Міністерство освіти і науки України

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «КИЄВО-МОГИЛЯНСЬКА АКАДЕМІЯ»

Кафедра інформатики факультету інформатики

Прогнозування стану підприємства на основі використання Ланцюгів Маркова

Текстова частина до курсової роботи

за спеціальністю „Інженерія програмного забезпечення” 121

Керівник курсової роботи

ст. викл. Гуминський В.В.

____

(підпис)

“____” __________________2021 р.

Виконала студентка МП ІПЗ-1

Манжура Анна

“____” __________________2021 р.

Київ 2021

Календарний план виконання роботи:

№ п/п	Назва етапу дипломного проекту (роботи)	Термін виконання етапу	Примітка
1.	Отримання завдання на курсову роботу.	21.11.2020	
2.	Узгодження теми, структури та термінів виконання з керівником.	15.12.2020	
3.	Огляд технічної літератури за темою роботи.	20.01.2021	
4.	Ознайомлення з теорією.	21.02.2021	
5.	Розробка практичної частини.	10.03.2021	
6.	Написання текстової частини курсової роботи.	14.04.2021	
7.	Надання текстової частини керівнику для попередньої перевірки.	30.04.2021	
8.	Створення слайдів для доповіді та написання доповіді.	07.05.2021	
9.	Захист курсової роботи.	17.05.2021	

Студент *Манжура А. В.*

Керівник *Гуминський В.В.*

“______”________________

ЗМІСТ

Анотація 5
Вступ 6
РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНА ЧАСТИНА. ЛАНЦЮГИ МАРКОВА 7
1.1 Стохастичні та марковські процеси 7
1.1.1 Визначення 7
1.1.2 Класифікація марковських процесів 8
1.1.3 Граф станів 8
1.2 Ланцюги Маркова 9
1.2.1 Основні поняття 9
1.2.2 Середній час повернення 14
1.2.3 Види ланцюгів Маркова 14
1.2.4 Граничний розподіл 16
1.2.5 Застосування ланцюгів Маркова 18
РОЗДІЛ 2. ТЕОРЕТИЧНА ЧАСТИНА. КЛЮЧОВІ ПАРАМЕТРИ ФІНАНСОВО-ЕКОНОМІЧНОГО СТАНУ ПІДПРИЄМСТВА 19
2.1 Основні терміни фінансових показників 19
2.2 Опис основних документів фінансової звітності підприємства 22
2.2.1 Баланс 23
2.2.2 Звіт про прибутки та збитки 23
2.2.3 Звіт про рух грошових коштів 24
РОЗДІЛ 3. ПРАКТИЧНА ЧАСТИНА. МОДЕЛЮВАННЯ ЕКОНОМІЧНОЇ СИСТЕМИ НА ОСНОВІ ЛАНЦЮГІВ МАРКОВА 25
3.1 Опис бізнес проблеми 25
3.2 Застосування ланцюгів Маркова до економічної системи 27
3.2.1 Визначення станів 27
3.2.2 Визначення вектору початкового розподілу ймовірностей 28
3.2.3 Розрахунок матриці переходів 28
3.3 Практична реалізація на Python 29
3.3.1 Financial Modelling Prep API 30

3.3.2 Структура проекту 31
3.4 Етапи реалізації 32
3.4.1 Визначення станів для ресторану 32
3.4.2 Визначення вектору початкового розподілу для ресторану 33
3.4.3 Побудова матриці переходів для ресторану 33
3.4.4 Підтвердження ергодичності 36
3.5 Результати та прогнозування 37
Висновки 40
Список використаної літератури 41
Додаток А. Приклад балансу підприємства 42
Додаток Б. Приклад звіту про фінансові результати підприємства 43
Додаток В. Граф переходів для досліджуваного ресторану 44
Додаток Г. Графік зміни векторів розподілів ймовірностей на 20 років з UBER_UNPROFITABLE початковим станом 45
Додаток Д. Графік зміни векторів розподілів ймовірностей на 20 років з AVG_PROFITABLE_2 початковим станом 46
Додаток Ж. Графік зміни векторів розподілів ймовірностей на 20 років з UBER_PROFITABLE початковим станом 47

Анотація

Метою курсової роботи є дослідження апарату ланцюгів Маркова як інструменту прогнозування розвитку бізнес системи. Було розглянуто поняття стохастичних та марковських процесів, їх класифікацію, визначено основні концепції ланцюгів Маркова та описано приклади їх застосування. Також виконано огляд ключових параметрів фінансово-економічного стану підприємства та основних документів фінансової звітності. В роботі надано аналіз та тематичне дослідження, де проблема прогнозування стану підприємства полегшується за допомогою запропонованої методології. У практичній частині буде розроблено модель бізнес системи, на ефективність якої повністю впливають стохастичні фактори, та здійснено прогнозування майбутньої поведінки системи за допомогою апарату ланцюгів Маркова.

Вступ

Головною метою будь-якого підприємства є максимізація прибутку. Вкладаючись у розвиток бізнесу, кожен керівник чи спонсор хоче мати якісь гарантії, що у майбутньому фінансовий стан підприємства буде задовільним і кількість збитків не перевищуватиме дохід. Отже, постає проблема прогнозування майбутнього розвитку компанії.

Більшість економічних показників, що характеризують виробничо-комерційну діяльність підприємства, по суті є випадковими величинами, тому що на них впливає цілий комплекс зовнішніх та внутрішніх факторів, частину з яких надзвичайно складно кількісно визначити. Коректному результату оцінки ефективності роботи підприємства в умовах стохастичного характеру виробництва значною мірою сприяє моделювання та економіко-математичні методи. Особливо необхідно їх використовувати, коли робота підприємства розглядається як процес з дискретними станами та дискретним часом. Тому одним з ефективних інструментів моделювання економічних процесів є ланцюги Маркова.

Ланцюги Маркова є важливим поняттям у стохастичних процесах. Вони можуть бути використані для значного спрощення процесів, які задовольняють властивості Маркова. Ланцюги Маркова використовуються в найрізноманітніших наукових галузях, починаючи від біології та закінчуючи економікою. Однією з найпоширеніших сфер застосування є прогнозування майбутніх ринкових тенденцій, а також ризиків, пов'язаних з ними, на основі аналізу історичних даних ринку і знайдених закономірностях в минулих роках.

Основна мета роботи – презентувати метод ланцюгів Маркова, оскільки це простий, але водночас ефективний інструмент прогнозування. Буде показано можливість застосування апарату ланцюгів Маркова для вирішення задачі прогнозування фінансових результатів підприємства в умовах невизначеності. В результаті дослідження до конкретного бізнесу буде застосовано апарат ланцюгів Маркова з метою розрахувати перспективи, що ця економічна система вийде на високо прибутковий стан на певному етапі свого розвитку.

РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНА ЧАСТИНА. ЛАНЦЮГИ МАРКОВА

1.1 Стохастичні та марковські процеси

1.1.1 Визначення

Нехай існує деяка система S, яка може перебувати в якомусь одному з попередньо визначених станів $S_1, S_2, \dots, S_n$. Ці стани між собою не перетинаються, формуючи повну групу подій, а при об'єднанні створюючи достовірну подію, яка стовідсотково відбудеться. Такою системою може бути будь-яка економічна, інформаційна система, технічний прилад, виробничий процес тощо. Говорять про розвиток системи, якщо з часом вона переходить з одного стану в інший. Якщо ця зміна станів у часі відбувається випадково, заздалегідь непередбачувано, то кажуть, що в даній системі виникає випадковий, або стохастичний, процес. Стохастичний процес можна визначити як функцію $X(t)$, аргументом якої є час і значення якої при будь-якому аргументі t є випадковою величиною. Тобто випадковий процес виникає, коли якась випадкова величина залежить від часу.

Існує багато сімейств стохастичних процесів: гаусівські, пуасоновські, модель змінного середнього тощо. Марковські процеси є окремим випадком стохастичних процесів. Названі на честь видатного математика Андрія Маркова, вони вирізняються з-поміж інших класів тим, що для них добре розроблений математичний апарат для вирішення багатьох практичних завдань і отримання досить точних та високодостовірних рішень. Також за допомогою марковських процесів можна відносно просто і наочно описати поведінку досить складних систем.

Випадковий процес, що протікає в будь-якій системі S, називається марковським, якщо він володіє такою властивістю: для будь-якого моменту часу ймовірність переходу системи в наступний стан в майбутньому залежить тільки від того, в якому стані система S перебуває зараз; усі попередні стани до поточного нехтуються, адже майбутнє визначається тільки через сучасний стан. Властивість Маркова також часто називають "безпам’ятністю", оскільки майбутнє і минуле є незалежними, коли відоме сьогодення.

1.1.2 Класифікація марковських процесів

Марковські випадкові процеси класифікуються залежно від безперервності і дискретності станів та часу. Дискретність станів означає, що їх можна пронумерувати і система змінює їх миттєво, ніби скачком. Протилежністю є неперервні стани, для яких властивий поступовий та плавний перехід. Час також може характеризуватися дискретністю, що означатиме можливу зміну станів тільки в певний момент часу $t1, t2, t3$. В іншому випадку, відбувається марковський процес з безперервним часом.

Виділяють чотири основних типів марковських процесів:

а) з безперервними станами та дискретним часом (марковські послідовності);

б) з безперервним станом і безперервним часом;

в) з дискретними станами та дискретним часом (ланцюг Маркова);

г) з дискретними станами і безперервним часом (безперервний ланцюг Маркова);

1.1.3 Граф станів

Марковські процеси з дискретними детермінованими станами дуже зручно зображати за допомогою графу станів. Приклад такого графу можна побачити на Рисунку 1.1. На цьому графі кружками позначені стани S_1, S_2, ... , S_7 системи S, а стрілками – можливі переходи між ними. Потенційні затримки в поточному стані зображуються петлею, тобто стрілкою, спрямованої з попереднього стану в нього ж. Кількість станів системи може бути як кінцевою, так і нескінченною (але зліченною).

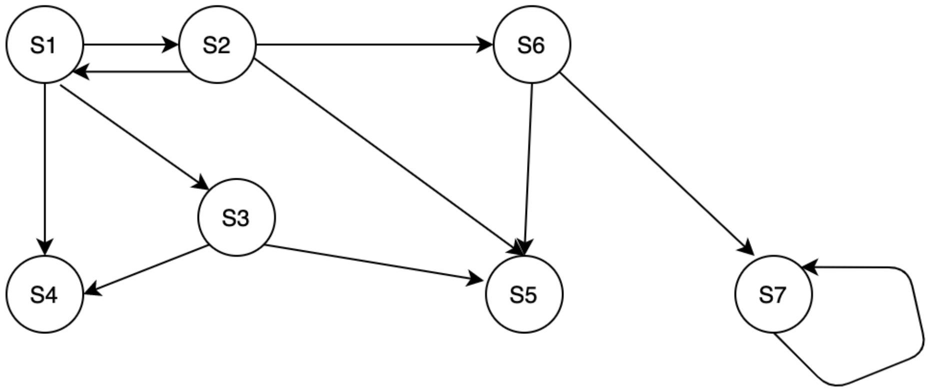


Рисунок 1.1 – Граф станів системи S

1.2 Ланцюги Маркова

1.2.1 Основні поняття

Як зазначалось вище, марковський процес з дискретним часом і дискретними станами має назву марковського ланцюга. Для нього властиве те, що моменти, коли система S може переходити в якийсь стан, розглядаються як послідовні кроки процесу або етапи розвитку, а сам процес в системі S розглядається як функція від цілого числа k, тобто номеру кроку, і складається з послідовності станів $\mathrm{S}(0), S(1), \mathrm{S}\ (2), \ldots, S(\mathrm{k})$. $\mathrm{S}(0)$ в цьому випадку є початковим станом, $\mathrm{S}(1)$ – стан системи після першого кроку, а $\mathrm{S}(\mathrm{k})$ – стан після k-го кроку. Ця послідовність станів є послідовністю, або ланцюгом, випадкових подій, адже для кожного кроку ймовірність зміни стану S_i на будь-який S_j не залежить від того, яким чином і в який момент часу система прийшла в стан S_i. Початковий стан $\mathrm{S}(0)$ може бути заздалегідь заданим або визначеним випадково.

Ланцюг Маркова описується за допомогою ймовірностей станів, тобто ймовірності того, що після k-го кроку система S перебуватиме в стані $S_i(\mathrm{i}\ =$

$1,2,\ldots,n$). Введемо поняття вектору ймовірності P_i (k). Це є абсолютним розподілом, що показує ймовірності знаходження системи в стані S_i на k-му кроці. Оскільки усі стани формують разом повну групу подій і система на кожному кроці може перебувати лише в одному стані, то очевидно, що для кожного кроку k сума елементів вектору ймовірності рівна одиниці. Має місце така формула:

$$\sum_{i=1}^{n} P_i\,(\mathrm{k}) = 1\ . \qquad (1.1)$$

Кожен перехід із стану S_i в стан S_j характеризується перехідною ймовірністю P_{ij}. Ланцюг Маркова зручно розглядати, проілюструвавши його за допомогою графу переходів, в якому стани (вершини) сполучаються між собою можливими переходами (зв'язками), кожен з яких характеризується ймовірністю даного переходу. На Рисунку 1.2 можна побачити фрагмент графу, де переходи зі стану S_i є повною групою випадкових несумісних подій, а отже в сумі дають одиницю.

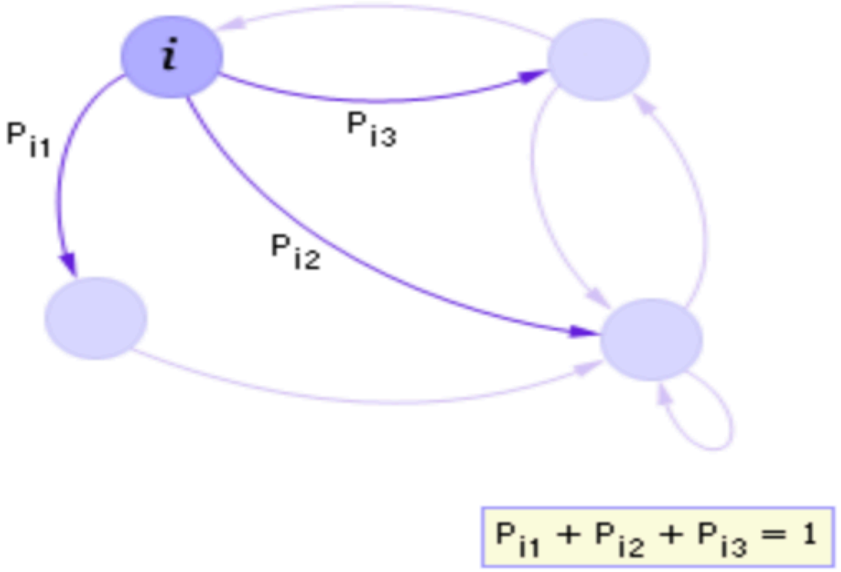


Рисунок 1.2 – Фрагмент графу переходів

Повністю граф може виглядати так, як це зображено на Рисунку 1.3.

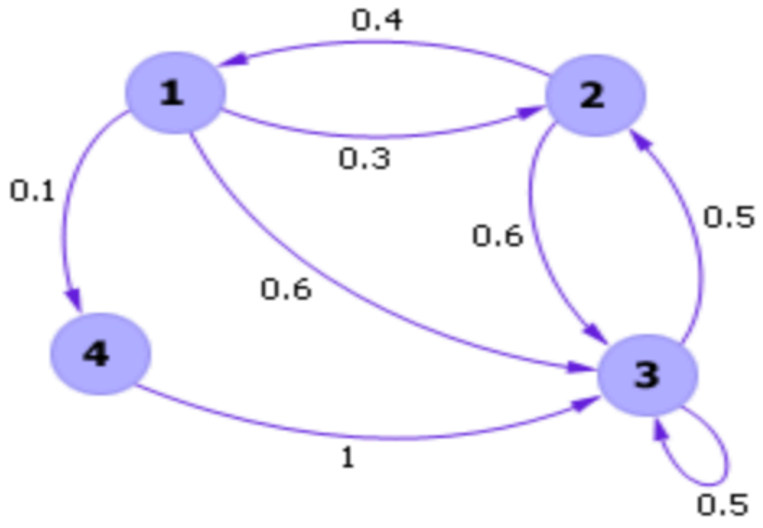


Рисунок 1.3 – Повний граф переходів

Цей же граф можна представити відповідною квадратною матрицею розміром NxN, де N – кількість станів системи. Елементами цієї матриці будуть ймовірності переходів між вершинами графу, де P_{ij} являтиме собою ймовірність переходу за один крок зі стану S_i в стан S_j, а P_{ij} – ймовірність затримки системи в стан S_i. В такому випадку матриця P називатиметься матрицею перехідних ймовірностей. Така матриця матиме наступний вигляд:

$$P = \begin{matrix} P_{11} & P_{12} & \dots & P_{1n} \\ P_{21} & P_{22} & \dots & P_{2n} \\ P_{i1} & P_{i2} & \dots & P_{in} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{n1} & P_{n2} & \dots & P_{nn} \end{matrix} .$$

Граф з Рисунку 1.3 матиме такий вигляд в матриці переходів:

	1	2	3	4
1	0	0.3	0.6	0.1
2	0.4	0	0.6	0
3	0	0.5	0.5	0
4	0	0	1	0

Рисунок 1.4 – Матриця переходів для графу з Рисунку 1.3

Матриця перехідних ймовірностей ланцюга Маркова має такі властивості:

а) кожен рядок уособлює обраний стан системи, а її елементи – ймовірності всіх можливих переходів за один крок з обраного стану, включно з переходом в самого себе;

б) на противагу рядкам, елементи стовпців показують ймовірності всіх можливих переходів системи за один крок в заданий стан;

в) сума ймовірностей в кожному рядку дорівнює одиниці, оскільки переходи формують повну групу несумісних подій:

$$\sum_{j=1}^{n} P_{ij} = 1, i = \overline{1, n}\ ; \tag{1.2}$$

г) по головній діагоналі матриці знаходяться ймовірності P_{ii}, тобто того, що система на наступному кроці залишиться в тому ж самому стані;

ґ) очевидно, що елементи матриці мають задовольняти умові $0 < P_{ij} \leq 1$, оскільки вони є ймовірностями.

Якщо перехідні імовірності не залежать від номера кроку, а тільки від того, з якого стану в який здійснюється перехід, то відповідний ланцюг Маркова називається однорідним.

Ланцюг Маркова можна повністю задати усього двома компонентами:

а) матрицею перехідних ймовірностей;

б) вектором початкового розподілу ймовірностей, тобто розподілом ймовірностей станів на самому початку процесу: $P_1(0), P_2(0), \ldots, P_i(0), \ldots, P_n(0)$. В окремих випадках, якщо точно відомо в якому стані перебуває система на початку, тобто S(0) = S_i, то у початковому розподілі ймовірностей $P_i(0) = 1$, а всі інші дорівнюють нулю.

Якщо ці два аспекти наявні, то повна (імовірнісна) динаміка процесу чітко визначена. І справді, вектор ймовірностей на будь-якому кроці можна обчислити циклічно. Ймовірність того, що система S на кроці k перебуватиме в стані S_i, вираховується за таким рекурентним співвідношенням:

$$P_i(k) = \sum_{j=1}^{n} P_j(k-1) * P_{ij}, \qquad \left(i = \overline{1,n}, j = \overline{1,n}\right). \tag{1.3}$$

Маючи початковий вектор ймовірностей та матрицю переходу і користуючись наступною формулою

$$p^{(k)} = p^{(k-1)} * P, \tag{1.4}$$

можна легко прийти до виведення основної формули обчислення вектору ймовірностей на будь-якому кроці k:

$$p^{(k)} = p^{(0)} * P^k\,, \tag{1.5}$$

де k – етап розвитку системи;

$p^{(0)}$ – вектор початкового розподілу;

P – матриця переходів.

Отже, завдяки цій формулі, ми можемо спрогнозувати з якою ймовірністю наша система буде перебувати у певному стані на будь-якому кроці.

1.2.2 Середній час повернення

Система, яка спочатку знаходиться в стані S_i, може вперше повернутись до цього ж стану через n кроків, де n>1. Ця кількість кроків називається першим часом повернення. Позначимо через $f_{ij}(n)$ ймовірність того, що перше повернення в стан S_j відбудеться на n-ому кроці. Ймовірність, що відбудеться принаймні одне повернення в стан S_j, задається формулою:

$$f_{ij} = \sum_{n=1}^{\infty} f_{ij}{}^{(n)} . \quad (1.6)$$

Система обов'язково повернеться в стан S_j, якщо $f_{ij} = 1$. Позначаємо через μ_{ij} середній час повернення, тоді має місце така рівність:

$$\mu_{ij} = \sum_{n=1}^{\infty} \mathrm{n}\, f_{ij}{}^{(n)}. \quad (1.7)$$

Якщо $f_{ij}< 1$, то невідомо, чи повернеться система в стан S_j, і з цього випливає, що $\mu_{ij} = \infty$.

1.2.3 Види ланцюгів Маркова

Ланцюги Маркова бувають різних видів. Найбільш основними є такі:

а) розкладний. Такий ланцюг містить стани, які є поглинаючими, тобто діставшись яких ймовірність переходу в інші стани дорівнює нулю. Якщо S_i є таким станом, то $P_{ij} = 1$. На Рисунку 1.5 можна побачити приклад розкладного

ланцюга, де S_7 є поглинаючим станом, з якого не виходить жодна дуга в будь-який інший стан;

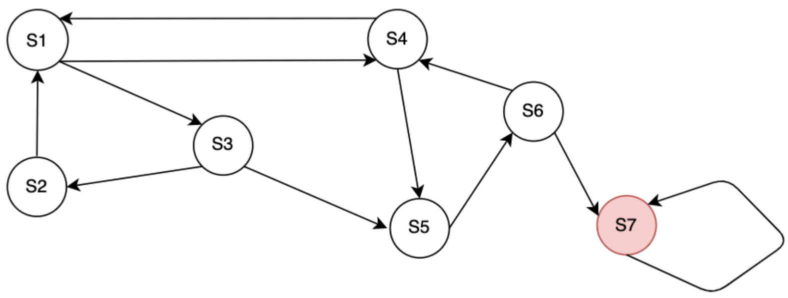


Рисунок 1.5 – Приклад розкладного ланцюга

б) нерозкладний. На відміну від розкладного, такий ланцюг характеризується тим, що з будь-якого стану можна потрапити в будь-який інший стан за скінченну кількість кроків. Приклад графу нерозкладного ланцюга можна побачити на Рисунку 1.6;

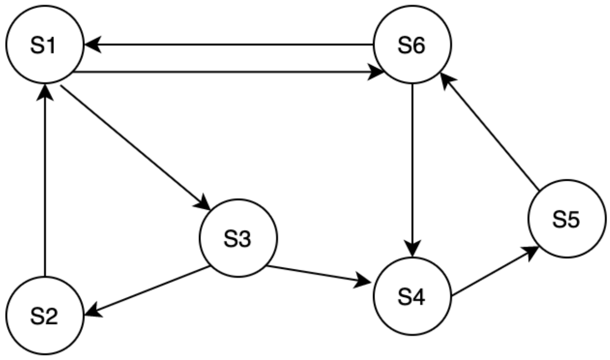


Рисунок 1.6 – Приклад нерозкладного ланцюга

в) періодичний. Ланцюг є таким, коли послідовність переходу зі стану в стан змінюється періодично. Усі стани мають однаковий період, тобто повернення до кожного стану трапляється через однакову кількість кроків. Приклад графу періодичного ланцюга можна побачити на Рисунку 1.7;

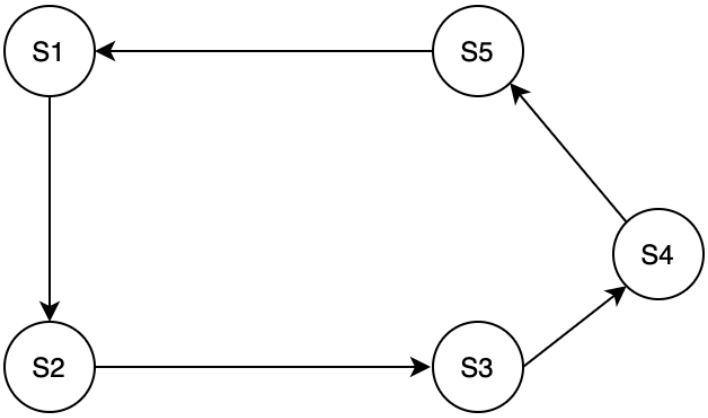


Рисунок 1.7 – Приклад періодичного ланцюга

г) ергодичний. Цей ланцюг є нерозкладним і аперіодичним. Для нього існує можливість визначити стаціонарні ймовірності, тобто ймовірності подій коли час прямує до нескінченності. Ймовірність цих станів не залежать від початкового вектору ймовірностей.

1.2.4 Граничний розподіл

Як зазначалось вище, для ергодичного ланцюга Маркова існує єдиний граничний розподіл станів системи, коли кількість кроків прямує до нескінченності. Граничний розподіл π є вектором, і складається з $\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n$, де π_i – ймовірність того, що при k прямує до нескінченності, система перебуватиме в стані S_i. Має місце рівність:

$$\lim_{k\to\infty} (a)^n = \pi. \tag{1.8}$$

Оскільки стани складають повну групу подій, то має місце така рівність:

$$\sum_{i=1}^{n} p_i = 1\,. \tag{1.9}$$

Для визначення вектора π з'являється система лінійний алгебраїчних рівнянь:

$$\pi = \pi P. \tag{1.10}$$

Перше рівняння системи отримуємо скалярно переможивши вектор π на перший стовпчик матриці P і прирівняти до π_1. Аналогічно для інших рівнянь системи. Зрештою, отримаємо таку систему:

$$\begin{cases} \pi_1 = \pi_1 * P_{11} + \pi_2 * P_{21} + \cdots + \pi_n * P_{n1} \\ \pi_2 = \pi_1 * P_{12} + \pi_2 * P_{22} + \cdots + \pi_n * P_{n2} \\ \dots \\ \pi_n = \pi_1 * P_{1n} + \pi_2 * P_{2n} + \cdots + \pi_n * P_{nn} \end{cases}. \tag{1.11}$$

Додавши до цієї системи ще одне рівняння, де сума елементів вектору розподілу дорівнює одиниці, отримаємо фінальну систему лінійних алгебраїчних рівнянь, яку потрібну розв'язати для знаходження граничного розподілу:

$$\begin{cases} \pi_1 = \pi_1 * P_{11} + \pi_2 * P_{21} + \cdots + \pi_n * P_{n1} \\ \pi_2 = \pi_1 * P_{12} + \pi_2 * P_{22} + \cdots + \pi_n * P_{n2} \\ \dots \\ \pi_n = \pi_1 * P_{1n} + \pi_2 * P_{2n} + \cdots + \pi_n * P_{nn} \\ 1 = \pi_1 + \pi_2 + \cdots + \pi_n \end{cases}. \tag{1.12}$$

Ознакою, що система ергодична, є те, що P_m приблизно дорівнює P_{m+1}, тобто вектор розподілу не змінюється і система стабілізується.

Стан системи називається ергодичним, якщо існує ненульова ймовірність повернення до цього стану за скінченну кількість кроків. Коли всі стани є такими, то і вся система є ергодичною, а значить має граничний розподіл. Середній час повернення системи в стан Sj в цьому випадку розраховується за формулою:

$$\mu_{jj} = \frac{1}{\pi_j}. \tag{1.13}$$

1.2.5 Застосування ланцюгів Маркова

Як вже зазначалось, ланцюги Маркова є основою стохастичних процесів, тому вони широко використовуються у багатьох різних дисциплінах. Відповідно до марковської властивості, передбачення майбутнього будь-якого випадкового процесу вимагає лише знань про поточний стан процесу, а жодної додаткової інформації про його минулі стани не потрібно. Ця простота дозволяє значно зменшити кількість параметрів при вивченні такого процесу.

Ланцюги Маркова – потужний інструмент стохастичного моделювання, який здатен вирішити безліч складних реальних проблем. Оскільки вони можуть бути розроблені для моделювання багатьох реальних процесів, вони використовуються в найрізноманітніших сферах. Ці сфери охоплюють картографування популяцій життя тварин, алгоритми пошукових систем, створення музики та розпізнавання мови. Ще одна серія подій, яка зазвичай моделюється ланцюгом Маркова, – це події взаємодії з клієнтами, які охоплюють послідовність точок дотику із замовником, таких як реклама, електронні листи та інші види комунікацій. Матрицю переходу від моделі ланцюга Маркова можна використовувати як кількісну метрику ефективності управління взаємовідносинами з клієнтами (CRM).

Завдяки своїй ефективності в прогнозуванні довгострокової поведінки ланцюги Маркова часто використовуються в економічних та фінансових сферах, таких як аналіз фондового ринку, планування робочої сили, а також прогнозування макроекономічних ситуацій, таких як крах ринку та цикли між рецесією та експансією. Інші сфери застосування включають прогнозування цін на активи та опціони та розрахунок кредитних ризиків. При розгляді безперервного фінансового ринку ланцюги Маркова використовуються для моделювання випадковості. Наприклад, ціна активу встановлюється випадковим фактором – стохастичним коефіцієнтом дисконтування, який визначається за допомогою ланцюгів Маркова.

РОЗДІЛ 2. ТЕОРЕТИЧНА ЧАСТИНА. КЛЮЧОВІ ПАРАМЕТРИ ФІНАНСОВО-ЕКОНОМІЧНОГО СТАНУ ПІДПРИЄМСТВА

2.1 Основні терміни фінансових показників

Підприємство – це суб'єкт комерційної діяльності, який діє самостійно і створений для виробництва товарів, робіт або послуг з подальшою метою задоволення потреб і отримання прибутку. Основна мета підприємства – це максимізація прибутку, за рахунок реалізації продукції, на підставі якої задовольняються економічні та соціальні потреби власників і трудового колективу. Напрямок розвитку компанії, орієнтоване на довгострокову перспективу, називається стратегією. За формою вона є документом, який містить набір правил, якими керується підприємство, приймаючи управлінські рішення. Стратегічне управління є процесом послідовних дій організації, що включає: постановку цілей, аналіз внутрішнього і зовнішнього середовища, визначення необхідних ресурсів, вироблення стратегії, контроль за її реалізацією.

В сучасних економічних умовах головний принцип існування підприємств в ринковій економіці – забезпечення їх самоокупності. Отже, всі витрати підприємства повинні покриватися відповідними доходами. При цьому мається на увазі, що сума доходів обов'язково повинна перевищувати суму усіх затрат підприємства, щоб був отриманий максимальний прибуток.

Варто вирізняти терміни виручки та прибутку компанії. Виручка (англ. revenue) визначається як загальна кількість грошових коштів, що акумулюються в результатів продажів продукції, і вираховується за такою формулою:

$$\text{Виручка} = \text{Ціна продукції} * \text{Кількість проданих одиниць}. \qquad (2.1)$$

Прибуток, в свою чергу, ділиться на такі види:

а) валовий (англ. gross profit) – це сума грошових коштів, отриманих від реалізації вироблених товарів. Він дорівнює різниці між загальною кількістю

заroблених коштів від збуту товарів або послуг та собівартістю виготовлення продукції;

б) операційний (англ. operating income) – прибуток, що вираховується шляхом віднімання від валового доходу витрати на адміністративні та управлінські цілі, такі як організація збуту та реалізації продукції, сплачені штрафи, курсові різниці, амортизація, оплата праці персоналу, оренда приміщень, комунальні платежі та інші;

в) чистий (англ. net income) – є підсумковою величиною прибутку. Вираховується як різниця між операційним прибутком та податковими виплатами, зборами та іншими обов’язковими стягненнями в бюджет.

Рисунок 2.1 – Різниця видів прибутку

Доходи підприємства як основне джерело формування прибутку повинні постійно аналізуватися з метою контролю, а також подальшого планування. Економічний аналіз комерційного підприємства містить вивчення фінансової складової його діяльності. Фінансовий стан підприємства – це, безперечно, найголовніша характеристика економічної діяльності в зовнішньому середовищі. Воно визначає конкурентоспроможність організації, її потенціал в можливому робочому співробітництві, дозволяє оцінити, наскільки економічні інтереси самого підприємства та його партнерів є гарантованими. Фінансовий стан організації показує кінцеві результати її фінансової, комерційної та виробничої діяльності. Успішне виконання виробничих і фінансових планів має позитивний вплив на фінансовий стан компанії, в той час як спад виробництва і реалізації продукції спричинює підвищення її собівартості, зменшення суми прибутку і в результаті – погіршення фінансового стану фірми.

У фінансовому аналізі використовується більш ніж 200 коефіцієнтів. Одним з головним є рентабельність підприємства, що на рівні з прибутком визначає фінансовий успіх компанії, а також використовується інвесторами для визначення, чи є фірма фінансово стійкою і готовою до зростання. Для керівництва підприємства, кредиторів та інвесторів обсяг реалізації продукції грає набагато меншу роль, аніж кількість отриманих чистих коштів з цих продажів. Рентабельність, або прибутковість, – метрика, що використовується для визначення обсягу прибутку компанії по відношенню до розміру бізнесу. Вона є показником ефективності – і зрештою її успіху чи провалу. Рентабельність вираховується за формулою:

$$\text{Рентабельність} = \frac{\text{Чистий прибуток}}{\text{Загальна виручка}} * 100\% \,. \qquad (2.2)$$

Ще одним визначенням рентабельності є здатність бізнесу здійснювати повернення інвестиційних вкладень на основі своїх ресурсів. Попри те, що компанія може стабільно отримувати високий прибуток, це не обов'язково

означає, що компанія є високоприбутковою. Аналіз прибутковості компанії необхідний, щоб зрозуміти, чи ефективно компанія використовує свої ресурси та свій капітал. Рентабельність також дозволяє визначити рівень ділової активності, загальну ефективність діяльності компанії, долю прибутку в обсязі виручки та ризики збільшення собівартості продукції.

Рентабельність має бути більшою за 0, в іншому випадку управління підприємництвом є неефективним, адже воно зазнає збитків. Нормативні показники прибутковості сильно залежать від області галузі виробництва, але в середньому підприємства класифікують за цим параметром таким чином:

а) збиткове, якщо рентабельність менша за 0;

б) низькорентабельне, якщо цей показник знаходиться в межах 1-5%;

в) середньорентабельне, якщо рентабельність дорівнює 5-20%;

г) високорентабельне, у випадку якщо прибутковість складає 20-30%;

ґ) надприбуткове, в разі перевищення показником 30%.

2.2 Опис основних документів фінансової звітності підприємства

Фінансова звітність – це письмові записи, що відображають фінансові результати діяльності компанії за певний період (місяць, квартал, рік). Вона перевіряється державними органами, бухгалтерами, фірмами з метою оподаткування, фінансування чи інвестування. Інвестори та фінансові аналітики покладаються на ці фінансові дані, щоб аналізувати результати діяльності компанії та робити прогнози щодо цін її акцій. Одним з найважливіших джерел достовірних та перевірених фінансових даних про підприємство є річний звіт, який містить фінансову звітність фірми за повний рік. Основними документами фінансової звітності є:

а) баланс (англ. balance sheet);

б) звіт про прибутки та збитки (англ. income statement/profit and loss statement);

в) звіт про рух грошових коштів (англ. cash flow statement)

2.2.1 Баланс

Баланс – фінансовий звіт, який являє собою моментальний знімок (світлину) підприємства з інформацією про те, чим компанія володіє, що заборгувала, а також вкладені акціонерами суми. Дата у верхній частині балансу інформує, коли було зроблено знімок; як правило, це кінець фінансового року. Баланс надає огляд активів, зобов'язань та власного капіталу фірми в конкретний момент часу.

Структура балансу має вигляд таблиці, яка складається з трьох основних розділів:

а) дані про активи, які перераховані у порядку зменшення їх ліквідності – тобто простоти конвертування їх в готівку. Активи поділяються на оборотні, які можливо конвертувати в грошові кошти за менш ніж один рік; і довгострокові (або необоротні) активи. Оборотні активи включають в себе: готівку та її еквіваленти, цінні товарні папери, короткострокові депозитні сертифікати, дебіторську заборгованість, попередньо оплачені витрати (страхування, рекламні контракти чи орендну плату). Довгострокові активи являють собою довгострокові інвестиції, інтелектуальну власність, довговічні капіталомісткі активи.

б) дані про зобов'язання, а саме гроші, які компанія винна стороннім підприємствам. Вони охоплюють кошти, які фірма має сплатити постачальникам, а також відсотки за облігаціями.

в) дані про власний капітал, тобто гроші, що належать власникам бізнесу – його акціонерам; він еквівалентний різниці загальної суми активів компанії та її зобов'язань, боргу, який бізнес винний перед неакціонерами.

Приклад балансу можна побачити в Додатку А.

2.2.2 Звіт про прибутки та збитки

На відміну від балансу, звіт про прибутки та збитки охоплює певний проміжок часу – рік для річної фінансової звітності та квартал для квартальної фінансової звітності. Звіт про прибутки та збитки дає огляд доходів, витрат, чистого доходу та прибутку на акцію. Зазвичай для порівняння надаються дані від двох до трьох років.

Даний звіт містить інформацію про всі види прибутків, які було описано вище, а саме загальну виручку, валовий прибуток, операційний прибуток та чистий дохід. Також в документі детально розписано усі витрати підприємства, пов’язаними з реалізацією продукції, маркетингом, логістикою, амортизацією, адміністративними та операційними затратами та податками. Загалом цей звіт про фінансові результати надає огляд того, як виручка трансформується у чистий прибуток.

Приклад звіту про прибутки та збитки, або звіту про фінансові результати, можна побачити в Додатку Б.

2.2.3 Звіт про рух грошових коштів

Звіт про рух грошових коштів – це фінансовий документ, який надає дані щодо джерел надходжень всіх грошових коштів підприємства та напрямки їх витрат. Він містить три розділи, які описують рух коштів у процесі різних видів бізнес діяльності:

а) операційна діяльність – охоплює джерела надходження та використання коштів у результаті збуту продукції чи сервісів. Ці операції також включають заробітну плату, оплату податку на прибуток та оренди.

б) інвестиційна діяльність – включає джерела надходження інвестицій та шляхи використання цих коштів.

в) фінансова діяльність – надходження грошей від банків чи інвесторів та їх використання на виплату акціонерам.

РОЗДІЛ 3. ПРАКТИЧНА ЧАСТИНА. МОДЕЛЮВАННЯ ЕКОНОМІЧНОЇ СИСТЕМИ НА ОСНОВІ ЛАНЦЮГІВ МАРКОВА

3.1 Опис бізнес проблеми

Будь-яке підприємство – це надскладна бізнес система, що складається з сукупності багатьох елементів. Природне бажання будь-якого керівника бізнесу, особливо того, яке тільки зароджується чи планується бути започаткованим, – зрозуміти перспективи росту і розвитку його компанії. Якщо йдеться про стартап, то постає питання обґрунтованості відкриття нового бізнесу, адже наявні величезні фінансові ризики. Перед тим, як вкладати гроші в започаткування і подальшу підтримку нового підприємства, хочеться мати надії, що бізнес стане надійним і прибутковим у майбутньому. Мета – прорахувати, через який час компанія зможе вийти на прибутковий рівень і чи зможе взагалі.

Як вже зазначалось, будь-яка бізнес система є настільки складною і на неї впливають настільки багато зовнішніх чинників, що детерміновано вирахувати в якому стані буде знаходитись система через якусь кількість кроків – неможливо. Проте, вдавшись до деяких припущень, можна зробити прогноз ймовірності перебування системи на високоприбутковому рівні через якийсь час, використовуючи якраз ланцюги Маркова.

За визначенням, марковський процес з дискретним часом і дискретними станами має назву марковського ланцюга. Перше припущення, яке ми зробимо по відношенню до нашої бізнес системи, – вона випадково переходить від одного стану до іншого в кожний момент часу, значить має місце стохастичний процес. Наступне припущення – наша бізнес система володіє марківською властивістю, тобто майбутнє компанії визначається тільки через сьогодення, а всіма попередніми станами можна знехтувати. Ми розглядаємо підприємство в процесі його розвитку, тобто в конкретні моменти часу, і вважаємо, що система розви-

вається, якщо в часі вона переходить з одного стану в інший. Останнє припущення – бізнес система не може перебувати одночасно в декількох станах, таким чином вони утворюють повну групу подій.

Отже, маючи бізнес систему з детермінованими станами, які випадково змінюються в конкретні моменти часу, ми можемо застосувати апарат ланцюгів Маркова для прогнозування стану підприємства через деяку кількість років. Використовуючи знання про те, яка ймовірність того, що через якийсь час наш бізнес вийде в необхідний нам стан, ми здатні оцінити ризики і вжити заходів задля мінімізації збитків та максимізації прибутків, що є основною ціллю будь-якого підприємства.

Алгоритм на Рисунку 3.1 висвітлює структуру та послідовність кроків у запропонованому методі ланцюгів Маркова, який буде далі використано у практичній частині.

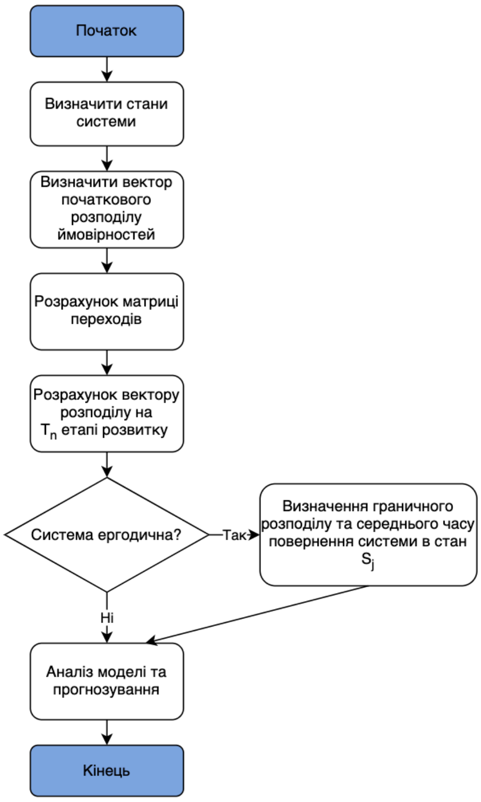


Рисунок 3.1 – Алгоритм застосування ланцюгів Маркова

3.2 Застосування ланцюгів Маркова до економічної системи

3.2.1 Визначення станів

Оскільки ланцюг Маркова характеризується дискретними станами, то перше, що потрібно зробити перед тим, як застосувати цей апарат до нашої бізнес системи, – це визначити у яких саме зліченних станах може перебувати підприємство. Питання, яке виникає: як саме необхідно детермінувати стани бізнес системи? Насправді це можна зробити безліччю способів, але найбільш зручним і показовим методом визначення успішності будь-якого підприємства є показники рентабельності. Як описувалось в розділі 2, головний принцип існування підприємств в ринковій економіці – забезпечення їх самоокупності, тому логічно буде використовувати саме прибутковість як метрику ефективності бізнес системи. Успіх чи провал підприємства визначається рентабельністю, тому прогнозування майбутнього можна формалізувати як передбачення того, яка буде рентабельність у бізнесу через якийсь час. Стани можна детермінувати, наприклад, таким чином:

а) надприбуткове;

б) середньорентабельне;

в) низькорентабельне;

г) збиткове;

ґ) надзбиткове.

Бізнес не може бути і високорентабельним, і збитковим в один момент часу, отже ці стани формують повну групу подій. Метою нашого прогнозування стає розрахування ймовірності того, що на якомусь етапі розвитку система перебуватиме у середнього- або високорентабельному стані.

3.2.2 Визначення вектору початкового розподілу ймовірностей

Наступне питання таке: як визначити в якому стані система перебуває зараз, наскільки вона є рентабельною? Як було зазначено у розділі 2, найважливіше джерело достовірних та перевірених фінансових даних про підприємство є звіт за певний термін (місяць,рік чи квартал). Використовуючи основні документи фінансової звітності (баланс, звіт про прибутки та збитки, звіт про рух грошових коштів), ми зможемо зважити валовий, операційний та чистий прибуток, оцінивши збитки та порахувавши всі податкові стягнення та витрати, і в результаті вираховуємо показник рентабельності за період, який покривають дані документи.

Маючи відсоток прибутковості та конкретний етап розвитку, можна легко визначити вектор початкового розподілу ймовірностей. Оскільки, з документів нам точно відомо в якому стані перебуває система на початку, наприклад у стані S_i, то у початковому розподілі ймовірностей ${P_i}^{(0)} = 1$, а всі інші дорівнюватимуть нулю.

3.2.3 Розрахунок матриці переходів

Основною проблемою в побудові моделі є визначення матриці переходів, тобто ймовірностей з якими бізнес буде переходити з одного стану в інший. Отримання коректних значень елементів матриці – достатньо складна задача.

Започаткування будь-якого бізнесу – це завжди ризик, адже достеменно невідомо чи буде він успішний. Для того, щоб упевнитись, що шанси на майбутню прибутковість у підприємства є, треба дослідити вже існуючі прецеденти. Досить часто підприємці розпочинають бізнес у сфері, яка вже має певну статистику: доходів, прибутків, збитків. Дослідивши фінансову звітність бізнесів, які працюють (чи працювали) у суміжній чи тій же галузі з нашим та мали схожі умови відкриття, можна побачити скільки часу їм знадобилося для того, щоб вийти на прибутковість, і чи вдалось їм це взагалі. Аналізуючи історичні дані

цікавого нам ринку, можна розрізнити певні закономірності. На їх основі діаграми Маркова можуть бути сформовані та використані для прогнозування майбутніх ринкових тенденцій, а також ризиків, пов'язаних з ними. Оцінивши динаміку розвитку таких схожих бізнесів, ми можемо статистично вирахувати загальні ймовірності переходів економічної системи із одного стану в інший.

Отже, маючи джерела фінансових показників схожих бізнесів, ми можемо визначити матрицю переходів для нашої системи. Для більш точних результатів до розрахунку матриці переходів можна долучити групу експертів і базувати оцінки на поєднанні емпіричних даних та більш суб’єктивних, якісних даних, таких як думки цих експертів.

3.3 Практична реалізація на Python

В практичній частині курсової роботи буде застосовано апарат ланцюгів Маркова до конкретного бізнесу з метою розрахувати перспективи, що наша система вийде на високоприбутковий стан на якомусь етапі розвитку. Ми будемо використовувати алгоритм на Рисунку 3.1 для прогнозування стану підприємства у майбутньому. Для моделювання системи, аналізу фінансової звітності, проведення усіх розрахунків та візуалізації прогнозів буде використано мову Python, яка надає зручний інструментарій для роботи з ланцюгами Маркова, а також візуалізації вирахуваних результатів.

Перед тим, як починати реалізацію алгоритму, необхідно визначитись з предметною областю. Припустимо, що ми розглядаємо підприємство у сфері ресторанного бізнесу на початку розвитку.

Для розрахунку матриці переходів нам необхідні будуть реальні прецеденти, а саме статистика прибутків і збитків підприємств у нашій галузі ресторанного бізнесу. Тобто нам потрібні відкриті джерела, звідки ми могли б видобувати фінансові показники компаній, які працюють в схожій з нашою сфері. Для цього в цій роботі буде використано публічне API Financial Modeling Prep. В наступному пункті ми розглянемо дане API більш детально.

3.3.1 Financial Modelling Prep API

Financial Modeling Prep API належить до класу API фінансових даних і є одним з найточніших та найзручніших його прикладів. API фінансових даних - це інтерфейс прикладного програмування, яке взаємодіє з фінансовими додатками для полегшення доступу до інформації, транзакцій та платежів. Фінансові установи використовують ці API для покращення простоти інтеграції, полегшення співпраці між фінансовими партнерами та покращення взаємодії з клієнтами.

Financial Modeling Prep характеризує себе як:

а) безкоштовне біржове API;

б) API історичних даних;

в) API фінансової звітності.

Фінансова звітність оновлюється у режимі реального часу, кожна звітність перевіряється, стандартизується та оновлюється. Дане API покриває NYSE, NASDAQ, AMEX, EURONEX, TSX, INDEXES, ETFs, MUTUAL FUNDS, FOREX та CRYPTO.

FMP API надає одні з найбільш точних даних, доступних на ринку. Кожен ендпоінт доступний у форматі JSON, і більшість із них також у форматі CSV. Дані надходять безпосередньо із декларацій SEC (U.S. Securities and Exchange Commission) після їх серіалізації. API має понад 50 різних сервісних ендпоінтів, і воно продовжує зростати, додаючи нові ендпоінти щотижня. Також можливе надання на замовлення власних ендпоінтів, доступних для зареєстрованих бізнес-клієнтів. На Рисунку 3.2 зображена головна сторінка FMP API.

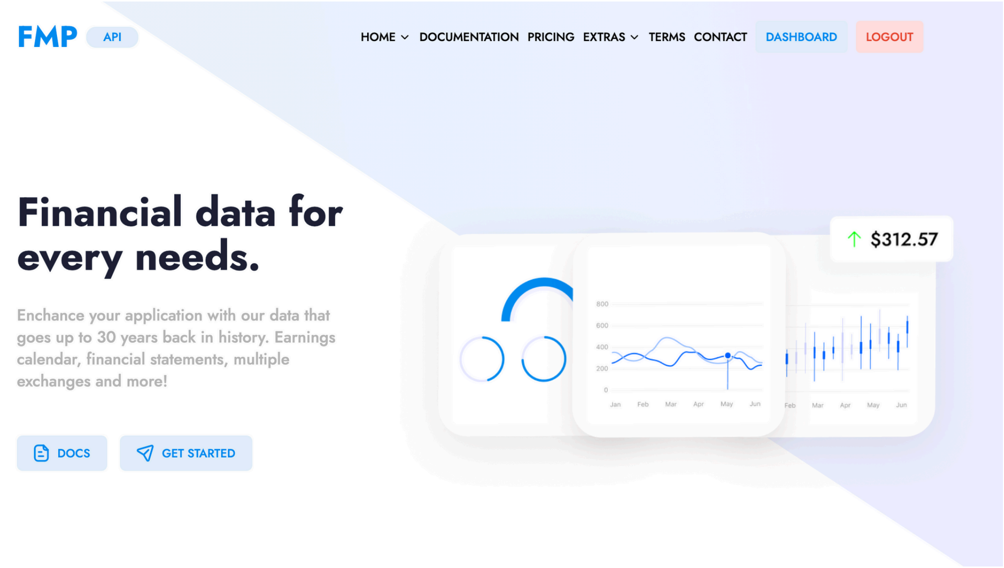


Рисунок 3.2 – Головна сторінка сайту FMP API

За допомогою FMP API можна побачити ціну акцій компаній у режимі реального часу, історію цих цін, рейтинги підприємств, ключові показники економічної діяльності, ринкову капіталізацію тощо. Але найбільш нас цікавить можливість отримати щоквартальні та щорічні фінансові звіти компаній, зокрема три найголовніші документи – звіти про прибутки та збитки, рух грошових коштів та баланс.

3.3.2 Структура проекту

Структура Python проекту наведена на Рисунку 3.3.

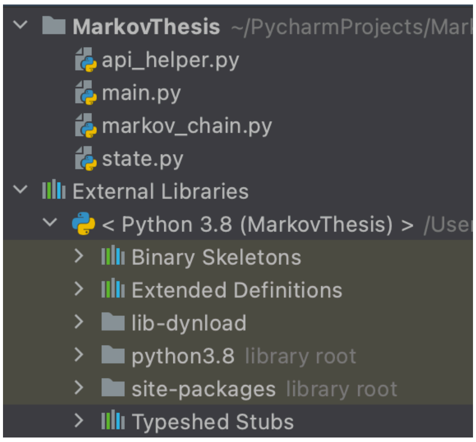


Рисунок 3.3 – Структура проекту

Проект складається з таких файлів:

- api_helper.py – містить методи, що безпосередньо звертаються до FMP API, отримуючи фінансові дані про компанії, які нас цікавлять.
- state.py – містить клас Enum з переліком детермінованих нами станів досліджуваного ресторану, а також допоміжні методи, що допомагають визначати стан за певною рентабельністю.
- markov_chain.py – містить методи, що реалізують апарат ланцюгів Маркова, а саме знаходження вектору ймовірностей на певному етапі розвитку, граничного розподілу, середнього часу повернення.
- main.py – основний файл, що запускає саму програму та імпортує всі вище зазначені пакети.

3.4 Етапи реалізації

3.4.1 Визначення станів для ресторану

Визначати стани нашого підприємства ми будемо на основі показника рентабельності (netIncomeRatio). Детермінуємо систему такими сімома станами:

- UBER_PROFITABLE (якщо рентабельність перевищує 25%). Перебуваючи в цьому стані, ресторан можна охарактеризувати як надприбутковий;
- HIGH_PROFITABLE (якщо рентабельність від 15% до 25%). Цей стан слугує для позначення високої прибутковості.
- AVG_PROFITABLE_2 (якщо рентабельність від 10% до 15%);
- AVG_PROFITABLE_1 (якщо рентабельність від 5% до 10%);
- LOW_PROFITABLE (якщо рентабельність невід'ємна, але менша чим 5%). Перебуваючи в цьому стані, ресторан можна охарактеризувати як низькоприбутковий;
- UNPROFITABLE (якщо рентабельність від'ємна чи нульова, проте не менша ніж -10%);

- UBER_UNPROFITABLE (якщо рентабельність менша за -10%). Це є найгіршим випадком розвитку системи, адже тоді вона є надзбитковою.

Прогнозуючи майбутнє нашого ресторану, нам би хотілось, щоб система перебувала в одному з перших чотирьох станів, адже тоді може йти мова про успішність підприємства. Якщо ж існуватиме велика ймовірність, що через 5-10 років наш ресторан перебуватиме у надзбитковому стані, то варто замислитись чи є сенс продовжувати вкладати гроші у розвиток цього бізнесу.

На Python це реалізовано за допомогою класу State, що являє собою перелік (Enum) вище зазначених станів, а також методу *determine_state(netIncomeRatio)*, що повертає стан в залежності від переданого параметру рентабельності.

3.4.2 Визначення вектору початкового розподілу для ресторану

Ми розглядаємо систему, яка знаходиться на нульовому етапі розвитку, і тому припускаємо, що вже маємо фінансові звіти за перші квартали, а саме такі документи: баланс, звіт про прибутки та збитки, звіт про рух грошових коштів. Проаналізувавши показники цих основних документів фінансової звітності, ми можемо вирахувати рентабельність підприємства, користуючись формулою 2.2. Припустимо, що наша система має рентабельність мінус 5%, тобто ми знаходимось у стані UNPROFITABLE. Користуючись методом *get_initial_distribution*, ми отримаємо вектор $P^{(0)} = [0,1,0,0,0,0,0]$.

3.4.3 Побудова матриці переходів для ресторану

Перед тим як формувати матрицю ймовірностей переходу, треба побудувати матрицю частоти переходів з одного стану в інший. Оскільки ми досліджуємо підприємство у сфері ресторанного бізнесу, то необхідно видобути фінансову статистику саме з цієї сфери для побудови матриці.

FMP API надає ендпоінт для витягання даних компаній з певної індустрії, отже використовуючи ендпоінт Company Stock Screener з параметром Restaurants ми отримуємо список з 54 ресторанів, що подавали щоквартальні звіти в SEC.

Наступним кроком є отримання фінансової звітності по всім цим підприємствам. Для цього використовуватимемо ендпоінт Income Statement розділу Company Financial Statements. Використовуючи метод *draw_income_statement_table_for_company* ми можемо наочно у табличній формі побачити звіт про прибутки та збитки певної компанії за останні п'ять років. Наприклад, на Рисунку 3.4 зображено таблицю з фінансовими показниками Mcdonald's. Усі дані надані в доларах США.

	date	2020-12-31	2019-12-31	2018-12-31	2017-12-31	2016-12-31
6	revenue	19207800000	21076500000	21025200000	22820400000	24621900000
7	costOfRevenue	9455700000	9961200000	10239200000	12199600000	14417200000
8	grossProfit	9752100000	11115300000	10786000000	10620800000	10204700000
9	grossProfitRatio	0.507716	0.527379	0.513003	0.465408	0.414456
10	researchAndDevel...	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
11	generalAndAdmini...	2245000000	2229400000	2200200000	2231300000	2384500000
12	sellingAndMarket...	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
13	otherExpenses	14000000	-15000000	-25000000	-39000000	-22000000
14	operatingExpenses	2545600000	2229400000	2200200000	2231300000	2384500000
15	costAndExpenses	12001300000	12190600000	12439400000	14430900000	16801700000
16	interestExpense	1218100000	1121900000	981200000	921300000	884800000
17	depreciationAndA...	300600000	1617900000	1482000000	1363400000	1516500000
18	ebitda	7507100000	10503800000	10067800000	9752900000	9336700000
19	ebitdaratio	0.390836	0.498365	0.478844	0.427376	0.379203
20	operatingIncome	7206500000	8885900000	8585800000	8389500000	7820200000
21	operatingIncomeR...	0.375186	0.421602	0.408358	0.367632	0.317612
22	totalOtherIncome...	134500000	216900000	206800000	1098200000	-73700000
23	incomeBeforeTax	6140700000	8018100000	7816100000	8573500000	6866000000
24	incomeBeforeTaxR...	0.319698	0.380428	0.371749	0.375695	0.278857
25	incomeTaxExpense	1410200000	1992700000	1891800000	3381200000	2179500000
26	netIncome	4730500000	6025400000	5924300000	5192300000	4686500000
27	netIncomeRatio	0.24628	0.285882	0.281771	0.227529	0.190339

Рисунок 3.4 – Фінансові показники Mcdonald's за останні 5 років з FMP API

Так ми можемо дізнатися наступну інформацію про підприємство: показники виручки (revenue), валового прибутку (gross profit), операційного (operating income) та чистого (net income). Також видно усі витрати компанії по різних напрямках, таких як дослідження та розробка (research and development expenses), загальні адміністративні (general and administrative expenses), витрати на маркетинг (selling and marketing expenses), сума податкових стягнень (income tax expense) та інші. Даний ендпоінт є дуже зручним, адже окрім усього вище зазначеного він також надає можливість одразу отримати показник рентабельності підприємства за рік за допомогою ключа netIncomeRatio. Фінансові показники також можливо отримати у розрізі кварталу.

Отже, ми маємо рентабельність 54 підприємств за п'ять останніх років, тому можемо сформувати матрицю частоти переходів з одного стану в інший. Таким чином, матимемо матрицю

$$N = \begin{bmatrix} N_{11} & \cdots & N1s \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Ns1 & \cdots & Nss \end{bmatrix}, \quad (3.1)$$

де N_{ij} – кількість переходів у послідовності для стану i, за яким слідує стан j.

Нехай P - матриця переходів або стохастична матриця, що описує всі ймовірності переходів для кожного стану моделі ланцюга Маркова. Отже, вирахувавши ймовірності переходів, матриця P для нашого підприємства буде такою, як на Рисунку 3.5.

	UBER_UNPROFITABLE	UNPROFITABLE	LOW_PROFITABLE	AVG_PROFITABLE_1	AVG_PROFITABLE_2	HIGH_PROFITABLE	UBER_PROFITABLE
ER_UNPROFITABLE	0.217391	0.260870	0.217391	0.130435	0.043478	0.086957	0.043478
UNPROFITABLE	0.116279	0.302326	0.372093	0.139535	0.046512	0.023256	0.000000
LOW_PROFITABLE	0.017544	0.105263	0.666667	0.175439	0.035088	0.000000	0.000000
AVG_PROFITABLE_1	0.023256	0.093023	0.139535	0.581395	0.116279	0.000000	0.046512
AVG_PROFITABLE_2	0.111111	0.000000	0.055556	0.277778	0.388889	0.166667	0.000000
HIGH_PROFITABLE	0.000000	0.000000	0.181818	0.181818	0.090909	0.272727	0.272727
UBER_PROFITABLE	0.090909	0.000000	0.090909	0.272727	0.000000	0.272727	0.272727

Рисунок 3.5 – Матриця перехідних ймовірностей для нашого ресторану

Цю матрицю також можна зобразити у вигляді графу. Він матиме вигляд як на Додатку В, де S0 - стан UBER_UNPROFITABLE, а S6 - стан UBER_PROFITABLE.

3.4.4 Підтвердження ергодичності

Наступним кроком є підтвердження ергодичності ланцюга Маркова, представленого знайденою матрицею переходів, адже тоді буде можливість визначити стаціонарні ймовірності, тобто ймовірності подій коли час прямує до нескінченності. В цьому випадку за допомогою граничного розподілу ми знатимемо, що система стабілізується у майбутньому, і зможемо спрогнозувати до якого стану наш ресторан прямуватиме в перспективі.

Для того, щоб ланцюг Маркова був ергодичним мають виконатись дві умови: ланцюг має бути нерозкладним та аперіодичним.

Доведемо нерозкладність нашого ланцюга. Стан і досяжний зі стану j, якщо ${P_{ij}}^{(n)} = 0$ для деякого n ≥ 0. Кажуть, що обидва стани тоді комунікують між собою і ↔ j . Властивостями даного типу відношення є:

а) стан і комунікує зі станом і для всіх і ≥ 0;

б) якщо стан і комунікує зі станом j, тоді стан j комунікує зі станом і;

в) якщо стан *i* комунікує зі станом *j*, і стан j комунікує зі станом *k*, тоді стан і комунікує зі станом k.

Підмножина, в якому всі стани комунікують між собою, називається комунікаційним класом. Якщо такий клас є лише один в ланцюгу Маркова, тоді він є нерозкладним. Дослідимо нашу матрицю переходів за допомогою методу *is_irreducible*. Бачимо, що, дійсно, ланцюг є нерозкладним, адже містить лише один комунікаційний клас.

Наступним етапом буде доведення аперіодичності. Ланцюг Маркова є аперіодичним, якщо кожен його стан аперіодичний, тобто період k=1 для кожного стану. Оскільки в нашому ланцюгу один комунікаційний клас, то достатня

умова для визначення аперіодичності всіх станів є доведення, що принаймні один стан є аперіодичним.

Дослідимо нашу матрицю переходів за допомогою методу *is_aperiodic*. Бачимо, що, дійсно, ланцюг є аперіодичним, адже точно невідомо через скільки станів ми повернемося в той самий стан: це може бути через 2,3,4,5 і більше переходів. Найбільший спільний дільник це 1, тому за означенням ланцюг є аперіодичним.

Отже, базуючись на доведеній аперіодичності та нерозкладності, можна зробити висновок, що наш ланцюг Маркова є ергодичним. Тому граничний розподіл існує, і ми зможемо його вирахувати.

3.5 Результати та прогнозування

Ланцюг Маркова для нашого ресторану повністю заданий, адже ми вирахували два ключові компоненти – матрицю перехідних ймовірностей та вектор початкового розподілу. Тепер ми здатні розрахувати перспективи, що наш бізнес вийде на прийнятний для нас стан на якомусь етапі розвитку. Для цього обчислимо вектор ймовірностей за формулою (1.5).

Користуючись методом *state_at_step* вирахуємо вектори розподілу для перших трьох років розвитку ресторану. Виведемо ймовірності у вигляді таблиці (див. Рисунок 3.6).

	UBER_UNPROFITABLE	UNPROFITABLE	LOW_PROFITABLE	AVG_PROFITABLE_1	AVG_PROFITABLE_2	HIGH_PROFITABLE	UBER_PROFITABLE
0	0.000000	1.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
1	0.133333	0.288889	0.355556	0.155556	0.044444	0.022222	0.000000
2	0.076060	0.171498	0.405573	0.227337	0.068958	0.031482	0.019093
3	0.054086	0.134777	0.400738	0.265223	0.081791	0.035711	0.027674

Рисунок 3.6 – вектори ймовірностей для перших 3 етапів розвитку ресторану.

Отже, аналізуючи цю таблицю, можна стверджувати, що через один рік наш ресторан має найвищу ймовірність опинитись в малоприбутковому стані.

Існує немала ймовірність також перейти в надзбитковий стан, а дістатись середньо- або високоприбуткового стану ймовірності майже нульові. Через два роки ймовірність опинитись у збитковому стані вже значно зменшилась, і з'явилась ненульова ймовірність потрапити у надприбутковий стан.

Далі ми хочемо також дізнатись, чи наша економічна система стабілізується у майбутньому, чи дійде ресторан до того етапу, коли вектор розподілу не буде суттєво змінюватись від кроку до кроку. Тоді ми змогли б спрогнозувати що чекає на наше підприємство у далекій перспективі, коли час прямує до нескінченності. Оскільки вище ми довели, що наш ланцюг Маркова є ергодичним, то для нього існує граничний розподіл. Знайдемо його за допомогою методу *stationary_distribution*. Розв'язавши систему лінійних алгебраїчних рівнянь, отримаємо такий вектор граничного розподілу:

$$\pi = [0.046431,\ 0.111288,\ 0.354508,\ 0.304786,\ 0.097341,\ 0.046091,\ 0.039552].$$

Дійсно, зобразивши графіком вектори розподілу ймовірностей на 20 років вперед, можна побачити, що через 6-7 років система стабілізується, і вектор розподілу на кроці i не відрізняється від вектору на кроці i+1 (див. Рисунок 3.7).

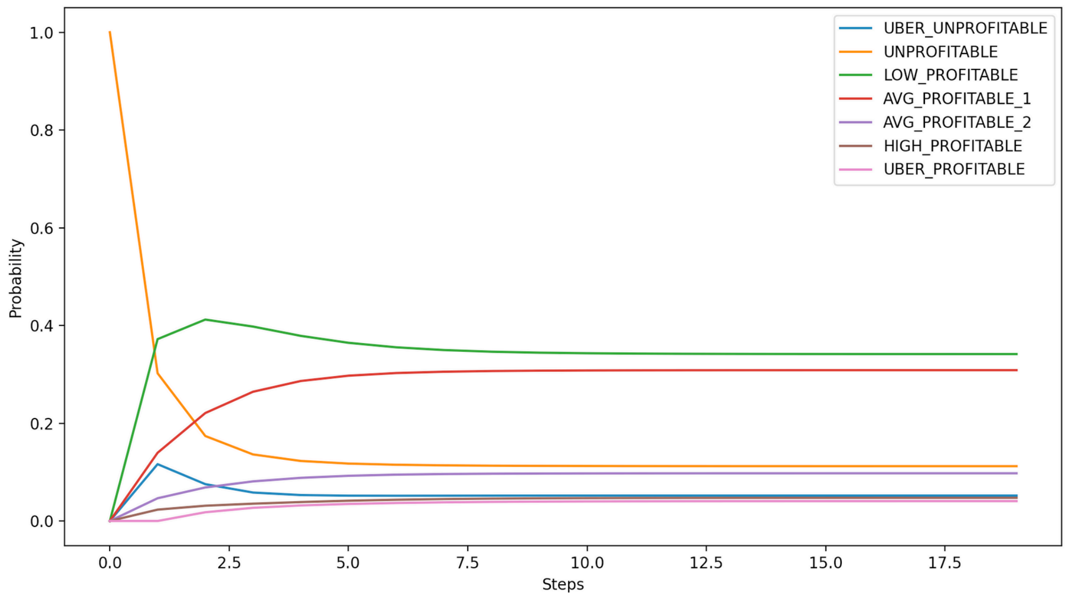


Рисунок 3.7 – Графік зміни векторів розподілів ймовірностей на 20 років

Більше того, властивістю граничного розподілу є те, що він не залежить від початкового вектора. Тобто, не важливо в якому стані наш ресторан знаходитиметься на початку розвитку – у майбутньому з найбільшою ймовірністю наш ресторан знаходитиметься на малоприбутковому рівні (ймовірність 0.35) або на середньо прибутковому - (ймовірність 0.30). Переконатись в цьому можна спостерігаючи за графіком, змінюючи початковий стан (див. Додатки Г, Д, Ж).

Вирахувавши граничний розподіл, ми також можемо обчислити середній час повернення у будь-який стан (див. Рисунок 3.8).

	Mean return time
UBER_UNPROFITABLE	21.536978
UNPROFITABLE	8.985660
LOW_PROFITABLE	2.820810
AVG_PROFITABLE_1	3.280989
AVG_PROFITABLE_2	10.273101
HIGH_PROFITABLE	21.695890
UBER_PROFITABLE	25.282961

Рисунок 3.8 – Таблиця з середнім часом повернення для кожного стану

Отже, з цього прогнозу видно, що в якому б стані ми не починали ресторанний бізнес, ми з найбільшою ймовірністю 0.65 матимемо додатну рентабельність, але менше ніж 10%. Також бачимо, що середній час повернення до станів з такою прибутковістю - найменший, а саме через кожні 2-3 роки.

Висновки

У результаті цього дослідження було продемонстровано, як модель прогнозування на основі ланцюгів Маркова здатна передбачити розвиток бізнес системи. Викладений в даній роботі математичний апарат досить універсальний. Ланцюги Маркова можуть ефективно використовуватися в процесі моделювання різних аспектів фінансово-господарської діяльності підприємств. Розроблена модель прогнозування майбутньої поведінки бізнес системи передбачає, що на ефективність підприємства повністю впливають стохастичні фактори.

Як об'єкт дослідження було обрано ресторан, що знаходиться на збитковому рівні на початковому етапі свого розвитку. Проаналізувавши історичні дані ринку, визначивши певні закономірності та вдавшись до припущення, що дана система володіє марківською властивістю, було використано апарат ланцюгів Маркова для прогнозування ймовірностей перебування підприємства на певному фінансовому рівні через декілька років, а також знайдено граничний розподіл, коли час прямує до нескінченності.

Разом з тим, при застосуванні ланцюгів Маркова на практиці можуть виникнути певні складнощі. Так, однією з найбільш гострих проблем при постановці завдання планування економічних показників роботи підприємства є знаходження елементів матриці перехідних ймовірностей. Далеко не завжди ретроспективний аналіз частоти настання подій дозволяє точно оцінити ймовірності переходів системи з одного стану в інший. Водночас у порівнянні з іншими методами, які застосовуються в процесі планування на підприємствах, марковські процеси дозволяють врахувати, по-перше, динаміку функціонування економічних об'єктів, а по-друге, їх стохастичний характер. Це дозволяє отримати більш точні оцінки економічних показників роботи підприємства, а значить, уникнути небажаних втрат і підвищити ефективність функціонування підприємства в цілому.

Список використаної літератури

1. Фінансова звітність – Прибутки та збитки, Баланс, Рух коштів, http://bss.com.ua/finances/
2. Види прибутку, https://bakertilly.ua/news/id47821
3. Таха Х. Дослідження операцій.
4. Flavia Barsotti, Yohann de Castro, Thibault Espinasse, Paul Rochet. Estimating the transition matrix of a Markov chain observed at random times. Statistics and Probability Letters, Elsevier, 2014.
5. Холод Н. Цепи Маркова как инструмент моделирования деятельности предприятия – Мінськ, 2014.
6. Біліченко В., Кужель В. Моделювання технологічних процесів підприємств автомобільного транспорту – Вінниця, 2017.

Додаток А (обов'язковий) Приклад балансу підприємства

1. Баланс
на *31.12.* **20***13* **р.**

Форма №1-м Код за ДКУД 1801006

Актив	Код рядка	На початок звітного року	На кінець звітного періоду
1	2	3	4
I. Необоротні активи			
Незавершені капітальні інвестиції	020	—	—
Основні засоби:			
залишкова вартість	030	—	*20,0*
первісна вартість	031	—	*25,0*
знос	032	(—)	(*5,0*)
Довгострокові біологічні активи:			
справедлива (залишкова) вартість	035	—	—
первісна вартість	036	—	—
накопичена амортизація	037	(—)	(—)
Довгострокові фінансові інвестиції	040	—	—
Інші необоротні активи	070	—	—
Усього за розділом I	**080**	—	*20,0*
II. Оборотні активи			
Виробничі запаси	100	—	*60,0*
Поточні біологічні активи	110	—	—
Готова продукція	130	—	—
Дебіторська заборгованість за товари, роботи, послуги:			
чиста реалізаційна вартість	160	—	*80,0*
первісна вартість	161	—	*100,0*
резерв сумнівних боргів	162	(—)	(*20,0*)
Дебіторська заборгованість за розрахунками з бюджетом	170	—	—
Інша поточна дебіторська заборгованість	210	—	—
Поточні фінансові інвестиції	220	—	—
Грошові кошти та їх еквіваленти:			
в національній валюті	230	—	*15,0*
у тому числі в касі	231	—	—
в іноземній валюті	240	—	—
Інші оборотні активи	250	—	—
Усього за розділом II	**260**	—	*155,0*
III. Витрати майбутніх періодів	**270**	—	—
IV. Необоротні активи та групи вибуття	**275**	—	—
Баланс	**280**	—	*175,0*

Пасив	Код рядка	На початок звітного року	На кінець звітного періоду
1	2	3	4
I. Власний капітал			
Статутний капітал	300	—	*66,3*
Додатковий капітал	320	—	—

Додаток Б (обов’язковий) Приклад звіту про фінансові результати підприємства

Звіт про фінансові результати (Звіт про сукупний дохід)
за 2013 р.

Форма №2 Код за ДКУД 1801003

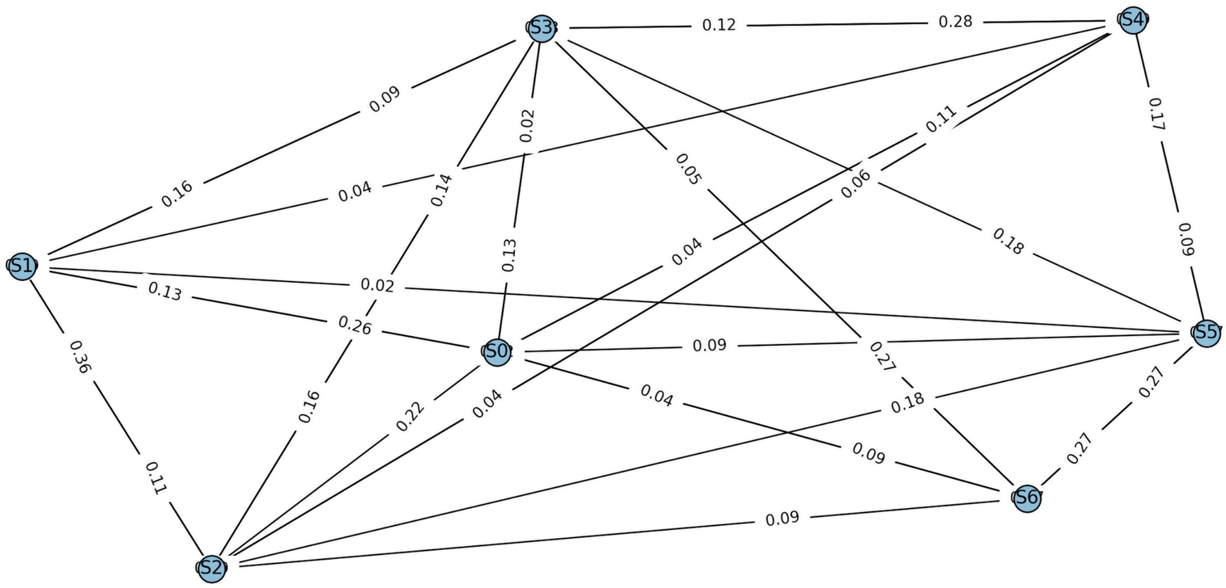
I. ФІНАНСОВІ РЕЗУЛЬТАТИ

Стаття	Код рядка	За звітний період	За аналогічний період попереднього року
1	2	3	4
Чистий дохід від реалізації продукції (товарів, робіт, послуг)	2000	*2000*	*5000*
Собівартість реалізованої продукції (товарів, робіт, послуг)	2050	(*1500*)	(*3000*)
Валовий: прибуток	2090	*500*	*2000*
збиток	2095	(—)	(—)
Інші операційні доходи	2120	—	*500*
Адміністративні витрати	2130	(*184*)	(*207*)
Витрати на збут	2150	(—)	(—)
Інші операційні витрати	2180	(—)	(*60*)
Фінансовий результат від операційної діяльності: прибуток	2190	*316*	*2233*
збиток	2195	(—)	(—)
Дохід від участі в капіталі	2200	—	—
Інші фінансові доходи	2220	—	—
Інші доходи	2240	—	—
Фінансові витрати	2250	(*5*)	(—)
Втрати від участі в капіталі	2255	(—)	(—)
Інші витрати	2270	(—)	(—)
Фінансовий результат до оподаткування: прибуток	2290	*311*	*2233*
збиток	2295	(—)	(—)
Витрати (дохід) з податку на прибуток	2300	*59*	*469*
Прибуток (збиток) від припиненої діяльності після оподаткування	2305	—	—
Чистий фінансовий результат: прибуток	2350	*252*	*1764*
збиток	2355	(—)	(—)

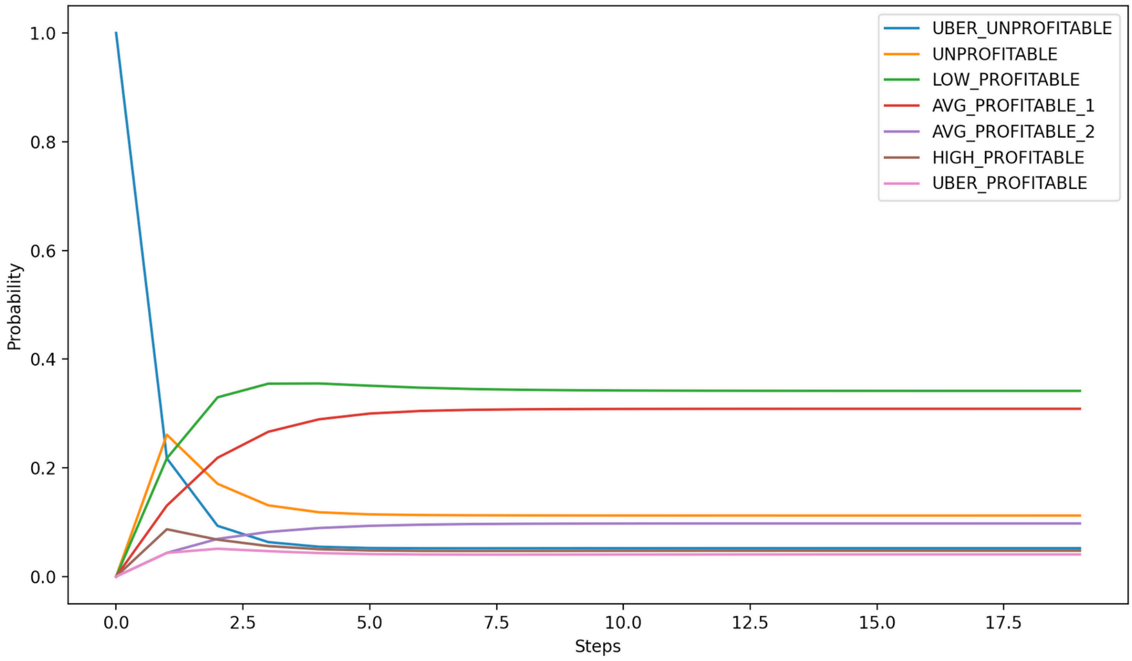
II. СУКУПНИЙ ДОХІД

Стаття	Код рядка	За звітний період	За аналогічний період попереднього року
1	2	3	4
Дооцінка (уцінка) необоротних активів	2400	—	—
Дооцінка (уцінка) фінансових інструментів	2405	—	—
Накопичені курсові різниці	2410	—	—
Частка іншого сукупного доходу асоційованих та спільних підприємств	2415	—	—
Інший сукупний дохід	2445	—	—
Інший сукупний дохід до оподаткування	**2450**	—	—
Податок на прибуток, пов’язаний з іншим сукупним доходом	2455	—	—
Інший сукупний дохід після оподаткування	**2460**	—	—
Сукупний дохід (сума рядків 2350, 2355 та 2460)	**2465**	*252*	*1764*

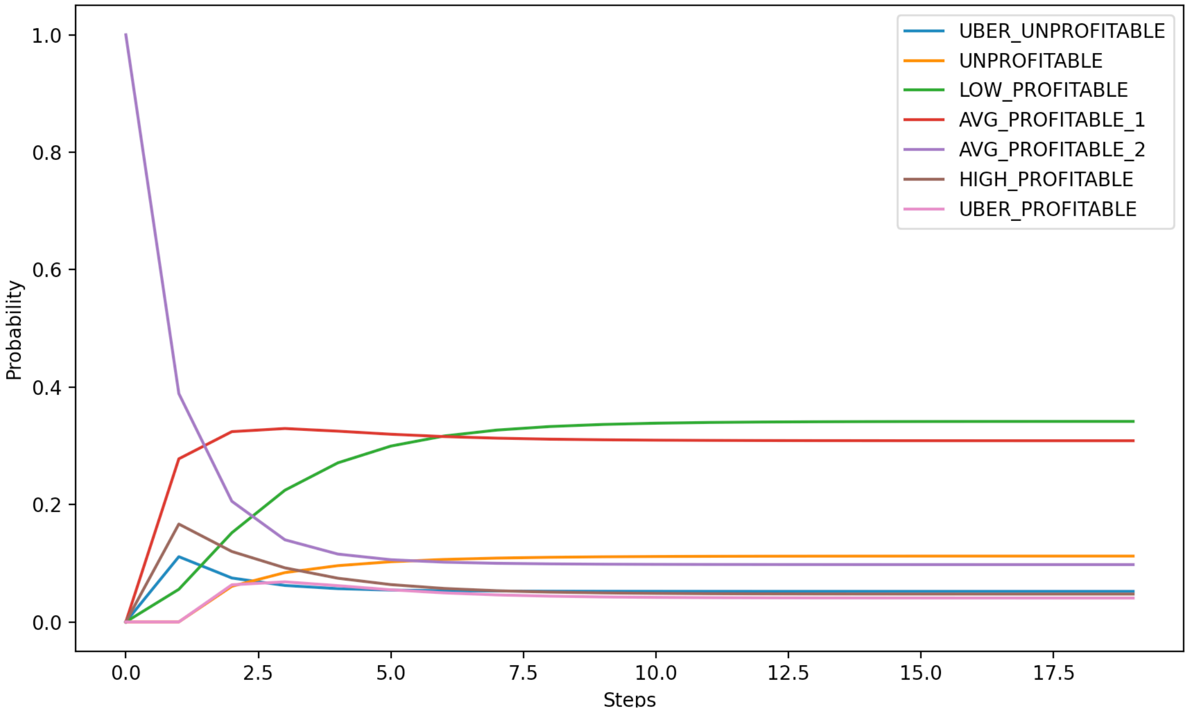
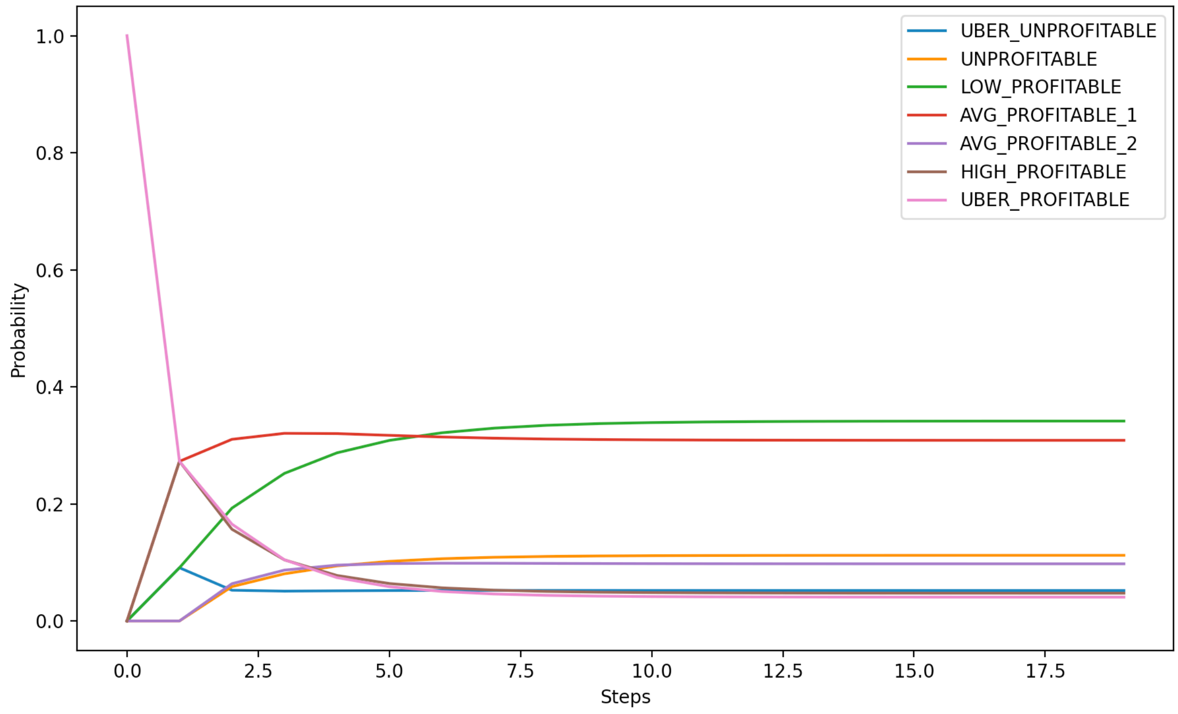
Додаток В (обов'язковий) Граф переходів для досліджуваного ресторану



Додаток Г (обов’язковий) Графік зміни векторів розподілів ймовірностей на 20 років з UBER_UNPROFITABLE початковим станом



Додаток Д (обов’язковий) Графік зміни векторів розподілів ймовірностей на 20 років з AVG_PROFITABLE_2 початковим станом



Додаток Ж (обов’язковий) Графік зміни векторів розподілів ймовірностей на 20 років з UBER_PROFITABLE початковим станом