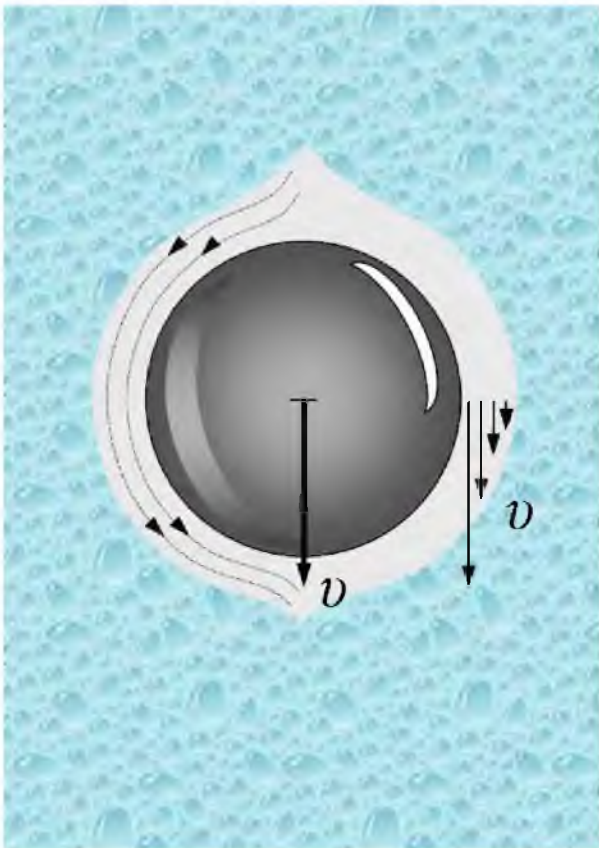


А.К.Дорош, Р.М.Мельник

МЕХАНІКА СУЦІЛЬНОГО СЕРЕДОВИЩА

- внутрішнє тертя рідини
- ламінарний і турбулентний рух рідини, дисипативні сили і їх характеристики
- визначення параметрів внутрішнього тертя і дисипативних сил у гліцерині застосуванням методу Стокса



Внутрішнє тертя рідини

Граничний шар Прандтля

Рух рідини відбувається у сторону максимального падіння тиску – в напрямку антиградієнта тиску. Якщо у напрямку антиградієнта вибрати вісь Ox декартової системи координат, то модуль антиградієнта тиску $\left| \frac{\partial P}{\partial x} \right|$ ($\frac{\partial P}{\partial x} < 0$) вздовж осі має найбільше значення серед усіх інших напрямків. Поперек напрямку градієнта зміна тиску з координатою рівна нулю, $\frac{\partial P}{\partial z} = 0$, $\frac{\partial P}{\partial y} = 0$, у протилежному випадку рідина рухалася б також вздовж осей Oz чи Oy .

При малому значенні градієнта тиску, рух шарів рідини постійний, дотичний, без завихрень (Рис. 4, а). Такий рух називають *ламіна́рним* (лат. lamina – пластинка). Лінії, вздовж яких рухаються часточки рідини, називають *лініями току*. Лінії ламинарного току не перетинаються, направлені в сторону антиградієнта тиску.

При сталому градієнті тиску вздовж поверхні і на далекій відстані від неї, лінії току мають однакову швидкість v_0 з плоским фронтом швидкості руху (пунктирна лінія Рис. 4, а). Інакше біля поверхні твердого тіла. Дотичний до поверхні змочуючий шар рідини прилипає, наступні шари тормозяться через внутрішнє тертя між ними. Повільніший шар тормозить той який рухається швидше, передаючи йому від'ємний імпульс. І навпаки, швидкий шар надає додатного імпульсу повільному.

Між дотичними шарами рідини різної швидкості *внутрішнє (в'язке) тертя* зумовлене:

- силами молекулярної взаємодії сусідніх шарів;
- хаотичним тепловим (дифузійним) рухом молекул із повільних шарів у швидкі та з швидких у повільні.

При кімнатній температурі молекули рідини мають значну рухливість, доволі високий коефіцієнт самодифузії. Все ж для рі-

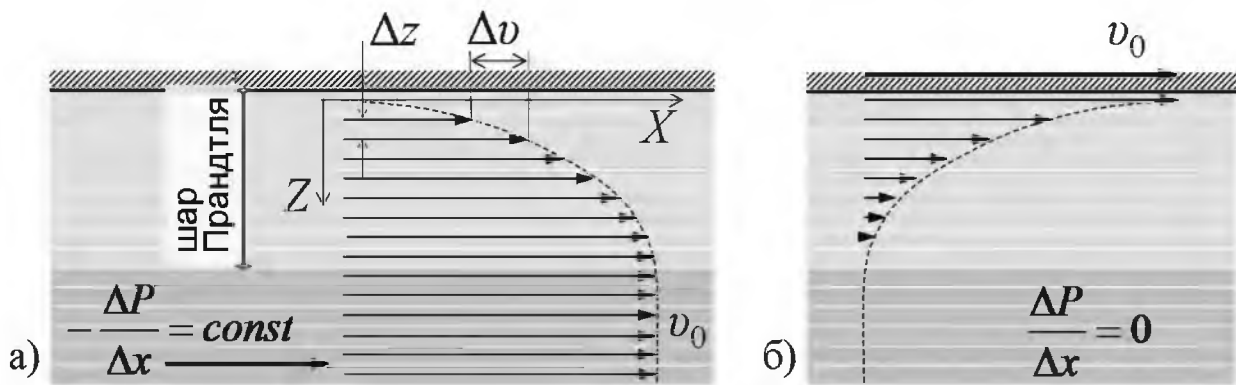


Рис. 4. а) Градієнт тиску $\frac{dP}{dx}$ однаковий для довільної глибини z поза шаром Прандтля. Граничний шар Прандтля біля поверхні тіла виділений світлішим кольором. Стрілки є схематичним зображенням значення швидкості шарів рідини у напрямку перепаду тиску. Фронт швидкості, пунктирна лінія, руху рідини на довільній глибині однаковий, крім шару Прандтля. б) При градієнті тиску рівному нулеві рідина не рухається. Якщо рухається поверхня, то внутрішнє тертя спричиняє рух шару Прандтля.

дин більшу роль у в'язкому терті відіграють потенціальні зв'язки між молекулами дотичних шарів, через ці зв'язки в основному відбувається передача імпульсу між шарами рідини різної швидкості.

Граничну область рідини, сповільнену в'язким тертям біля поверхні, названо *шаром Прандтля*⁹. Шар Прандтля умовно розбивають на шари як завгодно малої товщини, Рис. 4, це може бути моношар товщиною в одну молекулу. Розбиття на тонші шари використовується для моделювання чи математичного описання процесів у шарі Прандтля.

Моношари мають різну швидкість, схематично позначеної на рисунку довжиною стрілок, Рис. 4. Обвідна стрілок утворює фронт швидкостей ламінарного руху рідини. Утворюється перепад (градієнт) швидкості $\frac{dv}{dz}$ найбільший біля твердотільної поверхні (Рис. 4, а).

Якщо у рідині нема перепаду тиску, то рідина не рухається;

⁹Німецький фізик і механік Людвіг Прандтль (1875-1953) розробив теорію граничного шару.

при русі поверхні з швидкістю v_0 (Рис. 4, б), змочуючий шар рідини буде рухатися разом з поверхнею, за ним будуть рухатися всі інші моношари шару Прандтля.

Фізичним змістом внутрішнього тертя рідини є процес передачі імпульсу між шарами різної швидкості. В'язке тертя належить до явищ переносу – нерівноважних процесів, які вивчаються у *фізиці нерівноважних станів*¹⁰. Відбувається дисипація (лат. *discipar* - розсіювати, розкладати, розчиняти) енергії при в'язкому терті – безповоротний перехід енергії руху шарів рідини у їх внутрішню енергію, у тепловий рух молекул.

В'язке тертя потрібно враховувати при русі часток у рідині чи в газі, при вивченні фізичних, хімічних процесів у колоїдних суспензіях, динаміці бактерій, білків у біологічних рідинах, в процесах осадження.

Сила в'язкого тертя.

Коефіцієнт динамічної в'язкості

При русі двох дотичних шарів рідини з різною швидкістю від одного шару другому має передаватися імпульс пропорційний площі їх дотику S і перепаду швидкості $\frac{\Delta p}{\Delta t} \sim \frac{\Delta v}{\Delta z} S$. Приріст імпульсу в одиницю часу є силою по визначенню

$$F_{\eta} = \eta \frac{dv}{dz} S. \quad (25)$$

Направлена сила F_{η} вздовж дотичних шарів. η – *коефіцієнт динамічної в'язкості* або *коефіцієнт внутрішнього тертя*. Цей коефіцієнт є індивідуальним для різних речовин.

¹⁰Процес називають нерівноважним, якщо фізична система знаходиться не в рівновазі з навколишнім середовищем, відбувається обмін енергією чи частками між системою і середовищем. Такими є процеси передачі імпульсу між шарами рідини різної швидкості, теплопередача при вирівнюванні температур, перенос заряду при електричному струмі, маси і заряду у електролітичних процесах, дифузійні процеси урівноваження складу речовини при перепаді концентрацій.

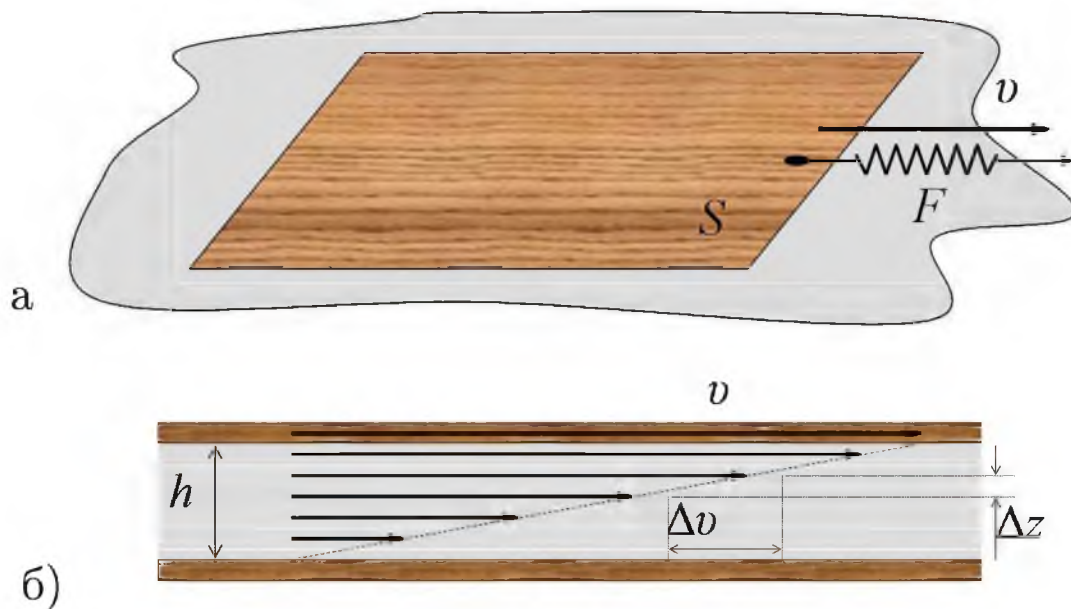


Рис. 5. а) Для руху листа по поверхні рідини потрібно виконати роботу проти сил тертя у шарі Прандтля. б) При малому шарі рідини між рухомими поверхнями утвориться градієнт швидкості однаковий у кожній точці середовища $\frac{dv}{dz} = \frac{v}{h}$.

Якщо виконується закон (25), то рідину називають *ньютонівською* або *ідеально в'язкою*. Закон може не виконуватися для неоднорідних рідин, для суспензій, зольних розчинів. Для таких рідин показник η виявляє залежність від градієнта швидкості dv/dz , ці рідини називають *неньютонівськими*. Для них порушується ламінарність обтікання, неперервність ліній току навіть при малих перепадах швидкості між шарами.

В основі багатьох технік визначення коефіцієнта η є наступний експеримент. Для переміщення тонкої пластини по поверхні рідини із сталою швидкістю v потрібно прикласти силу проти сил в'язкого тертя. На динамометрі (Рис. 5, а) будуть відображені показання F дії сил тертя у шарі Прандтля. Якщо поверхня дна знаходиться на глибині h меншій шару Прандтля, то між поверхнями встановиться рух з однаковим градієнтом швидкості на довільній глибині (Рис. 5, б). Встановлювався однаковий градієнт швидкості між молекулярними моношарами. У такому випадку

$$\frac{dv}{dz} = \frac{v}{h}, \quad \frac{F_\eta}{S} = \eta \frac{v}{h}. \quad (25')$$

Табл. 4. Динамічна в'язкість деяких рідин при нормальному тиску та різних температурах [Т31]

Температура, °C	$\eta \cdot 10^3, \text{Па}\cdot\text{с}$			
	Вода	Ртуть	Етанол	Гліцерин
- 40	-	-	4,79	-
- 30	-	-	3,65	-
- 20	-	1,855	2,78	-
- 10	-	1,764	2,23	-
0	1,7921	1,685	1,773	12100
10	-	1,615	1,466	3950
20	1,005	1,554	1,200	1480
30	-	1,499	1,003	600
40	-	1,450	0,834	330
50	0,5494	-	0,702	180
100	0,2838	1,240	-	13
200	-	1,052	-	-
300	-	0,950	-	-

Формула (25') є експериментальним результатом дослідів із різними рідинами.

Відповідно коефіцієнт динамічної в'язкості ньютонівської рідини визначають як силу рівну внутрішньому тертю, що виникає на одиниці поверхні співдотику двох шарів, при градієнті швидкості рівному одиниці.

Поряд із коефіцієнтом динамічної в'язкості, при густині середовища ρ , часто вживані такі фізичні величини як *коефіцієнт текучості* φ і *коефіцієнт кінематичної в'язкості* ν :

$$\varphi = \frac{1}{\eta}, \quad \nu = \frac{\eta}{\rho}. \quad (26)$$

ρ — густина рідини.

Значення коефіцієнта динамічної в'язкості η зумовлене особливостями молекулярної будови речовини, молекулярних зв'язків, може залежати від певних характеристик самих молекул.

Табл. 5. Густина деяких рідин при різних температурах [Т25]

Рідина	T, °C	$\rho \cdot 10^{-3}, \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	Рідина	T, °C	$\rho \cdot 10^{-3}, \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$
Ацетон	20	0,792	Пентан	20	0,626
Бензин	20	0,68-0,72	Ртуть	0	13,596
Бензол	0	0,899	Спирт		
Вода	4	1,00	аміловий	20	0,814
Гліцерин	20	1,26	бутиловий	20	0,80978
Гас	20	0,82	ізобутиловий	20	0,8011
2-Ксилол	20	0,88	ізопропиловий	20	0,7854
Кислота			пропиловий	20	0,8044
азотна	20	1,502	метиловий	20	0,7928
пальмітинова	62	0,853	етиловий	20	0,7893
оцтова	20	1,049	Сірковуглець	0	1,293
Масло			Вуглець		
вазелинове	20	0,8	4-хлористий	20	1,595
креозот	15	1,04-1,10	Фторбензол	20	1,024
машинне	20	0,90-0,92	Хлорбензол	20	1,066
парафінове	20	0,87-0,88	Хлороформ	20	1,489
скіпідарне	20	0,87	Ефір	0	0,736
Метилацетат	25	0,9274	Етилацетат	20	0,901
Молоко	20	1,03	Етилбромід	20	1,430
Морська вода	20	1,01-1,05	Етилідид	20	1,933
Нафта	20	0,81-0,85	Етилхлорид	20	0,9214

В'язкість істотно залежить від температури, Табл. 4. З ростом температури, через зростання кінетичної рухливості молекул, їх потенціальна взаємодія істотно зменшується.

В'язкість не пов'язана з густиною речовини. Ртуть з густиною вищою густини заліза має показник в'язкості близький до в'язкості води, Табл. 4, 5. Гліцерин близький по густині води має при кімнатній температурі на три порядки вищий коефіцієнт в'язкості. Густина має відносно малу залежність від температури зумовлену збільшенням об'єму речовини при нагріванні через зростання рухливості молекул.

Коефіцієнт в'язкості – важливий показник, який фігурує в рівняннях опису гідродинамічних процесів, руху рідин і газів у

різних середовищах, у пористих матеріалах, розрахунку балістичних траєкторій руху тіл, аналізу сидементаційних процесів. Вимірювання коефіцієнта в'язкості дає певну інформацію про будову речовини, її зміни, зміну хімічного складу середовища.

Реологія

Вивчення фізичних параметрів деформацій, текучості речовини є предметом *реології* (гр. rheos - течія, logos - наука).

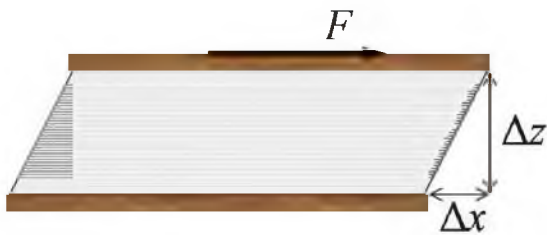


Рис. 6.

Прикладення дотичної сили до поверхні твердих тіл, Рис. 6, призводить до зміщення шарів – спостерігається *деформація зсуву* $\epsilon = \frac{dx}{dz}$, сила зсуву $\tau = G\epsilon$. Для різних матеріалів властиве власне значення *модуля зсуву* G , залежне від міцності зв'язків між атомами, молекулами, від пружних властивостей матеріалу. Швидкість деформації є однотипним параметром до швидкості зсуву $\dot{\epsilon} = \frac{d\epsilon}{dt} =$

$\frac{d}{dt} \frac{dx}{dz} = \frac{d}{dz} \frac{dx}{dt} = \frac{dv}{dz}$. Під зміщенням здебільшого розуміють зсув без розриву зв'язків між моношарами середовища.

Параметр сили на одиницю площі дотичних шарів $\tau = \frac{dF_{\eta}}{dS}$ називають *напругою зсуву*, градієнт швидкості $\dot{\gamma} = \frac{dv}{dz}$ – *швидкістю зсуву*. Закон в'язкого тертя або *законом Ньютона для рідин* у реології застосовують у вигляді

$$\tau = \eta \dot{\gamma}. \quad (25'')$$

Для ньютонівських рідин показник η не залежить від швидкості зсуву $\dot{\gamma}$. Для вимірювання в'язкості застосовують *віскозиметри* (англ. viscosity - в'язкість, клейкість; лат. viscosus - клейкий) з використанням формул (25'', 25').

Реологія має різноманітне прикладне застосування у визначенні в'язких показників косметичних засобів, змазок, бурових розчинів, геологічних порід, лікувальних засобів, при проходженні рідин і газів у капілярних фільтрах, пористих середовищах. Важливими для вивчення структурно-механічних характеристик є реологічні властивості колоїдів (речовина з частинками іншої фази розміром 1-1000 нм), колоїдними є практично всі природні середовища і переважна більшість штучних матеріалів.

Розмірність фізичних параметрів

Сила: $[F] = [H]$; $[H] = \left[\frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2} \right]$

Тиск (сила нормальна площі): $[p] = \left[\frac{F}{S} \right] = [\text{Па}]$ ¹¹; $[\text{Па}] = \left[\frac{H}{\text{м}^2} \right]$

Напруга зсуву (сила дотична площі): $[\tau] = \left[\frac{F}{S} \right] = [\text{Па}]$

Деформація зсуву: $[\epsilon] = \left[\frac{dx}{dz} \right]$ – безрозмірна

Швидкість зсуву: $[\dot{\gamma}] = \left[\frac{d\epsilon}{dt} \right] = \left[\frac{1}{c} \right]$

Коефіцієнт динамічної в'язкості: $[\eta] = \left[\frac{\tau}{\dot{\gamma}} \right] = [\text{Па} \cdot \text{с}]$

Коефіцієнт кінематичної в'язкості: $[\nu] = \left[\frac{\eta}{\rho} \right] = \left[\frac{\text{м}^2}{c} \right]$

Текучість: $[\varphi] = \left[\frac{1}{\eta} \right] = \left[\frac{1}{\text{Па} \cdot \text{с}} \right]$

¹¹ Несистемна одиниця 1 атм = 101325 Па – атмосферний тиск повітря за нормальних умов. Також несистемна одиниця тиску кілограм-сила на метр квадратний 1 Па = 0,102 кгс·м².

Закон Стокса, сила лобового опору

Закон Стокса

При русі твердотільної кульки у рідині кругом неї буде утворюватися шар Прандтля (Рис. 6, а). Шар змочування рухається з швидкістю тіла, зумовлює рух інших шарів близьких до поверхні сфери. Розрахунок ліній току, сумування сил тертя між шарами рідини, їх вплив на рух кульки є громіздкою математичною задачею. Дж. Г. Стокс в 1851 році теоретично показав, що при падінні кульки радіуса r в безмежній рідині (далеко від інших поверхонь ділення фаз чи агрегатних станів) з швидкістю v , якщо лінії току навколо кульки ламінарні, то рівнодіюча сил в'язкого тертя на кульку становить

$$F_{st} = 6 \pi \eta r v \quad (27)$$

і направлена проти її руху. η – коефіцієнт в'язкого тертя рідини. Формула (27) виражає закон Стокса протидії середовища руху кульки. Сила F_{st} прикладена до кульки, діє на центр кульки¹². Сила в'язкого тертя F_{η} діє між дотичними шарами різної швидкості, направлена по дотичній до ліній току.

Закон Стокса має прикладне значення у молекулярній фізиці, у метрології, хімії полімерів, фізколоїдній хімії, біології. Широко використовується седиментаційний аналіз (лат. *sedimentum* – осідання). Сидементація туманів, кров'яних тілець, бактерій, колоїдних часток є методом вивчення природних середовищ, дозволяє вивчати осади у гравітаційному полі Землі при різній густині, розмірі частинок, зміні густини середовищ, встановлювати розмір часток, анізотропію форми, їх гідродинамічні властивості, визначати молекулярну масу, гнучкість макромолекул.

Застосовують закон Стокса також до анізотропних (не сферичних) частинок. Їм приписують деякий ефективний радіус сферичної частинки, цей радіус знаходять експериментально у

¹²Геометричний центр співпадає з центром мас у випадку однорідності матеріалу кульки; у випадку неоднорідності, центр мас може знаходитися поза центром кульки.

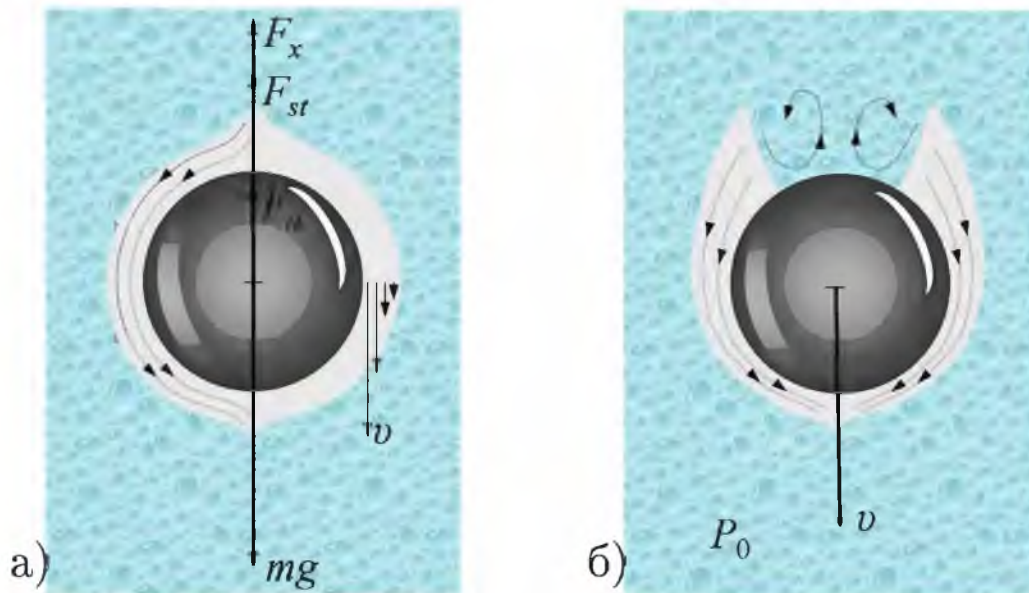


Рис. 7. а) Кулька опускається у рідині під дією сил тяжіння mg , Архімеда F_a , в'язкого тертя F_{st} , лобового опору F_x . Навколо кульки виділено шар Прандтля рівномірним сірим кольором. б) Кулька опускається з великою швидкістю, відбувається розрив шару Прандтля, утворюються турбулентні завихрення у області розриву. Також турбулентні вихори є на межі шару Прандтля, на рисунку не зображені

рідинах з відомою в'язкістю. Динаміку частинки у середовищі описують законом Стокса з ефективним радіусом у формулі (27).

Закон Стокса можна застосовувати для визначення η рідин з високим показником в'язкості (рицина, гліцерин, рідкий парафін). Для води і водних розчинів застосовують капілярні віскозиметри. Для сильно в'язких рідин вони не придатні - надто великий час їх руху по капіляру. І навпаки, закон Стокса не придатний для визначення параметрів в'язкості води, водних і спиртових розчинів. Обтікання кульки у цих розчинах буде мати крім ламінарного турбулентну складову.

Сила лобового опору

Для руху у рідині кулька має подолати інерційність речовини, змусити рідину "розступитися", надати їй руху. Разом з кулькою рухається частина шару Прандтля близька до поверхні твердого тіла. По зовнішньому краю шару Прандтля ство-

рюється додатковий тиск на рідину, відповідно є опір протидії рідини названий *лобовим опором*.

Для виявлення руху рідини навколо кульки при її русі у прозорій речовині, поверхню кульки покривають фарбою. При русі тіла фарба поступово змивається, показуючи динаміку рідини. При достатньо великій швидкості, спереду кульки шар Прандтля омивається мікроскопічними "катишами"-вихорами турбулентного руху. Позаду відбувається розрив шару Прандтля, Рис. 6, б, ліній ламінарного току, утворюється зона звичайного тиску P_0 з турбулентними вихорами хаотичного току. Відбувається не зворотний перехід енергії тиску у енергію руху рідини. Сила опору також дисипативна, як і сила внутрішнього тертя.

Турбулентний рух не має повного математичного описання. Можна тільки здогадуватися, що гідродинамічна складова руху шара Прандтля $\rho v^2/2$ створює різницю тиску на межі шару ΔP , яка переходить у турбулентну гідродинамічну енергію руху мікрОВихорів $\rho v_{\text{гр}}^2/2$ і "звільняється" у турбулентний рух в розриві шару Прандтля $\rho v_{\text{турб}}^2/2$.













Згідно рівняння Бернуллі створюваний надлишковий тиск повинен бути пропорційний гідродинамічній складовій $\Delta P \sim \frac{\rho v^2}{2}$. Різниця тиску ΔP – це відношення сили лобового опору до площі перерізу кульки разом з можливою поправкою на товщину шару Прандтля. Експерименти з великими швидкостями тіл у рідині показують, що сила лобового опору

$$F_x = C_x \frac{\rho v^2}{2} S. \quad (28)$$

Якщо прийняти, що $S = \pi r^2$ – площа поперечного перерізу кульки, то експериментальні дані дають значення¹³ коефіцієнта лобового опору $C_x = 0,4$.

¹³При великих швидкостях кульки, порядку сотні метрів за секунду, але не більше швидкості звуку, значення коефіцієнта міняється в межах $C_x = 0,4 \div 0,7$. Для тіл у формі краплі $C_x = 0,01$ і менше, залежно від витягнутості краплі. Тіло циліндричної форми, направлене торцем до потоку, має опір $C_x \geq 1$. Значення коефіцієнта C_x для тіл різної форми приведені на стр. 34, ці значення знаходяться експериментально.

Табл. 6. Коефіцієнт лобового опору C_x обтікання тіл різної форми.

		диск	1,11
		полусфера	1,35..1,4
		полусфера	0,3..0,4
		куля	0,4
		крапля	0,045
		крапля	0,1

Метод Стокса. Число Рейнольдса

При малому значення швидкості руху кульки сила Стокса у в'язких рідинах значно переважає силу лобового опору. У такому разі силою F_x нехтують у порівнянні з силою F_{st} . Вимірюваннями кінетичних параметрів руху кульки, значення сили Стокса, визначають коефіцієнт динамічної в'язкості η . Метод визначення фізико-хімічних параметрів середовищ використанням закону Стокса при $F_x \ll F_{st}$ називають *методом Стокса*.

Метод Стокса застосовний за умови (27, 28)

$$\frac{F_x}{F_{st}} = \frac{C_x \rho v d}{24 \eta} \ll 1.$$

$d = 2r$ – діаметр кульки. На практиці використовують *безрозмірне число подібності* запропоноване Джорджем Стоксом (1851 р.) і популяризоване Озборном Рейнольдсом (1883 р.), на-

зване *числом Рейнольдса*¹⁴,

$$Re = \frac{v d}{\nu}. \quad (29)$$

d – характерний лінійний розмір, v – швидкість флюїду (лат. fluidus – текучий, рідина), $\nu = \frac{\eta}{\rho}$ – кінематична в'язкість.

При русі кульки в рідині нерівність $Re \ll 24/C_x$ означає, що силами лобового опору можна нехтувати, обтікання кульки є ламінарним, застосовний метод Стокса. Для тіл сферичної форми $C_x = 0,4$, $C_x/24 \approx 1/60$, метод Стокса застосовний при $Re \ll 60$.

¹⁴Характеристичні числа Рейнольдса, Фруда, Маха, Ейлера, Лапласа використовують у прикладних задачах гідродинаміки для співставлення розмірностей, визначеності у динамічній подібності обтікання тіл флюїдами, газами. Так, обтікання моделі літака в лабораторній аеродинамічній трубі буде таким самим, як і обтікання справжнього літака при однакових характеристичних числах.

Лабораторна робота

Визначення параметрів внутрішнього тертя і дисипативних сил у гліцерині методом Стокса

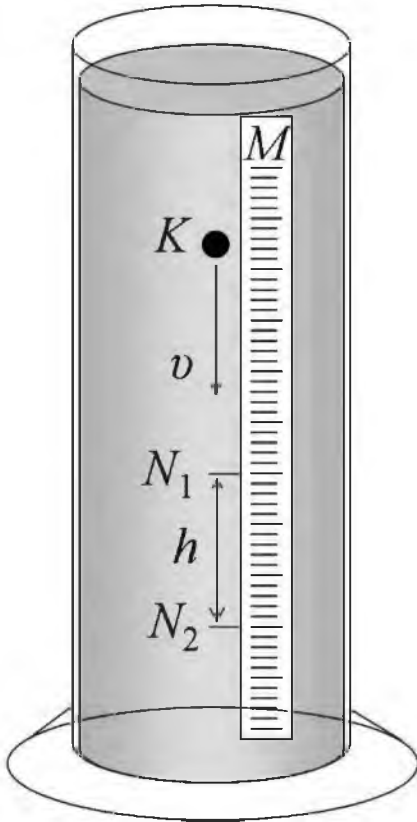


Рис. 8.

На кульку в рідині, Рис. 8, діють сили:

- тяжіння $m g = \rho_k V_k g = \rho_k \frac{4}{3} \pi r^3 g$;

- Архімеда $F_a = \rho V_k g = \rho \frac{4}{3} \pi r^3 g$;

- закон Стокса (27);

- сила лобового опору (28);

m — маса, ρ_k — густина кульки, V_k — її об'єм, r — радіус, ρ — густина рідини, g — прискорення вільного падіння.

За 2-м законом Ньютона прискорення кульки зумовлено сумою прикладених сил

$$m \vec{g} + \vec{F}_a + \vec{F}_{st} + \vec{F}_x = m \vec{a}.$$

На початку руху, після опускання кульки в гліцерин, її швидкість рівна нулю, дисипативні сили опору руху тіла рівні нулю.

Кульки у роботі використовуються металічні, їх густина ρ_k значно переважає густину гліцерину ρ , $m g > F_a$. Під дією сил тяжіння швидкість кульки буде зростати, зростають сили опору пропорційні швидкості (27), квадрату швидкості (28).

При подальшому русі кулька досягне такої швидкості v_m , коли рівнодіюча сил стане рівною нулю, сила Архімеда і сили опору зрівноважать силу тяжіння

$$\rho_k \frac{4}{3} \pi r^3 g - \rho \frac{4}{3} \pi r^3 g - 6 \pi \eta r v_m - C_x \frac{\rho v_m^2}{2} \pi r^2 = 0. \quad (30)$$

Тіло буде рухатися рівномірно, з незмінною швидкістю v_m .

Застосовуються у роботі кульки малого розміру, щоб було малим число Рейнольдса Re . Воно пропорційне діаметру кульки, її швидкості. При достатньо малому Re застосовний метод Стокса. Можна відкинути останній доданок у (30) і визначити коефіцієнт

$$\eta = \frac{2(\rho_k - \rho)r^2g}{9v_m}, \quad (31)$$

помірявши швидкість рівномірного опускання і значення радіуса кульки, її густини і густини рідини.

Досліди проводяться у високому скляному циліндрі великого радіуса R (Рис. 8). Присутність стінок циліндра може впливати на устанавлення рівномірного руху кульки, врахування такого впливу дає поправку (31)

$$\eta = \frac{2(\rho_k - \rho)r^2g}{9v_m \left(1 + 2,4\frac{4r}{R}\right)}. \quad (31')$$

Якщо $9,6r \ll R$, то в'язкість обчислюється за формулою (31).

Опис устаткування

Скляний циліндр з міліметровою шкалою M , заповнений гліцерином (Рис. 8). Кульку K опускають посередині циліндра на поверхню рідини. Після проходження деякого шляху, кулька перестає міняти свою швидкість, рухається рівномірно. Потрібно виміряти висоту h від мітки N_1 не менше 80 см від верху і до мітки N_2 на відстані не менше 5 см до дна циліндра. Час опускання кульки у заданому інтервалі поміряйте секундоміром. При включенні і виключенні секундоміра око потрібно розташовувати перпендикулярно до осі труби вздовж якої рухається кулька, щоб уникнути паралаксу. *Паралакс* (гр. *parallaxis* – відхилення) відбувається через заломлення променів на межі рідина-скло, скло-повітря. Якщо промінь проходить межу двох середовищ під кутом відмінним від прямого, то він заломлюється, спотворює співпадання кульки із заданою міткою, що вносить похибку у вимірювання часу t .

вимірюється маса кульки на електронних вагах, її радіус — штангельциркулем або мікрометром, радіус труби — штангельциркулем, густина гліцерину — пікнометром.

6. Дані радіуса, об'єму, маси, густини кульки, густини і температури гліцерину, отримані дані швидкості рівномірного руху кульки і в'язких параметрів гліцерину та відповідні похибки заносять у Табл. 8.
7. Обчислюють значення сили Стокса (27) і сили лобового опору (28) при рівномірному русі кульки. Співставляють $\frac{F_x}{F_{st}}$ з відносною похибкою вимірювання значення сили Стокса $\frac{\Delta F_{st}}{F_{st}}$. Який можна зробити висновок про застосов-

Табл. 8. Зведені дані результатів дослідів і обрахунків

Параметр	Значення	Похибка
Радіус кульки r , мм		
Маса кульки m , кг		
Об'єм кульки V , кг/м ³		
Густина кульки ρ_k , $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$		
Густина гліцерину ρ , $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$		
Температура гліцерину T , °С		
Середня швидкість кульки v , $\frac{\text{м}}{\text{с}}$		
Динамічний коефіцієнт в'язкості гліцерину η , Па·с		
Кінематичний коефіцієнт в'язкості гліцерину ν , $\frac{\text{м}^2}{\text{с}}$		
Текучість гліцерину φ , $\frac{1}{\text{Па}\cdot\text{с}}$		
Сила Стокса F_{st} , Н		
Сила лобового опору ($C_x = 0,4$) F_x , Н		
Відношення сили лобового опору до сили Стокса $\frac{F_x}{F_{st}}$		
Число Рейнольдса Re		

ність методу Стокса у експерименті? Обчислюють значення числа Рейнольдса (29) вважаючи характерним лінійним розміром кульки її діаметр $d = 2r$. Чи можна вважати обтікання кульки ламінарним? Отримані дані занотовують у Табл. 8.

Порівняння експериментально знайденого коефіцієнта динамічної в'язкості гліцерину з табличними даними

1. В'язкість гліцерину істотно залежить від температури Табл. 9, від вмісту води Табл. 10. Гліцерин гігроскопічний, поглинає пари води з повітря, при певних умовах може набирати навіть до 40 масових відсотків води. У Табл. 9 наведені табличні значення в'язкості η чистого гліцерину при різній температурі T . По даних Табл. 9 побудуйте графік залежності $\eta(T)$, поставте на графіку значення отримане експериментально значення в'язкості при кімнатній температурі. Зробіть висновки про можливу розбіжність значення отриманого з дослідів з даними Табл. 9 для чистого гліцерину.

Табл. 9. Коефіцієнт динамічної в'язкості хімічно чистого гліцерину при різних температурах

$T^{\circ}C$	0	5	10	15	20	30	40	50	60	70	80	90	100
$\eta, \text{Па}\cdot\text{с}$	12.1	7.05	3.95	2.35	1.48	.6	.33	.18	.102	.059	.035	.021	.013

Табл. 10. Коефіцієнт динамічної в'язкості водного розчину гліцерину при "кімнатних" температурах

Масова частка гліцерину, %	В'язкість $\eta, \text{Па}\cdot\text{с}$		
	20°	25°	30°
100	1495	942	622
99	1194	772	509
98	971	627	423
97	802	521	353
96	659	434	295
95	543	365	248

Графічне співставлення сил опору руху кульки у гліцерині для кульок різного радіуса

Всі доданки рівняння (30) скоротимо на πr і надамо компактного вигляду відносно параметра швидкості

$$a v^2 + b v + c = 0, \quad a = \frac{C_x \rho}{2} r, \quad b = 6 \eta, \quad c = -\frac{4}{3} g (\rho_k - \rho) r^2.$$

Отримаємо квадратне рівняння відносно швидкості v . З двох коренів розв'язку рівняння підходить тільки додатній ($c < 0$)

$$v = -\frac{b}{2a} + \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}}.$$

Для зручності використання перетворимо коефіцієнти

$$\frac{b}{2a} = \frac{A}{r}, \quad A = \frac{6 \eta}{C_x \rho}; \quad -\frac{c}{a} = B r, \quad B = \frac{8}{3} \frac{g}{C_x} \left(\frac{\rho_k}{\rho} - 1\right);$$

швидкість виразимо явно через радіус кульки

$$v = -\frac{A}{r} + \sqrt{\frac{A^2}{r^2} + B r}.$$

Знаючи радіус кульки можна знайти її швидкість.

1. Обчисліть коефіцієнти A , B , заповніть у Табл. 11 значення швидкості, дисипативних сил (27, 28) для різних значень радіуса кульки r .
2. Побудуйте графік залежності $y(r)$ відношення $y = \frac{F_{st}}{F_x}$ від r . Зробіть висновки про допустимий радіус кульки застосування методу Стокса по умові $\frac{F_{st}}{F_x} \leq 0,01$.

Табл. 11. Дані для побудови графіка відношення дисипативних сил

$r, \text{ м}$	$v, \frac{\text{ м}}{\text{ с}}$	$F_{st}, \text{ Н}$	$F_x, \text{ Н}$	$\frac{F_{st}}{F_x}$
0,002				
0,004				
...				
0,028				
0,030				

Контрольні запитання

1. Що розуміють під силою в'язкого тертя, чим зумовлена?
2. Чи залежить сила в'язкого тертя від швидкості руху тіла?
3. Чи виконується закон збереження механічної енергії при дії сил в'язкого тертя?
4. Чим зумовлена сила в'язкого тертя?
5. У чому проявляється в'язкість рідин?
6. Дайте визначення коефіцієнта динамічної в'язкості, кінетичної в'язкості, текучості, деформації зсуву, напруги зсуву, швидкості зсуву.
7. Дайте означення закону Стокса. Де вона себе проявляє?
8. Який рух називають турбулентним? Чи діють сили в'язкого тертя при турбулентному русі рідини?
9. Що розуміють під силою лобового опору? Чому сила лобового опору залежить від густини рідини і не залежить від її в'язкості?
10. Який зміст безрозмірного числа Рейнсольда для середовищ? Де його застосовують?
11. В чому полягає метод Стокса вимірювання в'язкості рідини? Чи можна реалізувати метод Стокса для рідини з кулькою густини меншої за густину рідини?
12. Для яких рідин застосовний метод Стокса, чому не використовують для вимірювання в'язкості води?

Вибрані поняття фізики суцільних середовищ

Суцільне середовище – параметри (густина, тиск, температура тощо) міняються від точки до точки плавно, неперервно. Застосовне поняття суцільного середовища для теоретичного (математичного) описання процесів у яких не проявляється явно молекулярна будова речовини, або нею можна нехтувати, не помітний дискретний характер молекулярної будови речовини.

Матеріальна точка суцільного середовища – це певний локальний об'єм середовища набагато більший за розміри атомів і молекул, з яких складається, тому всередині такого об'єму середовище можна вважати суцільним; з іншої сторони локальний об'єм малий настільки, що можна вважати в кожній точці цього об'єму всі фізичні параметри однаковими.

Нестискувана рідина – рідина незмінної густини $\rho = \text{const}$. Під поняттям нестискуваності розуміють процеси в рідині чи з рідиною такі, що густину рідини можна вважати незмінною. Коефіцієнт стискуваності води доволі низький. Воду і більшість рідин, як правило, вважають нестискуваними при перепаді тиску $\Delta P < P_0 = 1 \text{ атм}$.

Ідеальна рідина – рідина без в'язкого тертя і без теплопередачі. При русі рідини біля поверхні твердого тіла внаслідок взаємодії молекул рідини і твердого тіла молекули рідини тормозяться, мають меншу швидкість. Таке тертя називають в'язким. Для його подолання потрібно затратити енергію. Коли говорять про відсутність в'язкого тертя, то мають на увазі нехтування затратами енергії на рух тіла в рідині чи руху рідини біля нерухомих поверхонь твердих тіл.

Стаціонарний потік. Уявні криві, вздовж яких рухаються часточки рідини, називають лініями току. Швидкість часток на-

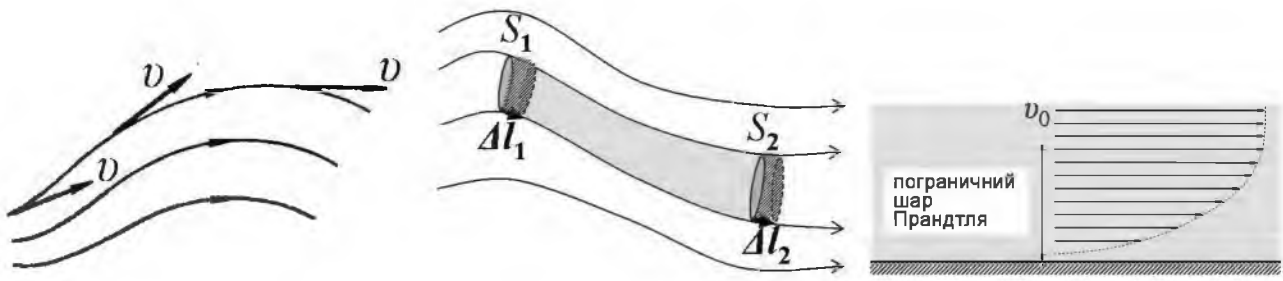


Рис. 9. а), б), в).

правлена по дотичній до лінії току. Швидкість часток при русі може змінюватися. Стаціонарним називається потік, якщо в будь-якій точці потоку швидкість часток залежить від координати, але не залежить від часу. Іншими словами кожна частка, яка попала в точку з координатами (x, y, z) потоку має напрямок і значення швидкості такі самі, як і всі інші частки, які попадають в цю точку.

Ламінарний потік. Потік називається ламінарним, якщо лінії току не перетинаються, паралельні або близькі до паралельних (від лат. lamina – пластинка). Виділимо трубку струменя (потіку) – певну бічну поверхню, яка утворюється лініями потоку. Виділимо два перерізи трубки перпендикулярні до ліній потоку S_1 і S_2 . p_1 і p_2 – тиск в рідині в площинах перерізу S_1 і S_2 . Вздовж ліній потоку існує градієнт тиску dp/dl - зміна тиску на одиницю довжини. Рух рідини відбувається в сторону меншого тиску $dp/dl < 0$. Очевидно, що градієнт тиску через бічну поверхню струменя рівний нулю, струмінь проходять тільки через перерізи трубки, а не через бічну поверхню.

Обтікає перешкоди (поверхні твердих тіл) ламінарно ідеальна нев'язка рідина. Така рідина не діє на обтічні тіла: $\eta = 0$, $F_\eta = 0$. Під реальним ламінарним потоком мають на увазі певне наближення - квазіламінарний потік. Таке наближення застосовне для багатьох фізичних процесів.

Граничний шар Прандтля. Капіляри. Частина рідини ламінарного потоку, в якому градієнт швидкості не рівний нулю

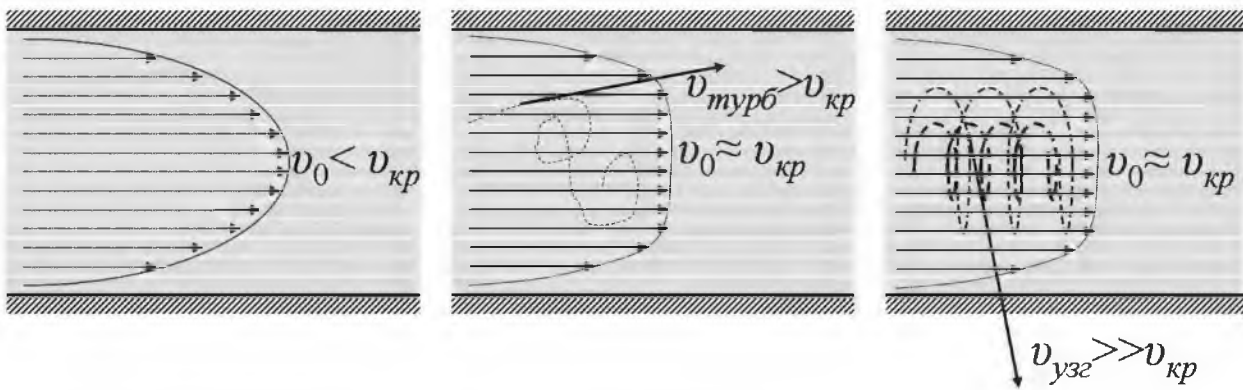


Рис. 10.

називається граничним шаром або граничним шаром Прандтля. Він складається з шарів рідини, які рухаються з різною швидкістю один повз інший внаслідок внутрішніх сил в'язкого тетря. Як правило пограничний шар тонкий. Товщина шару Прандтля сильно відрізняється для рідин різної в'язкості. Між двома близько розташованими площинами обидва шари Прандтля перекриваються. Також вони перекриваються в трубці малого радіуса. Таку відстань між площинами чи діаметр трубки називають капілярними тобто, настільки тонкими, як волос (від лат *capillaris* – волосний). Трубку тоненького діаметра (до 1 2 мм в діаметрі) чи тонкий зазор між площинами називають капіляром. Максимальна швидкість v_0 буде по центру капіляра.

Турбулентний потік. При великій швидкості шарів рідини один відносно іншого виникає закручування цих шарів у вихори, хаотично перетинаються між собою. Такий потік називають турбулентним (від лат. *turbulentus* - вихрові лінії). Енергія витрачається не на переміщення рідини, а на створення турбулентного руху, який збільшує тепловий рух молекул середовища.

У певній трубці чи капілярі із збільшенням швидкості потоку вище певного критичного $v_{турб} > v_{кр}$ виникає турбулентний рух у швидших шарах - ламінарний потік розпадається на хаотичні вихрові потоки не співнаправлені з загальним потоком. Але в цілому фронт руху рідини має швидкість співставиму із критичним значенням швидкості. Фронт усередненого руху в центрі

капіляра стає плоским. Тому енергія затрачується не стільки на переміщення рідини як на утворення вихорів. З іншої сторони при турбулентному русі виникають інтересні ефекти самовопорядкування, які є предметом особливої уваги сучасної науки. При високих швидкостях рідини $v_{узг} \gg v_{кр}$ хаотичні турбулентні вихори набувають впорядкованих форм самоузгоджених вихорів вздовж трубки.

В суцільному середовищі турбулентний рух виникає при перевищенні градієнту відносного руху шарів середовища вище деякого критичного значення $\frac{dv}{dz} \gg \frac{dv_{узг}}{dz}$. В залежності від умов виникнення відносного зсуву шарів середовища використовуються технічні параметри критичного зсуву. Один з таких параметрів - число Рейнольдса, розглядається в теоретичній частині лабораторних робіт.

Неперервність струменя нестискуваної рідини. На одиницю довжини Δl перепад тиску Δp може бути різним в різних ділянках струменя. Різні значення Δp можуть приводити до зміни густини, неоднорідності густини вздовж потоку. Рідини мають, як правило, низьку стисливість. Для реальних рідин і в багатьох випадках для газів можна вважати що при русі потоку густина $\rho = dm/dV$ є незмінною. Іншими словами речовина нестислива і її густина не міняється з часом $d\rho/dt = 0$, однакова у всіх точка потоку $\rho(x, y, z) = const$.

За час Δt через переріз S частки потоку переміщуються на відстань Δl . Швидкість потоку $dm/dt = \rho dV/dt = \rho dV/dt = \rho S dl/dt = \rho S v$. В силу нестисливості через перерізи S_1 і S_2 величини потоку однакові $S_1 v_1 = S_2 v_2$. Або $S_1 dl_1 = S_2 dl_2$. Виконується теорема неперервності для ламінарного потоку нестисливої рідини:

$$Q = Sv = const,$$

де $Q = dV/dt$ – швидкість витікання води через переріз трубки. Для стаціонарного потоку $Q = dV/dt = V/t$ – відношення об'єму V , що пройшов через переріз трубки за час t .

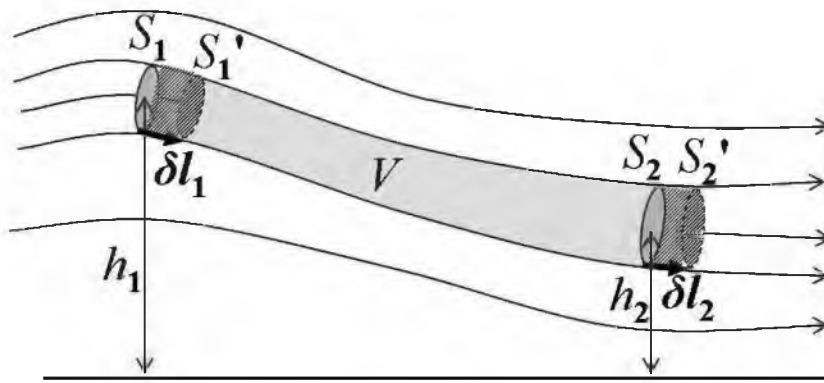


Рис. 11.

Рівняння Бернуллі. Трубку потоку виберемо з невеликим перерізом таким, що можна вважати всі частки в площині перерізу однакової швидкості і напрямку. Рівняння Бернуллі виконується в граничному наближенні $S \rightarrow 0$ – стягування трубки потоку в лінію.

В перерізі S на речовину діє сила тиску $F = PS$. Вздовж трубки току об'єму V робота виконана силами F_1 і F_2 за малий проміжок часу Δt рівна $\Delta A_P = F_2 \Delta l_2 + F_1 \Delta l_1 = F_2 \Delta l_2 - F_1 \Delta l_1$. Другий доданок при розкритті скалярного добутку має знак мінус, вектори F_2 і Δl_2 протилежно направлені. В перерізі S_2 , Рис. 11, сила тиску F_2 має напрямок вздовж напрямку лінії току Δl_2 , витікає з об'єму V . В площині S_1 струмінь тече в об'єм V , відбувається рух потоку Δl_1 проти сили тиску F_1 .

Для не стискуваних рідин у відповідності з рівнянням неперервності $S_2 \Delta l_2 = S_1 \Delta l_1 = \Delta V$. Робота сил тиску

$$\Delta A_P = P_2 S_2 \Delta l_2 - P_1 S_1 \Delta l_1 = \Delta V (P_2 - P_1).$$

Згідно закону збереження енергії в механіці у замкненій системі виконана робота рівна змінам кінетичної і потенціальної енергій. При дії сторонньої сили, якою є сила тиску, зміна потенціальної енергії рівна роботі сторонніх сил і зміні кінетичної енергії $\Delta \Pi = \Delta K + \Delta A_P$. Робота виконується в полі дії сили земного тяжіння, приріст потенціальної енергії

$$-m_2 g h_2 + m_1 g h_1 = \frac{1}{2} m_2 v_2^2 - \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \Delta A_P.$$

При русі вздовж лінії току змінюється енергія тієї речовини, яка знаходиться між перерізами S_1 і S'_1 , має масу $m_1 = \Delta V \rho$, та між перерізами S_2 і S'_2 , маси $m_2 = \Delta V \rho$. Рівність мас $m_2 = m_1$ випливає з рівності об'ємів $\Delta V = S_1 \Delta l_1 = S_2 \Delta l_2$ не стискуваної рідини густини ρ . Вираженням маси через об'єм та густину і скороченням об'єму із закону збереження енергії випливає рівняння Бернуллі

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h_2$$

$$\text{або } P + \frac{1}{2} \rho v^2 = \text{const.}$$

Вздовж лінії течії сума всіх тисків стала. Компоненту $\frac{1}{2} \rho v^2$ називають (гідро)динамічним тиском, $\rho g h$ – (гідро)статичним тиском.

Рівняння Бернуллі є вираженням закону збереження у лініях ламінарного току не стискуваного середовища. Над речовиною маси Δm малого об'єму ΔV , при переміщенні вздовж лінії току, виконується робота потенціальних сил $\Delta \Pi$ проти сил тиску ΔA_P з наданням приросту кінетичної енергії ΔK .

У випадку в'язкого тертя рівняння Бернуллі не застосовне, частина енергії переходить у внутрішню енергію речовини. Рівняння Бернуллі справедливе для ідеальної рідини. Для реальних рідин рівняння застосовується у випадку, коли затратами енергії на подолання сил в'язкого тертя можна нехтувати.

Тепловий рух молекул розрідженого газу	1
Температура і тепловий рух часточок середовища	1
Ступені вільності молекули газу	2
Внутрішня енергія розрідженого газу	3
Теплоємність розрідженого газу	5
Рівняння адіабати	6
<i>Лабораторна робота</i> Визначення показника	
 адіабати повітря методом Клемана-Дезорма	9
Опис установки	9
Порядок виконання експерименту	10
Перебіг роботи	13
Контрольні запитання	14
Вибрані поняття молекулярної фізики	17
Внутрішнє тертя рідини	23
В'язке тертя, граничний шар Прандтля	23
Сила в'язкого тертя. Коефіцієнт динамічної в'яз-	
кості	25
Реологія	29
Закон Стокса, сила лобового опору	31
Закон Стокса	31
Сила лобового опору	32
Метод Стокса. Число Рейнольдса	34
<i>Лабораторна робота</i> Визначення параметрів	
 внутрішнього тертя і дисипативних сил у	
 гліцерині методом Стокса	36
Опис устаткування	37
Виконання роботи	38
Вибрані поняття фізики суцільних середовищ . .	43

Закон Пуазейля	49
Протікання рідини через капіляр	49
Закон Пуазейля	50
<i>Лабораторна робота</i> Визначення коефіцієнта внутрішнього тертя рідини за швидкістю протікання через капіляр	52
Опис устаткування	52
Виконання роботи	53
<i>Лабораторна робота</i> Оцінка кінетичних пара- метрів теплового руху молекул газу	58
Опис устаткування	58
Виконання роботи	60
Процеси переносу у розріджених газах	61