применить

ИС: 0,0096 Закрывать

ОС: 0,0086 Отмена

Исследовать

Рис. 3.6 (відповідає Табл. 3.6).

Работа эксперта

Производим попарные сравнения относительно объекта

ЗБЕРІГ

		1.	2.	3.	4.	5.	Приоритет
1.	JJ	1	9	4	3	2	0,4394
2.	PFIZER	1/9	1	1/3	1	1/4	0,0587
3.	ASTRA	1/4	3	1	4	1/2	0,1626
4.	MODERNA	1/3	1	1/4	1	1/5	0,0661
5.	CORONVAC	1/2	4	2	5	1	0,273

СЗ: 5,2511 Применить

ИС: 0,0627 Закрывать

ОС: 0,056 Отмена

Исследовать

Рис 3.7. (відповідає Табл. 3.7).

Работа эксперта

Производим попарные сравнения относительно объекта

ЭФЕКТИВ

		1.	2.	3.	4.	5.	Приоритет
1.	JJ	1	1/9	1/6	1/8	1/3	0,0305
2.	PFIZER	9	1	4	2	6	0,4313
3.	ASTRA	6	1/4	1	1/5	5	0,1389
4.	MODERNA	8	1/2	5	1	7	0,3443
5.	CORONVAC	3	1/6	1/5	1/7	1	0,0547

СЗ: 5,4076 Применить

ИС: 0,1019 **Закреть**

ОС: 0,0909 Отмена

Исследовать

Рис.3.8 (відповідає Табл. 3.8).

Работа эксперта

Производим попарные сравнения относительно объекта

ЗАСТОСУВ

		1.	2.	3.	4.	5.	Приоритет
1.	JJ	1	2	8	7	1/2	0,2764
2.	PFIZER	1/2	1	5	9	1/7	0,156
3.	ASTRA	1/8	1/5	1	2	1/9	0,0437
4.	MODERNA	1/7	1/9	1/2	1	1/8	0,0309
5.	CORONVAC	2	7	9	8	1	0,4927

СЗ: 5,3873 Применить

ИС: 0,0968 **Закреть**

ОС: 0,0864 Отмена

Исследовать

Рис 3.9 (відповідає Табл. 3.9).

Перевірка матриці парних порівнянь на узгодженість (кардинальна та транзитивна)

Улучшение согласованности исходных данных

		1.	2.	3.	4.	5.	Сумма
1.	JJ	0	0,22	1,68	1,91	2,56	6,38
2.	PFIZER	2,56	0	1,43	3,96	7,31	15,27
3.	ASTRA	8,15	5,28	0	0,58	9,08	23,11
4.	MODERNA	7,11	9,19	2,7	0	8,06	27,08
5.	CORONVAC	0,21	3,84	2,26	7,89	0	14,22

Список нарушений условия транзитивности

Информация о нарушении транзитивности -- отсутствует!

Закреть

Як бачимо, результати наближені до наших розрахунків. Отриманий у результаті вибір відповідає отриманому нами раніше. Розбіжності у розрахункових величинах пояснюються похибками обчислення величин (округлення, кількісь знаків після коми).

Використання даної програми суттєво скорочує час отримання необхідних параметрів і, відповідно, час прийняття рішення (здійснення вибору).

ВИСНОВКИ

У даній роботі було розглянуто один з основних методів вирішення слабо структурованих і неструктурованих проблем - метод аналізу ієрархій. Були розглянуті основні принципи методу, приділено увагу важливості будівництва ієрархії вирішуваної проблеми, що відображує усі її особливості, принципи синтезу пріоритетів та отримання оптимального рішення.

Особливої уваги приділено вибору та оцінки критеріїв прийняття рішення.

При цьому, важливо, щоб під час підбирання критеріїв одночасно виконувались три наступні умови:

- підбір критеріїв повинен проводитися людьми, що мають достатню кваліфікацію та необхідний досвід в даній галузі (експертами);

- експерти повинні усвідомлювати свою відповідальність за прийняте рішення, розуміти, що їх неправильна експертна оцінка може призвести до недоречних наслідків;

- при підборі критеріїв повинен враховуватися людський фактор.

При вирішення різноманітних завдань за допомогою методу аналізу ієрархій можна проводити розрахунки, використовуючи різні інструменти обчислень.

В процесі дослідження МАІ можливо дійти такої думки, що:

- для вирішення визначеного класу задач прийняття рішень повинен використовуватися відповідний математичний метод, який дозволяє ефективно справлятися з цим класом задач;

- використовуваний метод повинен бути достатньо універсальним, щоб враховувати особливості конкретної ситуації, у якій приймається рішення;

- повинні використовуватися можливості обчислювальної техніки для ефективнішого і оперативнішого рішення задач.

Практично даний метод був розглянутий на прикладі закупівлі вакцин COVID-19. За допомогою МАІ було проаналізовано п'ять різних вакцин за шістьма критеріями та обрано найоптимальніший варіант.

У процесі виконання задачі використовувався як звичайний математичний інструмент (використання Microsoft Excel, калькулятора), так і програмний продукт «MPRIORITY», написаний на мові C++ у середовищі Borland C++ Builder авторами Абакаровим А.Ш. та Сушковим Ю.А.

Отримані під час дослідження аналогічні результати продемонстрували ефективність та достовірність використання цих інструментів.

Додаток А

Таблиця 3.3. Оцінка важливості критеріїв.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Критерій	Ціна вакцин	Країна виробника	Умови зберігання	Тип вакцин	Показання до застосування	Діювальна ефективність	Добуток	$\sqrt[n]{V}$ з добуток	Локальний вектор пріоритетів
Ціна вакцин	1	9	5	7	4	3	3780,0	3,94683	0,44385
Країна виробника	1/9	1	1/5	1/3	1/6	1/7	0,00018	0,24762	0,02672
Умови зберігання	1/5	5	1	3	1/2	1/3	0,5	0,89089	0,10019
Тип вакцин	1/7	3	1/3	1	1/4	1/5	0,00714	0,43881	0,04935
Показання до застосування	1/4	6	2	4	1	1/2	6,0	1,5480	0,15159
Діювальна ефективність	1/3	7	3	5	2	1	70,0	2,03009	0,22830
Усього	2,0373	31	11,5333	20,3333	7,9167	5,1762		8,89224	1
$\lambda_m = 6,273364$			IV = 0,054673		BU=1,24		ВДУ=0,044091		

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Акофф Р. Искусство решения проблем / Р. Акофф ; пер. с англ. Е.Г. Коваленко ; под ред. Е. К. Масловского. – Москва : Мир, 1982. – 224 с.
2. Бадюл М. Г. Застосування методу аналізу ієрархій у проектуванні та будівництві / Бадюл М. Г., Крамаренко В. А. // Строительство, материаловедение, машиностроение : сб. науч. тр. / Приднепр. гос. акад. стр-ва и архитектуры. – Днепропетровск, 2013. – Вып. 70. – С. 27-35.
3. Барбашова Е.В. Методика оценки персонала вузов с помощью экспертно-аналитических технологий / Е.В. Барбашова // Образование и общество. –2014. – № 2 (85). – С.49-53.
4. Вопросы анализа и процедуры принятия решений : сб. переводов / под ред. И. Ф. Шахнова. – М.: Мир, 1976. – 230 с.
5. Євстрат Д. І., Кушнерук Ю. І. Застосування методу аналізу ієрархій для оцінки маркетингової активності торговельних підприємств. // Проблеми економіки. 2012, № 2. С.66-71.
6. Емельянов С. В. Многокритериальные методы принятия решений / С.В. Емельянов, О. И. Ларичев. – М.: Знание, 1985. – 32 с. – (Математика, кибернетика. Подписная научно-популярная серия. 1985. № 10).
7. Ершова Н. М. Принятие решений на основе метода анализа иерархий. // Вісник Придніпровської держ. акад. буд-ва і архітектури. Дніпропетровськ, 2015. № 9 (210). С. 39–45.
8. Ильин В. П. Численные методы решения задач строительной механики : справ. пособие / В. П. Ильин, В.В. Карпов, А.М. Масленников; под общ. ред. В.П. Ильина. – Минск : Высш. шк., 1990. – 349 с.
9. Кігель В.Р. Моделі і методи прийняття рішень в ринковій економіці. KEIM, 2003. – 125 с.

10. Методи і моделі прийняття рішень в аналізі і аудиті / за ред. Ф.Ф. Бутинця. – Житомир: ЖДТУ, 2004. –352 с.

11. Подиновский В.В., Подиновская О.В. О некорректности метода анализа иерархий // Проблемы управления. – 2011. – №1. – С. 8-13.

12. Покровский А.М. Алгоритмы, функции и пользовательский интерфейс аналитической системы Expert Solution // Вестник Российского экономического университета имени Г.В. Плеханова. – М.: Изд-во РЭУ. –2012. – №1. – С. 96-102.

13. Саати Т., Кернс К. Аналитическое планирование. Организация систем. – М.: Радио и связь, 1991. – 224 с.

14. Саати Т.Л. Математические модели конфликтных ситуаций / Т.Л. Саати ; пер. с англ. В.Н. Веселова, Г.Б. Рубальского ; под ред. И.А. Ушакова. – М.: Советское радио, 1977. – 303 с.

15. Саати Т.Л. Принятие решений при зависимостях и обратных связях: Аналитические сети. Пер. с англ. / Науч. ред. А.В. Андрейчиков, О.Н. Андрейчикова. – М.: Издательство ЛКИ, 2008. – 360 с)

16. Саати Т.Л. Принятие решений. Метод анализа иерархий. – М.: Радио и связь, 1993. – 288 с.

17. Серіков А. В. Метод аналізу ієрархій у прийнятті рішень : навч. посіб. / А. В. Серіков, О. В. Білоцерківський ; МОН України, Харк. держ. техн. ун-т буд-ва та архітектури. – Х.: БУРУН КНИГА, 2006. – 144 с. : 77 іл.

18. Синюк В. Г. Использование информационно-аналитических технологий при принятии управленческих решений / В. Г. Синюк, А. В. Шевырев. – М.: Экзамен, 2003. –158 с.

19. Трунова О. В. Застосування методу Сааті при прийнятті управлінських рішень. Вісник Чернігівського національного педагогічного

університету. Педагогічні науки. 2013. Вип. 108.1. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/VchdpuP_2013_1_108_34.

20. Шуметов В.Г., Покровский А.М. Математические и инструментальные методы поддержки принятия решений: Учебно-методическое пособие. – Орел: Изд-во ОФ РАНХиГС, 2012. – 144 с.

21. Participant Names and Papers, ISAHP 2005, Honolulu, Hawaii (недоступная ссылка) (July 2005). Дата обращения: 22 августа 2007. Архивировано 13 апреля 2012 года.

22. Sun, Hongkai (July, 2005), AHP in China, in Levy, Jason, *Proceedings of the 8th International Symposium on the Analytic Hierarchy Process*, Honolulu, Hawaii Архивная копия от 16 июля 2011 на Wayback Machine.