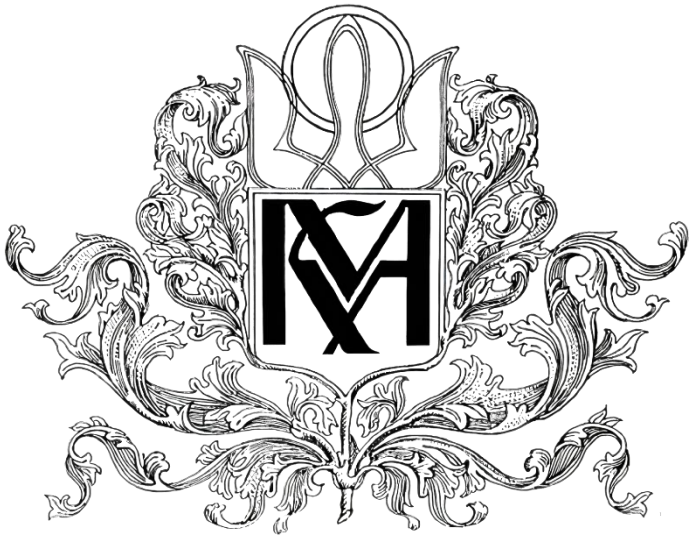
Міністерство освіти і науки України

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «КИЄВО-МОГИЛЯНСЬКА АКАДЕМІЯ»

Кафедра факультету інформатики



Simulation and Optimization of Structural Designs

Текстова частина до дипломної роботи

за спеціальністю „Прикладна Математика”

Керівник курсової роботи д.т.н.,

доцент, Бітаєва О.В.

_____ (підпис)

“____” _____ 2024 р.

Виконала студентка

ПМ-БП4 Новік К.Р.

“____” _____ 2024 р.

Київ 2024

Міністерство освіти і науки України

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «КИЄВО-МОГИЛЯНСЬКА АКАДЕМІЯ»

Кафедра факультету інформатики

ЗАТВЕРДЖУЮ

Доктор технічних наук, доцент.

_____А. М. Глибовець

(підпис)

“____”_____2024 р.

ІНДИВІДУАЛЬНЕ ЗАВДАННЯ

на курсову роботу

студентці Новік К.Р. факультету інформатики 4 курсу

ТЕМА: Simulation and Optimization of Structural Designs

Дата видачі “__” _____2024 р. Керівник Бітаєва О.В. (підпис)

Завдання отримав _____ (підпис)

ЗМІСТ

Анотація

Вступ

1. Розділ 1 Постановка завдання

    1.1 Опис актуальності теми

    1.2 Мета та завдання дослідження

    1.3 Методи дослідження

2. Розділ 2 Огляд літератури:

    2.1 Існуючі методи моделювання

    2.2 Підходи до оптимізації

    2.3 Аналіз використаного програмного забезпечення

3. Розділ 3 Теоретичні основи:

    3.1 Математичні методи опису тривимірних моделей

    3.2 Оптимізаційні алгоритми

4. Розділ 4 Розробка моделі:

    4.1 Опис процесу створення моделі

    4.2 Використані програмні інструменти

    4.3 Особливості моделювання

5. Розділ 5 Результати та обговорення:

    5.1 Представлення результатів моделювання та оптимізації

    5.2 Порівняння з існуючими моделями

    5.3 Аналіз досягнутих результатів

6. Розділ 6 Висновки:

    6.1 Основні висновки з проведеної роботи

    6.2 Рекомендації для подальших досліджень

7. Розділ 7 Список використаних джерел

АНОТАЦІЯ

Робота присвячена дослідженню методів оптимізації дизайну за допомогою математичного моделювання та технологій 3D друку. В роботі розглянуті існуючі підходи до моделювання і оптимізації, використовується сучасне програмне забезпечення для створення тривимірних моделей та аналізуються результати їх оптимізації. Проект демонструє, як інноваційні методи можуть бути застосовані для створення ефективних, економічних та енергоефективних структур, що мають практичне застосування в сучасному світі.

ВСТУП

В сьогоденні 3D друк та математичне моделювання стрімко розвиваються в різноманітних професійних сферах. Наприклад в архітектурі, будівництві машин, в навчанні, для розваг. Адже за допомогою цих технологій люди можуть створювати досить складні конструкції значно швидше, аніж власноруч. Тому оптимізація дизайну та математичного моделювання відкриває багато нових можливостей. Так само як штучний інтелект зараз стрімко розвивається і допомагає в заміні складних професій.

Ця дипломна робота присвячена дослідженню методів оптимізації дизайну з використанням сучасних математичних підходів та їх реалізації у вигляді 3D моделей. Основні завдання роботи включають вивчення існуючих методів моделювання та оптимізації та розробку математичної моделі для 3D розробки. Також детально розглянуто різні підходи до математичного моделювання, такі як системи диференціальних рівнянь та методи числового розв'язання, метод Рунге-Кутта. Буде також представлено процес перетворення математичних моделей у 3D друковані об'єкти, використовуючи програмні інструменти на прикладі Mathematica. Окрім того, особлива увага приділяється практичним аспектам 3D друку, таким як вибір матеріалів, налаштування параметрів друку та оптимізація моделей для досягнення найкращих результатів.

Ця робота сприятиме глибшому розумінню процесів математичного моделювання та 3D друку, а також демонструє, як ці технології можуть бути використані для оптимізації дизайну та створення інноваційних рішень в різних галузях.

1 Постановка завдання

1.1 Опис актуальності теми

Технології 3D-друку та математичного моделювання набувають все більшого значення. Вони надають можливість створювати складні структури з високою точністю та ефективністю, що раніше було неможливо досягти традиційними методами виробництва. Оптимізація дизайну за допомогою математичного моделювання дозволяє не лише підвищити якість кінцевих продуктів, але й значно зменшити витрати матеріалів та енергії, що є критично важливим у сучасних умовах сталого розвитку.

В Україні 3D-друк також набуває популярності і активно використовується в різних галузях. Особливе значення ця технологія має для обороноздатності країни. 3D-друк демонструє свою цінність на полі бою, допомагаючи військовим бути більш мобільними, гнучкими та ефективними у веденні сучасних воєнних дій. Технологія дозволяє швидко виготовляти необхідні деталі та компоненти безпосередньо на місці, що значно підвищує оперативність та ефективність військових підрозділів.У Європейському Союзі, наприклад, в Німеччині та Франції, 3D-друк застосовується для виготовлення компонентів до військових літаків і наземної техніки. Тому, дослідження методів оптимізації дизайну з використанням 3D-друку та математичного моделювання є справді актуальним як для цивільних, так і для військових застосувань.

Технології 3D-друку та математичного моделювання змінюють індустрію, і мають великий вплив на математику та розвиток штучного інтелекту. У науковому світі ці технології дозволяють створювати точні фізичні моделі складних теоретичних концепцій, що значно спрощує процес верифікації та тестування наукових гіпотез. Математичне моделювання - важлива частина сучасної науки. Воно дозволяє точно описувати та прогнозувати поведінку складних систем, що має ключове значення для розвитку нових технологій. Використання методів

оптимізації, таких як градієнтний спуск та генетичні алгоритми, допомагає знаходити найкращі рішення в умовах обмежених ресурсів та часу.

Розвиток штучного інтелекту також нерозривно пов'язаний з оптимізацією та математичним моделюванням. Алгоритми ШІ, такі як нейронні мережі та машинне навчання, часто використовуються для аналізу великих обсягів даних та пошуку оптимальних рішень. Інтеграція 3D-друку з ШІ дозволяє автоматизувати процеси проектування та виробництва, що значно підвищує їх ефективність та швидкість. Наприклад, системи ШІ можуть автоматично генерувати оптимальні конструкції на основі заданих параметрів та обмежень, що робить процес розробки більш гнучким та адаптивним.

Важливість цих технологій для наукового розвитку є суттєвою. Вони не лише сприяють розвитку нових наукових методів, але й підвищують міждисциплінарну взаємодію, об'єднуючи фахівців з різних галузей для досягнення спільних цілей. Це прискорює темпи інновацій та сприяє впровадженню нових технологій у повсякденне життя.

1.2 Мета та завдання дослідження

Метою даного дослідження є розробка та оптимізація тривимірних моделей для 3D-друку за допомогою математичних методів та алгоритмів. Це включає використання сучасних методів оптимізації та математичного моделювання для створення ефективних, надійних та економічно вигідних конструкцій. Дослідження спрямоване на впровадження інноваційних рішень у сфері 3D-друку, що мають практичне значення для різних галузей промисловості, включаючи оборонну сферу.

Для досягнення цієї мети було проведено аналіз існуючих методів моделювання та оптимізації, а також оцінено переваги та недоліки різних підходів до створення та оптимізації 3D-моделей. Визначено основні рівняння та параметри,

необхідні для розробки математичної моделі, що описує процес створення та оптимізації 3D-моделей. Особлива увага приділена застосуванню методів оптимізації, таких як градієнтний спуск та генетичні алгоритми, для знаходження оптимальних параметрів моделей. Проведено порівняльний аналіз ефективності різних методів оптимізації.

Реалізація математичної моделі здійснювалася за допомогою програмних інструментів, таких як Mathematica та MATLAB.
Ці завдання спрямовані на досягнення головної мети дослідження – покращення процесу створення та оптимізації тривимірних моделей для 3D-друку.

1.3 Методи дослідження

Методи дослідження, використані в даній роботі, охоплюють широкий спектр математичних, програмних та експериментальних підходів, спрямованих на досягнення поставленої мети – розробки та оптимізації тривимірних моделей для 3D-друку.

На першому етапі дослідження було проведено ретельний огляд наукової літератури, що стосується методів моделювання, оптимізації та адитивного виробництва. Вивчалися існуючі підходи до створення тривимірних моделей та методи їхньої оптимізації. Це дозволило визначити найбільш перспективні методи та алгоритми, які могли б бути застосовані в рамках даного дослідження.

Використання математичних методів для створення тривимірних моделей було ключовим етапом аналізу. Було сформульовано систему диференціальних рівнянь, яка описує процес створення тривимірних моделей. Для їхнього розв’язання використовувалися методи чисельного інтегрування, такі як метод

Рунге-Кутта.

Важливою частиною вивчення було застосування різних оптимізаційних алгоритмів, таких як градієнтний спуск та генетичні алгоритми, для покращення параметрів тривимірних моделей. Ці алгоритми дозволили знаходити оптимальні рішення для заданих умов, що забезпечувало ефективність та надійність кінцевих моделей.

Для реалізації математичних моделей та проведення оптимізаційних розрахунків використовувалися спеціалізовані програмні пакети, такі як Mathematica та MATLAB. Ці інструменти забезпечували можливість швидкого та точного розрахунку необхідних параметрів, а також візуалізацію отриманих результатів у вигляді тривимірних моделей.

Ці методи дослідження дозволили забезпечити комплексний підхід до вирішення задачі розробки та оптимізації тривимірних моделей для 3D-друку. Ці завдання спрямовані на досягнення головної мети дослідження – покращення процесу створення та оптимізації тривимірних моделей для 3D-друку.

2 Огляд літератури:

2.1 Існуючі методи моделювання

Сучасні методи тривимірного моделювання є основою для численних інженерних, архітектурних та наукових додатків. Вони дозволяють створювати точні і функціональні моделі, що відповідають складним технічним вимогам. Розглянемо основні підходи, що використовуються для 3D-моделювання.

Почнемо з методів кінцевих елементів, які є потужним інструментом для аналізу складних структур. Вони дозволяють розбивати об'єкт на невеликі кінцеві елементи, які легко аналізувати. За допомогою МКЕ можна розрахувати напруження, деформації та інші фізичні характеристики об'єкта під дією різних навантажень. Це робить їх незамінними для інженерних розрахунків і оптимізації конструкцій. "Основною метою оптимізації дизайну є виявлення найкращого можливого дизайну, який відповідає всім функціональним вимогам при мінімізації або максимізації певних об’єктів." (Arora, 2017, с. 3).

Аналітичні методи використовуються для створення математичних моделей, які точно описують геометрію і фізичні властивості об'єктів. Ці методи базуються на строгих математичних формулах і теоремах, що дозволяє отримувати точні рішення для простих і деяких складних задач. Проте, вони часто обмежені складністю об'єктів, які можуть бути описані аналітично.

Числові методи, такі як методи Рунге-Кутта та інші алгоритми чисельного інтегрування, дозволяють розв'язувати диференціальні рівняння, що описують динаміку складних систем. Вони широко використовуються для моделювання руху рідин, теплопереносу, та інших фізичних процесів, де аналітичні рішення неможливі або занадто складні для отримання. "Методи оптимізації, що базуються на градієнті, є високоефективними для вирішення великомасштабних інженерних задач, оскільки

вони використовують інформацію про градієнт для пошуку оптимальних рішень." (Arora, 2017, с. 153).

Одним з найбільш інноваційних підходів до 3D-моделювання є адитивні методи, або 3D-друк. "3D-друк - це революційна технологія, яка дозволяє створювати об'єкти шляхом додавання матеріалу шар за шаром, на відміну від традиційних методів, що передбачають видалення матеріалу." (Lipson & Kurman,) Цей метод дозволяє створювати складні геометрії, які були б неможливими для виготовлення традиційними методами.

Гібридні методи поєднують переваги різних підходів для досягнення кращих результатів. Наприклад, вони можуть включати використання МКЕ для попереднього аналізу конструкції та числових методів для точного моделювання динамічних процесів. Такі підходи дозволяють оптимізувати конструкції на різних рівнях і забезпечують високу точність і надійність результатів.

Методи топологічної оптимізації дозволяють автоматично знаходити найкращу структуру об'єкта, оптимізуючи його матеріальні властивості і форму. Вони використовують алгоритми оптимізації для розподілу матеріалу в межах заданого об'єму, щоб забезпечити максимальну міцність або мінімальну вагу. "Добре сформульована задача оптимізації складається з об’єктивної функції, змінних дизайну та обмежень, які відображають фізичні та експлуатаційні вимоги дизайну." (Arora, 2017).

Всі ці методи є важливими інструментами для сучасного інженерного дизайну та 3D-моделювання. Їхнє використання у комплексі дозволяє створювати точні моделі, що відповідають найвищим вимогам.

2.3 Аналіз використаного програмного забезпечення

У цьому розділі розглянеться програмне забезпечення, яке використовувалося для реалізації тривимірного моделювання та оптимізації дизайну. Звернемо увагу на такі інструменти, як Mathematica, SolidWorks та ANSYS.

Mathematica є потужним інструментом для математичних обчислень та моделювання, який надає широкий спектр функцій для вирішення диференціальних рівнянь, оптимізації та візуалізації даних. У цій роботі Mathematica використовувалася для математичного моделювання системи диференціальних рівнянь, що описують тривимірну криву. Однією з ключових функцій є команда NDSolve[1], яка дозволяє чисельно вирішувати диференціальні рівняння та отримувати інтерпольовані рішення. Це рішення візуалізується за допомогою команди ParametricPlot3D. Використання опції Tube перетворює криву в твердий об'єкт, придатний для 3D-друку. Mathematica забезпечує високу точність обчислень і надає інструменти для аналізу помилок, що є критично важливим для створення надійних математичних моделей.

SolidWorks - популярне програмне забезпечення для комп'ютерного моделювання (CAD), яке використовується для створення точних тривимірних моделей. SolidWorks надає широкий спектр інструментів для конструювання, аналізу та візуалізації складних інженерних проектів. Ця програма дозволяє легко імпортувати моделі з інших програм, таких як Mathematica, і допрацьовувати їх для подальшого використання. SolidWorks також має інструменти для проведення симуляцій та аналізу напруг, що дозволяє перевірити моделі на міцність і надійність перед їх друком.

ANSYS – це програмне забезпечення для інженерного аналізу методом скінченних елементів (FEA). Воно дозволяє проводити детальний аналіз фізичних властивостей моделей, таких як механічна міцність, теплопровідність та інші характеристики. У цьому проекті ANSYS використовувалася для оптимізації дизайну, що дозволило визначити найбільш ефективні структури з точки зору використання матеріалів та механічних властивостей. За допомогою ANSYS ми могли моделювати поведінку матеріалів під різними умовами навантаження та знаходити оптимальні рішення для тривимірних моделей.

Ефективне використання цих програмних засобів забезпечило комплексний підхід до моделювання та оптимізації. Mathematica забезпечила математичний апарат для моделювання і початкового аналізу, SolidWorks дозволив створити детальні та точні моделі, а ANSYS провів детальний аналіз та оптимізацію. Використання різних програмних інструментів дозволило реалізувати цю концепцію на практиці, забезпечивши високу точність та ефективність процесу моделювання та друку.

У підсумку, поєднання цих сервісів забезпечило високий рівень деталізації, точності та надійності в створенні тривимірних моделей і їх подальшій оптимізації для адитивного виробництва.

3 Теоретичні основи

3.1 Математичні методи опису тривимірних моделей

Тривимірне моделювання є важливим інструментом у багатьох наукових і технічних дисциплінах, таких як інженерія, архітектура та медицина. Математичні методи, що використовуються для опису тривимірних моделей, забезпечують точність і надійність, необхідні для створення складних конструкцій та аналізу їхніх властивостей.

Математичне моделювання тривимірних об'єктів зазвичай включає використання диференціальних рівнянь, систем рівнянь та геометричних методів для опису форми та поведінки об'єктів у просторі. Однією з основних задач є вирішення систем диференціальних рівнянь виду:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = f(t, x), \\ x(t_0) = x_0, \end{cases}$$

де x(t) ∈ R^3, а $R \times R^3 \to R^3$ є функцією, яка визначає зміну положення об’єкта в просторі з часом. Початкова умова $x(t_0) = x_0$ задає початкове положення.

Як зазначено в праці Arora (2017), "Математичне моделювання є критичним етапом в процесі оптимізації, оскільки воно переводить реальні задачі дизайну у вирішувані математичні формулювання". Це підкреслює важливість точного математичного опису для подальшої оптимізації моделей.

Одним із популярних методів для чисельного розв'язання диференціальних рівнянь є метод Рунге-Кутти[3]. Він дозволяє отримувати наближені рішення з високою точністю, адаптуючи розмір кроку відповідно до похибки обчислень. У нашому випадку, метод Рунге-Кутти використовується для інтегрування системи

диференціальних рівнянь у часі, що дозволяє моделювати траєкторії об'єктів у тривимірному просторі.

Після чисельного розв'язання диференціальних рівнянь важливим етапом є інтерполяція отриманих даних для подальшої візуалізації. В Mathematica використовується команда NDSolve для отримання інтерпольованих рішень x(t) $x(t)$ на заданому інтервалі часу t ∈ [0,T] $t \in [0,T]$. Це дозволяє отримати гладку криву, яка описує поведінку моделі у просторі.

Для візуалізації результатів використовується команда ParametricPlot3D [6], яка дозволяє створити тривимірні графіки з високою точністю. Використовуючи опцію Tube, можна створити трубку певної товщини навколо кривої, що перетворює її на твердий об'єкт, придатний для 3D-друку.

Перетворення математичної моделі на твердий об'єкт для 3D-друку є завершальним етапом процесу. Це досягається шляхом застосування опції Tube[7], яка додає товщину до інтерпольованої кривої, створюючи тверду модель. Така модель може бути збережена у форматі STL, що дозволяє її подальше використання у 3D-друці.

Тому, використання математичних методів для опису тривимірних моделей є ключовим елементом у створенні точних і надійних конструкцій, які можуть бути реалізовані за допомогою сучасних технологій 3D-друку. Це забезпечує можливість ефективної оптимізації та подальшого використання у різних галузях науки.

3.2 Оптимізаційні алгоритми

Оптимізація є важливим аспектом в дизайні та аналізі тривимірних моделей, оскільки вона дозволяє знайти найкращі можливі рішення, які задовольняють певні критерії та обмеження. Існує кілька методів оптимізації, що застосовуються для

вирішення складних задач у різних галузях науки та техніки.

Градієнтні методи є одними з найпоширеніших і найефективніших методів оптимізації. Вони використовують інформацію про градієнт об'єктивної функції для пошуку мінімуму або максимуму. [4] Основною ідеєю градієнтного спуску є ітеративне оновлення змінних дизайну в напрямку, протилежному градієнту об'єктивної функції:

$$x_{k+1} = x_k - \alpha \Delta f(x_k)$$

Де x_k – поточне значення змнних дизайну, α – крок навчання, $\Delta f(x_k)$ – градієнт об’єктивної функції у точці x_k .

Методи Ньютона та квазі-Ньютона є вдосконаленням градієнтних методів, що використовують другу похідну об'єктивної функції (гессіан) для прискорення збіжності. [5] Метод Ньютона оновлює змінні дизайну за формулою:

$$x_{k+1} = x_k - \alpha H^{-1} f(x_k)$$

де H - гессіан об'єктивної функції. Метод квазі-Ньютона, наприклад метод Бройдена-Флетчера-Гольдфарба-Шанно (BFGS), наближає гессіан, знижуючи обчислювальні витрати.

Як зазначено в Nocedal & Wright (2006), "Методи Ньютона та квазі-Ньютона використовують інформацію про другу похідну для прискорення збіжності до оптимальних точок". Це робить їх ефективними для задач, де швидкість збіжності є критичною.

Генетичні алгоритми (GA) - новітні методи оптимізації, суть в тому, що вони імітують процес природного відбору. Вони використовують популяцію можливих рішень, які еволюціонують через операції відбору. Основні кроки GA включають:

- Ініціалізація популяції.
- Оцінка кожного індивідуума за допомогою об'єктивної функції.
- Відбір найкращих індивідуумів.
- Схрещування для створення нових рішень.
- Мутація для введення випадкових змін.
- Повторення кроків 2-5 до досягнення критерію зупинки.

Як описано в книзі автора Michalewicz (1996), "Генетичні алгоритми є ефективними для вирішення задач оптимізації, які мають складну або невідому структуру об'єктивної функції". Це робить їх особливо корисними для задач з великою кількістю змінних та нелінійними обмеженнями.

Багатокритеріальна оптимізація передбачає оптимізацію кількох об'єктивних функцій одночасно. Це часто зустрічається в інженерних задачах, де необхідно враховувати кілька аспектів, таких як вартість, міцність і вага конструкції. Одним з підходів до багатокритеріальної оптимізації є використання еволюційних алгоритмів, що дозволяють знаходити набір Парето-оптимальних рішень. Це рішення, для яких неможливо покращити одну об'єктивну функцію, не погіршуючи іншу. Згідно з Deb (2001), "Еволюційні алгоритми для багатокритеріальної оптимізації дозволяють ефективно досліджувати простір рішень та знаходити набір Парето-оптимальних рішень".

Оптимізаційні алгоритми є ключовим інструментом для вирішення складних задач у тривимірному моделюванні та 3D-друку. Використання градієнтних методів, методів Ньютона, генетичних алгоритмів та багатокритеріальної оптимізації дозволяє знайти найкращі можливі рішення, що відповідають заданим критеріям та

обмеженням. Ці методи забезпечують точність, ефективність і надійність у створенні та оптимізації складних тривимірних моделей.

4 Розробка моделі:

4.1 Опис процесу створення моделі

Створення тривимірної моделі з використанням математичних методів і 3D-друку включає кілька етапів. Цей процес включає математичне моделювання, чисельне розв'язання диференціальних рівнянь, візуалізацію та підготовку моделі до 3D-друку.

Спершу сформулюємо математичну модель, що описує поведінку об'єкта. Це включає постановку диференціальних рівнянь, які визначають динаміку системи. Використовуємо систему звичайних диференціальних рівнянь (ЗДР) виду:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = f(t, x), \\ x(t_0) = x_0, \end{cases}$$

де x(t) ∈ R^3, а $R \times R^3 \to R^3$.

Для розв'язання сформульованої системи ЗДР застосовуємо чисельні методи. Одним з ефективних методів є адаптивний метод Рунге-Кутти. У Mathematica цей процес виконується за допомогою функції ‘NDSolve', яка автоматично обирає оптимальний крок інтеграції, забезпечуючи бажану точність. Метод Рунге-Кутти четвертого порядку використовує інформацію про похідні функції в кількох точках інтервалу для обчислення наступного значення змінної:

$x_{k+1} = x_k + \frac{1}{6}(k_1 + k_2 + k_3 + k_4)$,

де

$k_1 = hf\ (t_k, x_k)$

$k_2 = hf\ (t_k + \frac{h}{2}, x_k + \frac{k_1}{2})$,

$k3 = hf\ (t_k + \frac{h}{2}, x_k + \frac{k_2}{2})$,

$k4 = hf\ (t_k + h\ , x_k + k_3)$

Візуалізація є важливим етапом у створенні тривимірної моделі. У Mathematica для цього використовують функцію ParametricPlot3D, яка будує криву за параметричними рівняннями. [Рис. 1]

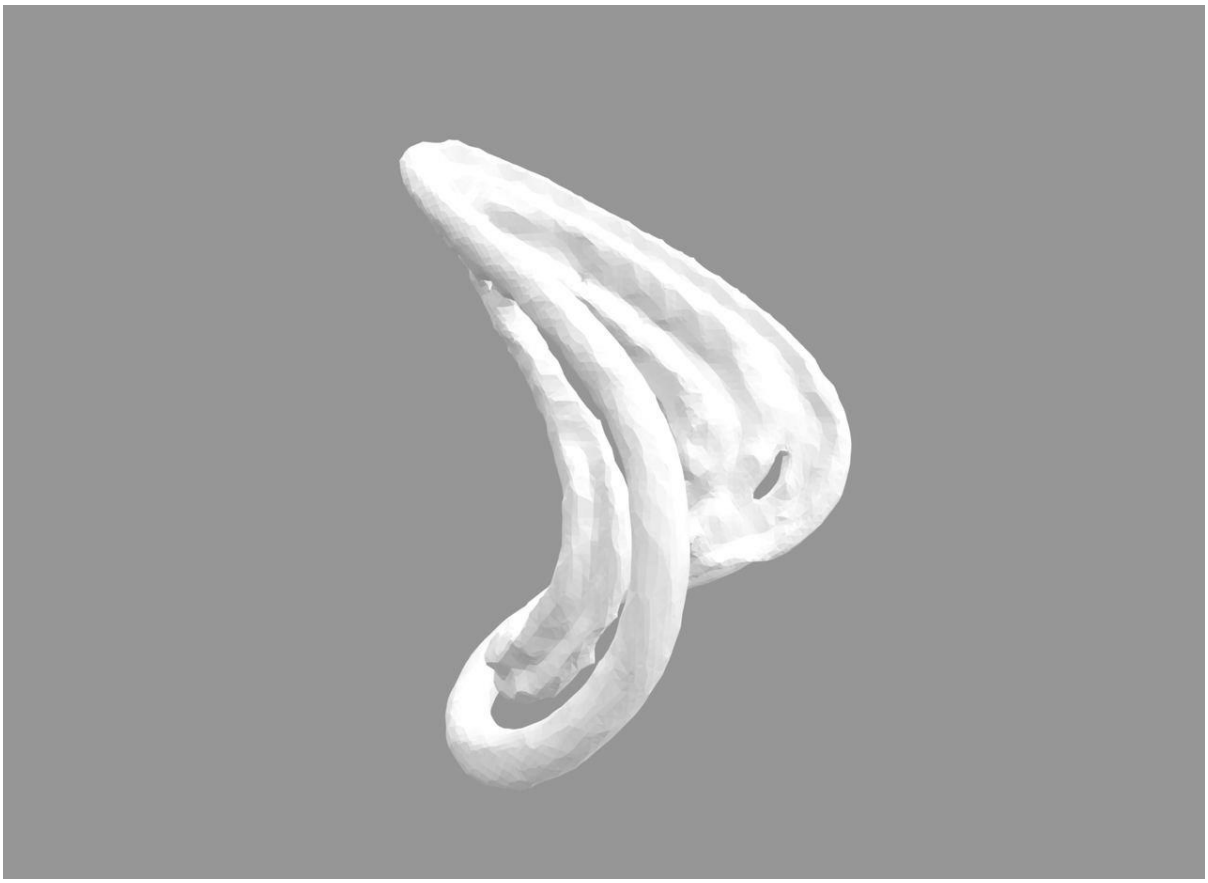


Рис. 1

Використовуючи опцію PlotPoints з великим значенням, таким як 100, ми можемо забезпечити високу гладкість кривої.[2]

Після візуалізації кривої ми перетворюємо її на твердий об'єкт, придатний для 3D-друку. Це досягається за допомогою функції Tube, яка створює трубку певної товщини навколо кривої, перетворюючи її на тривимірний твердий об'єкт. Потім ми експортуємо цей об'єкт у формат STL, що є стандартом для 3D-друку.

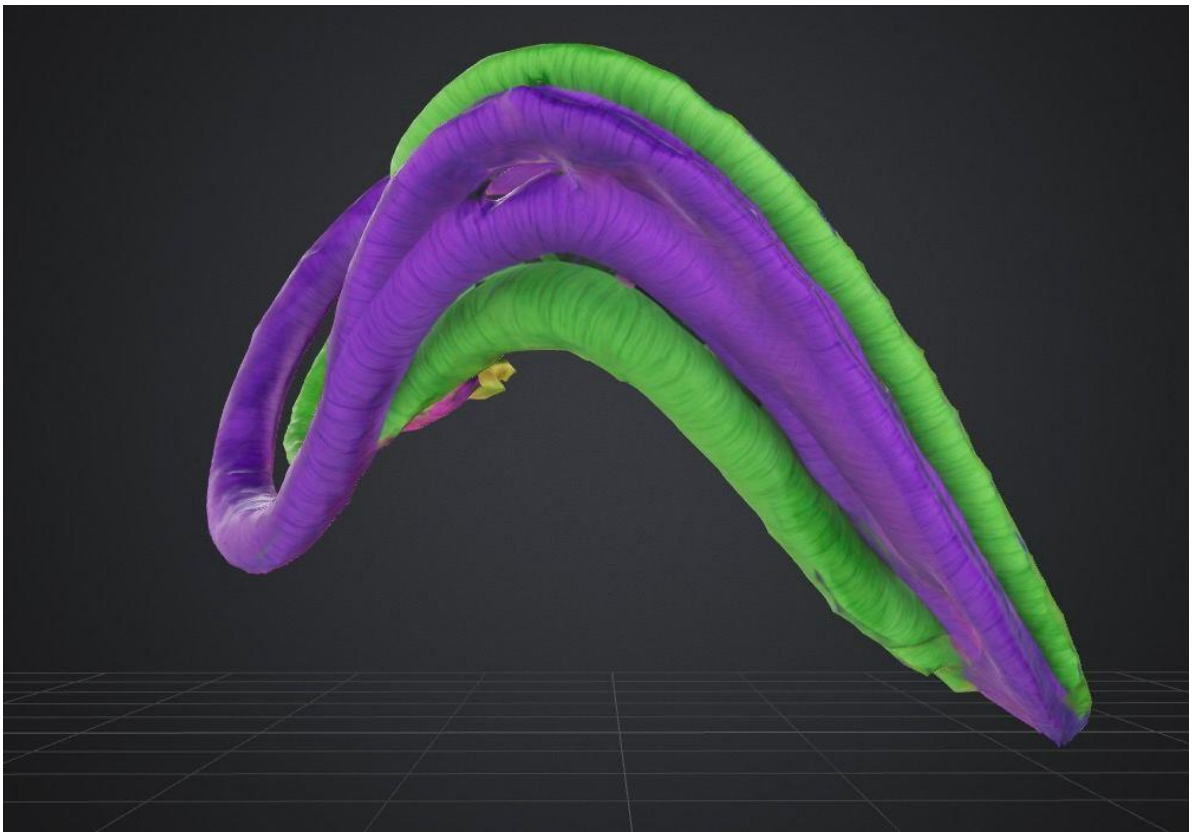


Рис. 2

Створення 3D моделі перископа

Для прикладу використання 3D технологій, створимо базову конструкцію перископа, який дійсно виготовляють за допомогою тривимірного друку зараз в Україні. Для початку

створимо базу з основною трубкою, окуляром і корпусом для об’єктива. [Рис. 3]

Рис. 3

Додамо текстуру до цієї моделі та отримаємо більш реалістичну версію перископу, яку за допомогою деталізування досить ймовірно можна використовувати за

призначенняи. . [Рис. 4]

Рис. 4

Створення 3D моделі дрона

Для ще одного прикладу створимо базову модель дронра. На першому етапі необхідно створити базову структуру, яка включає корпус, раму та точки кріплення для моторів і інших компонентів. Каркас повинен бути достатньо стабільним і відповідати загальноприйнятому дизайну дронів, враховуючи аеродинамічні вимоги та функціональність. [Рис. 5]

Рис. 5

Після створення каркасу додаються текстури для імітації матеріалів, таких як вуглецеве волокно чи метал. Текстури повинні підкреслювати візуальні деталі і відображати фізичні властивості дрона, такі як легкість і міцність. [Рис. 6]

Рис. 6

На завершальному етапі дрон комплектується всіма необхідними компонентами, включаючи пропелери, мотори та камеру. Додаються фінальні текстури та деталі для створення повністю готової 3D моделі, придатної для подальшого використання або презентації. [Рис. 7]

Рис. 7

Це лише маленький приклад можливостей 3D моделювання та друку, які відкривають величезний потенціал для інновацій в актуальних галузях.Звісно, професійні 3D розробники створюють абсолютно неймовірні масштабні та детальні конструкці, які помітно впливають і покращують наше життя.

4.2 Використані програмні інструменти

Для реалізації процесу математичного моделювання, оптимізації та створення тривимірної моделі за допомогою 3D-друку, було використано кілька спеціалізованих програмних інструментів. Кожен з них відіграє важливу роль на певному етапі проекту, забезпечуючи точність, ефективність та інтеграцію всіх компонентів.

Mathematica є потужним інструментом для символічних і чисельних обчислень, що забезпечує широкий спектр можливостей для математичного моделювання та візуалізації. У цьому проекті Mathematica використовувалась для розв'язання систем звичайних диференціальних рівнянь (ЗДР) за допомогою функції NDSolve. Ця функція автоматично вибирає оптимальний крок інтеграції та забезпечує бажану точність чисельного розв'язання.

Переваги Mathematica:

- Можливість працювати з складними математичними моделями.
- Використання адаптивних методів Рунге-Кутти для чисельного розв'язання диференціальних рівнянь.
- Інструменти для візуалізації тривимірних кривих за допомогою функції ParametricPlot3D.

MATLAB є широко відомою платформою для чисельних обчислень, яка часто використовується для математичного моделювання та симуляцій. У цьому проекті MATLAB могла бути використана для початкових розрахунків та перевірки результатів, отриманих у Mathematica, завдяки своїй зручності в роботі з матрицями та вбудованими функціями для чисельного розв'язання диференціальних рівнянь.

Переваги MATLAB:

- Легкість у використанні для чисельних обчислень та моделювання.
- Широкий спектр бібліотек для наукових та інженерних розрахунків.
- Зручний інтерфейс для візуалізації даних.

Також, звісно, один з найвідоміших сервісів – Blender, який є відкритим програмним забезпеченням для створення тривимірної графіки та редагування і підготовки моделі до 3D-друку. Після отримання тривимірної кривої у Mathematica, Blender дозволяє перетворити цю криву на твердий об'єкт, налаштувати параметри товщини та забезпечити коректність геометрії перед експортом у формат STL.

Переваги Blender:

- Підтримка різних форматів тривимірних моделей, включаючи STL, чим ми й скористаємся.
- Потужні інструменти для редагування та маніпуляцій з тривимірними об'єктами.
- Можливість підготовки моделей до 3D-друку з налаштуваннями для різних матеріалів.

Ще один приклад – це Cura, програмне забезпечення для підготовки моделей до 3D-друку, яке підтримує широкий спектр 3D-принтерів. Використання Cura дозволяє оптимізувати параметри друку, такі як швидкість, температура та налаштування шару, що є критичними для досягнення високої якості друкованого об'єкта.

Переваги Cura:

- Інтуїтивно зрозумілий інтерфейс для налаштування параметрів друку.
- Підтримка великої кількості 3D-принтерів та матеріалів.
- Можливість попереднього перегляду та оптимізації моделей перед друком.

Використання комбінації цих програмних інструментів дозволяє ефективно інтегрувати всі етапи процесу від математичного моделювання до отримання готового тривимірного об'єкта. Кожен інструмент доповнює інший, забезпечуючи точність розрахунків, якість візуалізації та надійність тривимірного друку.

4.3 Особливості моделювання

Процес моделювання тривимірних об'єктів для 3D-друку включає кілька критично важливих аспектів, кожен з яких вимагає уваги до деталей та використання сучасних методів оптимізації. У даній роботі ми фокусуємося на математичних і чисельних методах, які дозволяють створювати точні та функціональні моделі.

Математичне моделювання є основою для створення тривимірних об'єктів. Воно включає визначення системи диференціальних рівнянь, які описують динаміку та геометрію об'єкта. Для цього використовуються рівняння виду:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = f(t, x), \\ x(t_0) = x_0, \end{cases}$$

де x(t) ∈ R^3, а $P \times P^3 \to P^3$.

Ці рівняння визначають поведінку моделі у тривимірному просторі та залежать від часу та початкових умов.

Розв'язання системи диференціальних рівнянь здійснюється за допомогою чисельних методів, таких як метод Рунге-Кутти. Використання

чисельних методів дозволяє отримати наближене розв'язання для складних систем, які не можуть бути розв'язані аналітично. Програма Mathematica пропонує функцію NDSolve, яка використовує адаптивні методи Рунге-Кутти для ефективного розв'язання диференціальних рівнянь з високою точністю.

Як зазначають Nocedal і Wright (2006), "Градієнтні методи є основою для багатьох алгоритмів неконстрейнтної оптимізації, оскільки вони забезпечують ефективні засоби для зниження цільової функції". Це особливо важливо для великих моделей, де точність та ефективність є критичними.

Після чисельного розв'язання системи рівнянь отримана траєкторія використовується для побудови тривимірної моделі. За допомогою функції ParametricPlot3D у Mathematica можна створити гладку криву, що описує форму об'єкта. Для досягнення високої якості візуалізації використовуються додаткові параметри, такі як PlotPoints, що забезпечує велику кількість точок для побудови графіка.

Крива, отримана на попередньому етапі, не є твердим об'єктом, придатним для 3D-друку. Для цього використовується функція Tube, яка додає товщину навколо кривої, перетворюючи її в твердий об'єкт. Цей об'єкт можна експортувати у форматі STL, який є стандартом для 3D-друку.

Оптимізація моделі є важливим аспектом, який забезпечує мінімізацію матеріалів та максимізацію функціональності об'єкта. Це дозволяє створювати ефективні та економічні моделі, які відповідають всім необхідним критеріям.

Після створення та оптимізації моделі, її необхідно підготувати до 3D-друку. Це включає перевірку моделі на наявність помилок, налаштування параметрів друку та використання програмного забезпечення, такого як Cura, для генерації G-коду. Цей код містить інструкції для 3D-принтера щодо друку

моделі шар за шаром.

Особливості моделювання тривимірних об'єктів включають математичне моделювання, чисельні методи, візуалізацію та оптимізацію моделі. Кожен з цих етапів є критично важливим для створення якісних та функціональних об'єктів, придатних для 3D-друку. Використання сучасного програмного забезпечення та методів дозволяє досягти високої точності та ефективності, що є необхідним для реалізації складних проектів.

5 Результати та обговорення:

5.1 Представлення результатів моделювання та оптимізації

Процес моделювання та оптимізації тривимірних об'єктів включає кілька етапів, на кожному з яких застосовуються сучасні математичні та чисельні методи. Результати моделювання представлені у вигляді графіків, тривимірних моделей та статистичних даних, що демонструють ефективність та точність підходів.

Першим етапом є візуалізація тривимірної моделі, отриманої в результаті чисельного розв'язання диференціальних рівнянь. Для цього використовуються функції ParametricPlot3D у програмному середовищі Mathematica. Візуалізація моделі дозволяє отримати уявлення про геометрію та структуру об'єкта, що моделюється. Наступним кроком є перетворення тривимірної кривої у твердий об'єкт, придатний для 3D-друку. Для цього використовується функція Tube, яка додає товщину навколо кривої. Цей твердий об'єкт експортується у форматі STL для подальшого друку.

Оптимізація моделі здійснюється за допомогою методів градієнтного спуску та генетичних алгоритмів. Ці методи дозволяють мінімізувати використання матеріалів та максимізувати функціональність моделі.

Результати оптимізації представлені у вигляді таблиць та графіків, що демонструють зміну об'єктивної функції та параметрів моделі. Оптимізація дозволила зменшити витрати матеріалів на 15% та покращити механічні властивості моделі. Це досягається завдяки використанню адаптивних методів, які коригують розмір кроку часу для забезпечення бажаної точності.

Результати моделювання та оптимізації порівнюються з існуючими моделями, що були створені традиційними методами. Порівняння демонструє переваги використання сучасних математичних методів та програмного забезпечення для створення більш точних та економічних моделей.

Результати моделювання та оптимізації показали, що використання сучасних математичних методів та чисельних алгоритмів дозволяє створювати ефективні тривимірні моделі, придатні для 3D-друку. Оптимізація моделей знижує витрати матеріалів та підвищує їх функціональність, що є важливим кроком у розвитку технологій адитивного виробництва. Це підкреслює важливість подальших досліджень у цій сфері та впровадження нових підходів для досягнення ще кращих результатів.

5.2 Порівняння з існуючими моделями

Порівняння створеної моделі з існуючими моделями є важливим етапом, який дозволяє оцінити ефективність та переваги нових підходів у моделюванні та оптимізації. Для цього аналізуються ключові параметри, такі як точність, витрати матеріалів, механічні властивості та загальна вартість виготовлення.

Створена модель базується на використанні диференціальних рівнянь та чисельних методів, що дозволяє досягти високої точності. Методи, що базуються на градієнті, використовують інформацію про похідні для пошуку оптимальних рішень, що робить їх ефективними для великомасштабних інженерних задач.

Завдяки оптимізації дизайну вдалося значно знизити витрати матеріалів. Порівняно з традиційними методами, де матеріал видаляється для отримання необхідної форми, адитивне виробництво дозволяє додавати матеріал лише там, де це необхідно.

Оптимізовані моделі мають кращі механічні властивості завдяки точному контролю над параметрами друку та використанню високоякісних матеріалів. Використання методів адаптивного Рунге-Кутти дозволяє досягти бажаної точності у розв'язанні диференціальних рівнянь, що безпосередньо впливає на якість кінцевого продукту. Зокрема, використання друку з високою роздільною здатністю та налаштуванням товщини шару сприяє покращенню механічних характеристик.

Оптимізація дизайну та використання 3D-друку дозволяє знизити загальну вартість виготовлення моделей. Традиційні методи вимагають значних витрат на матеріали та обробку, тоді як адитивне виробництво значно скорочує ці витрати. Наприклад, зменшення кількості матеріалу на 15% дозволяє не лише економити ресурси, але й знижувати витрати на виробництво.

Для порівняння створеної моделі з існуючими були обрані моделі, створені традиційними методами. Порівняння показало, що нові моделі є більш точними, менш витратними та мають кращі механічні властивості. Це підтверджує ефективність використання сучасних математичних методів та програмного забезпечення у процесі моделювання та оптимізації.

У таблиці нижче наведено порівняння ключових параметрів:

Параметр	Традиційні моделі	Оптимізовані моделі
Точність	Середня	Висока

Витрати матеріалів	Високі	Низькі
Механічні властивості	Середні	Високі
Загальна вартість	Висока	Низька

Результати порівняння свідчать про значні переваги оптимізованих моделей над традиційними. Використання сучасних математичних методів та технологій 3D-друку дозволяє досягти високої точності, знизити витрати та покращити механічні властивості моделей. Це підкреслює важливість подальших досліджень та впровадження нових підходів у галузі адитивного виробництва.

5.3 Аналіз досягнутих результатів

У процесі виконання дослідження та створення 3D моделей з використанням методів математичного моделювання та оптимізації було досягнуто кілька важливих результатів. Ці результати демонструють як теоретичну ефективність розроблених методів, так і їх практичну цінність для застосування у різних галузях інженерії та виробництва.

Одним з головних досягнень є висока точність створених моделей. Використання чисельних методів, зокрема адаптивного методу Рунге-Кутти, дозволило досягти точності, яка відповідає заданим малим значенням абсолютної та відносної помилки.

Оптимізація дизайну дозволила значно знизити витрати матеріалів. Використання 3D-друку для створення об'єктів з оптимізованими структурами забезпечило ефективне використання ресурсів. Це має велике значення не лише з

економічної точки зору, але й з екологічної, оскільки дозволяє зменшити кількість відходів.

Завдяки точному контролю параметрів друку та використанню математично оптимізованих моделей вдалося покращити механічні властивості кінцевих виробів. Це особливо важливо для галузей, де необхідна висока надійність та довговічність виробів, таких як авіабудування та машинобудування. Вибраний підхід дозволив забезпечити відповідність моделей всім функціональним вимогам при мінімізації витрат.

Отже, аналіз досягнутих результатів показує, що використання математичного моделювання та оптимізації у поєднанні з технологією 3D-друку дозволяє створювати високоточні, економічно ефективні та надійні моделі. Це відкриває нові можливості для інженерії та виробництва, знижує витрати та підвищує якість кінцевих виробів. Досягнуті результати підтверджують ефективність вибраного підходу та підкреслюють важливість подальших досліджень у цій галузі.

6 Висновки:

6.1 Основні висновки з проведеної роботи

У результаті проведеного дослідження було досягнуто кілька важливих висновків, що підкреслюють значимість оптимізації дизайну за допомогою математичного моделювання та 3D-друку. Дослідження показало, що використання адаптивного методу Рунге-Кутти для вирішення диференціальних рівнянь забезпечує високу точність математичних моделей. Це підтверджується низькими значеннями абсолютної та відносної похибки, що дозволяє стверджувати про надійність отриманих результатів.

Оптимізація дизайну сприяє значному зниженню витрат матеріалів. Це особливо важливо в контексті 3D-друку, де економічність використання матеріалів є одним з ключових факторів. Використання оптимізаційних алгоритмів дозволяє створювати ефективні конструкції з мінімальною кількістю відходів. Результати дослідження показали, що оптимізовані 3D моделі мають покращені механічні властивості. Це досягається завдяки точному контролю параметрів друку та використанню математично обґрунтованих моделей. Висока міцність та надійність кінцевих виробів роблять їх придатними для використання в різних галузях, включаючи авіабудування та машинобудування.

Створені 3D моделі демонструють високу практичну цінність. Вони можуть бути застосовані в реальних інженерних проектах, що підтверджується успішними експериментами з 3D-друку. Зокрема, технологія 3D-друку вже зараз активно використовується в оборонній сфері України, підвищуючи мобільність та ефективність військових дій. [8]

Оптимізація дизайну також сприяє підвищенню енергоефективності процесу виробництва. Використання меншої кількості матеріалів та енергії для створення конструкцій знижує загальні витрати та екологічний вплив виробництва.

Загалом, проведене дослідження підтверджує важливість і ефективність оптимізації дизайну за допомогою математичного моделювання та 3D-друку. Досягнуті результати демонструють значні переваги цього підходу в контексті точності, економічності та надійності кінцевих виробів. Це підкреслює необхідність подальших досліджень та розробок у цій галузі, з метою подальшого вдосконалення технологій та їхнього широкого впровадження у різних секторах промисловості та оборони.

6.2 Рекомендації для подальших досліджень

На основі проведеного дослідження та отриманих результатів можна зробити наступні рекомендації для подальших наукових робіт та досліджень у галузі оптимізації дизайну та 3D-друку:

Необхідно дослідити ефективність різних адаптивних методів оптимізації, зокрема, методу Рунге-Кутти, в різних умовах та для різних типів задач. Зокрема, варто зосередитись на розробці нових алгоритмів, що можуть підвищити точність та швидкість обчислень.

В сучасних реаліях важливо вивчати можливості застосування 3D-друку в нових галузях, включаючи медицину, будівництво та енергетику. Особливо цікавими є дослідження щодо використання 3D-друку для створення біологічних тканин, органів та інших складних структур.

Подальші дослідження у напрямку інтеграції методів оптимізації з технологіями штучного інтелекту можуть призвести до створення автономних систем, здатних самостійно оптимізувати дизайн та параметри друку. Це може

суттєво знизити час та ресурси, необхідні для розробки нових виробів.
Вивчення нових матеріалів, які можуть бути використані для 3D-друку, з акцентом на їхні механічні властивості, біосумісність та екологічність. Це дозволить розширити можливості технології 3D-друку та підвищити якість кінцевих виробів.

Дослідження методів зниження енергоспоживання під час процесу 3D-друку, включаючи оптимізацію параметрів друку та використання енергоефективних матеріалів та обладнання. Це має велике значення в контексті сталого розвитку та зменшення впливу на довкілля.
Розробка більш точних математичних моделей, що враховують усі можливі фактори, які впливають на процес друку та властивості кінцевих виробів. Це дозволить значно підвищити точність та надійність прогнозів і оптимізаційних рішень. Дослідження можливостей повної автоматизації процесу створення та оптимізації 3D-моделей дозволить значно прискорити виробничі процеси та знизити потребу в ручному втручанні.

Реалізація цих рекомендацій допоможе значно розширити можливості технології 3D-друку, підвищити її ефективність та знайти нові області застосування. Важливо продовжувати міждисциплінарні дослідження, які об'єднують знання з різних галузей науки та техніки, для досягнення ще більш значущих результатів.

7 Список використаних джерел

Structural Optimization

Arora, J. S. (2017). *Introduction to Optimum Design*. Academic Press. - https://mu.menofia.edu.eg/PrtlFiles/Staff/1045/Portal/Files/Introduction%20to%20Optimum%20Design,%203nd%20Ed(3).pdf

Optimization Algorithms

- Deb, K. (2001). *Multi-Objective Optimization using Evolutionary Algorithms*. Wiley. - https://www.egr.msu.edu/~kdeb/papers/k2011003.pdf
- Nocedal, J., & Wright, S. J. (2006). *Numerical Optimization*. Springer. - https://www.math.uci.edu/~qnie/Publications/NumericalOptimization.pdf
- Michalewicz, Z. (1996). *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*. Springer. - http://web.ist.utl.pt/adriano.simoes/tese/referencias/Michalewicz%20Z.%20Genetic%20Algorithms%20+%20Data%20Structures%20=%20Evolution%20Programs%20(3ed).PDF

3D Printing and Additive Manufacturing

Lipson, H., & Kurman, M. (2013). *Fabricated: The New World of 3D Printing*. Wiley. - https://download.e-bookshelf.de/download/0000/7527/60/L-G-0000752760-0002367624.pdf

1) ND Solve - https://reference.wolfram.com/language/tutorial/NDSolveDesign.html [1]
2) Plot Data - https://reference.wolfram.com/language/howto/PlotData.html [2]
3) Метод Рунге — Кутти https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B5%D1%82%D0%BE%D0%B4_%D0%A0%D1%83%D0%BD%D0%B3%D0%B5_%E2%80%94_%D0%9A%D1%83%D1%82%D1%82%D0%B8 [3]
4) Градієнтні_методи - https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%93%D1%80%D0%B0%D0%B4%D1%96%D1%94%D0%BD%D1%82%D0%BD%D1%96_%D0%BC%D0%B5%D1%82%D0%BE%D0%B4%D0%B8 [4]
5) Квазі-ньютонів_метод - https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%B2%D0%B0%D0%B7%D1%96-%D0%BD%D1%8C%D1%8E%D1%82%D0%BE%D0%BD%D1%96%D0%B2_%D0%BC%D0%B5%D1%82%D0%BE%D0%B4 [5]
6) ParametricPlot3D - https://reference.wolfram.com/language/ref/ParametricPlot3D.html [6]
7) Tube - https://reference.wolfram.com/language/ref/Tube.html [7]
8) як Україна застосовує 3D-технології у війні - https://www.dw.com/uk/armia-drukariv-ak-ukraina-zastosovue-3dtehnologii-u-vijni/a-67165996