АСИМПТОТИЧНІ РОЗВ'ЯЗКИ РІВНЯННЯ ЄРМАКОВА – ПІННІ

Я.О. ШЕВЧУК

Різноманітні задачі квантової механіки, ядерної фізики, космології, теорії коливань описуються рівнянням Єрмакова–Пінні

$$y'' + p(x)y = \frac{c}{y^3}, \tag{1}$$

де $p(x) \in C(a;b)$, $c \in R$ – деяка стала.

Загальний розв'язок рівняння (1) у 1880 р. знайшов В.П. Єрмаков, а у 1950 р. Е. Пінні вказав ідентичний спосіб побудови загального розв'язку рівняння (1). При цьому загальний розв'язок рівняння (1) аналітично виражається через лінійно незалежні ров'язки відповідного лінійного однорідного рівняння. Разом з тим фундаментальна система розв'язків зазначеного рівняння, зазвичай, невідома і не існує ефективних методів її знаходження.

У даній роботі побудовано асимптотичний розв'язок задачі Коші для рівняння (1). Отже, нехай в околі точки $x_0 \in (a;b)$ функція $p(x)$ зображується асимптотичним рядом

$$p(x) = \sum_{s \geq 0} p_s (x - x_0)^s, \; p_s \in R.$$

Розв'язок рівняння (1), що задовольняє початкові умови

$$y(x_0) = y_0 \neq 0, \; y'(x_0) = y'_0, \tag{2}$$

шукаємо у вигляді

$$y(x) = y_0 + y'_0(x - x_0) + a_2(x - x_0)^2 + ... + a_n(x - x_0)^n + ... \tag{3}$$

Формально підставимо ряд (3) у рівняння (1) і зрівняємо коефіцієнти при однакових степенях $x - x_0$:

$$(n + 1)(n + 2)y_0^3 a_{n+2} = \phi_n(y_0, y'_0, a_2, ..., a_n), \; n = 0, 1, ... \tag{4}$$

Тоді, якщо $y_0 \neq 0$, то з алгебраїчної системи (4) можна знайти коефіцієнти асимптотичного ряду (3) для будь-якого n. В околі точки x_0 певна кількість членів ряду (3) з наперед заданою точністю задовольняє задачу Коші (1), (2).

КПІ ім. Ігоря Сікорського, Київ, Україна
Email address: `jaroslava.schevchuk@gmail.com`