



Тензорні обчислення в системі комп'ютерної алгебри

КЕРІВНИК ДИПЛОМНОЇ РОБОТИ
Д. Ф.-М.Н., ПР. МАЛАШОНКО
ВИКОНАВ СТУДЕНТ 2 КУРСУ
МАГІСТЕРСЬКОЇ ПРОГРАМИ
ВОРОНЯ

Мета роботи

- **Метою** мого дослідження була побудова системи комп'ютерної алгебри, здатної здійснювати тензорні обчислення. Було реалізовано програму(бібліотеку), яка дозволяє виконувати тензорні обчислення. Даною програмою доповнено сервіс MathPartner (його встановлено на сервері Києво-Могилянської Академії mathpartner.ukma.edu.ua) – хмарної системи символічних обчислень – і тих можливостей, які вона надає для вдосконалення освітнього процесу у вищій школі. Хмарна математика є універсальним інструментом застосування математичних знань, що сприяє розвитку прикладної математики.

Сервіс MathPartner

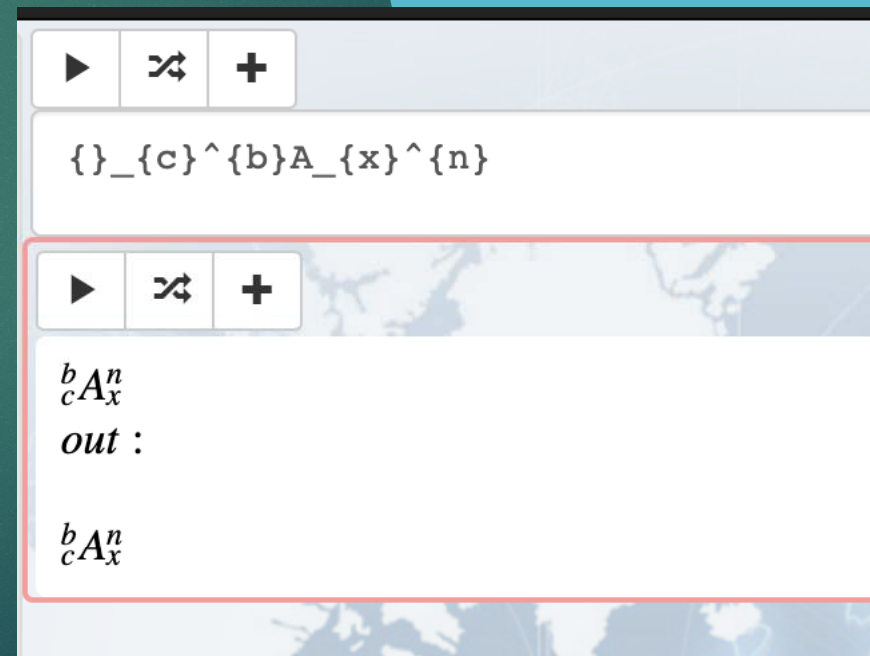
- ▶ Сервіс MathPartner з'явився в 2011 році і був одним із перших серед хмарних систем. Сервіс використовує мову Mathpar. Текст у мові Mathpar, на відміну від операторів, потрібно брати в подвійні лапки. Оператори розділяються крапкою з комою або текстом. Всі оператори виконуються послідовно, і результат останнього оператора з'являється після тексту. Якщо ж зустрічаються команди друку, то виводиться не останній оператор, а результати цих команд. В основі мови Mathpar лежить широко використовувана математиками і фізиками мова TeX, яку зазвичай використовують для набору математичних текстів. Mathpar є процедурною мовою програмування. Використовуються процедури і функції.

Правило запису тензорів у сервісі MathPartner

Тензор створюється за допомогою такого синтаксису:

$\{ _ \{ \dots \} ^ \{ \dots \} \text{SYMBOLIC} _ \{ \dots \} ^ \{ \dots \} \}$, де

- ▶ $_ \{ \dots \}$ – лівий/правий коваріантний індекс;
- ▶ $^ \{ \dots \}$ – лівий/правий контраваріантний індекс;
- ▶ *SYMBOLIC* – символ тензора;



Основні обчислювальні операції з тензорами, реалізовані в бібліотеці

▶ Додавання/Віднімання. Операція складання може бути застосована тільки до тензорів, які мають однакову кількість нижніх і верхніх індексів (тобто до тензорів одного і того ж рангу і типу). Якщо нам дано два тензора одного і того ж рангу і типу, то, алгебраїчно підсумовуючи кожен компонент першого тензора і відповідний компонент другого, ми, очевидно, отримаємо тензор того ж рангу і типу, що і складові. Зазначена операція називається складанням, а отриманий результуючий тензор називається сумою(різницею) двох тензорів.

$$1) \{\}_{c}^{\{b\}}A_{x}^{\{n\}} + \{\}_{c}^{\{b\}}B_{x}^{\{n\}} ;$$

```
/Users/ostapvoroniak/Library/Java/JavaV
ELE=====}_{c}^{\{b\}}C_{x}^{\{n\}}
Result:
}_{c}^{\{b\}}C_{x}^{\{n\}}
LaTeX: $ \}_{c}^{\{b\}}C_{x}^{\{n\}} $
```

$$2) \{\}_{c}^{\{b\}}A_{x}^{\{n\}} - \{\}_{c}^{\{b\}}B_{x}^{\{n\}} - \{\}_{c}^{\{b\}}C_{x}^{\{n\}}$$

```
/Users/ostapvoroniak/Library/Java/JavaV
ELE=====}_{c}^{\{b\}}D_{x}^{\{n\}}
Result:
}_{c}^{\{b\}}D_{x}^{\{n\}}
LaTeX: $ \}_{c}^{\{b\}}D_{x}^{\{n\}} $
```

Основні обчислювальні операції з тензорами, реалізовані в бібліотеці

- ▶ Коли користувач захоче додати два тензори різних рангів, то програма логічно виведе помилку, що ці тензори не мають однакової кількості нижніх і верхніх індексів.

$$\{\}_{c}^{b}A_{\{xaaaa\}}^{n} + \{\}_{c}^{b}B_{\{x\}}^{n}$$

```
/Users/ostapvoroniak/Library/Java/JavaVirtualMachines/openjdk-14.0.1-1/Contents/Home/bin/java ...  
Exception in thread "main" java.lang.RuntimeException: Adding conditions are not met!  
    at com.mathpar.webWithout.tensors.TensorWorker.addTensors(TensorWorker.java:17)  
    at com.mathpar.webWithout.tensors.TensorFacade.perform(TensorFacade.java:70)  
    at com.mathpar.webWithout.tensors.TensorFacade.performOperationsOnString(TensorFacade.java:19)  
    at com.mathpar.webWithout.Play_On_Ground.main(Play_On_Ground.java:54)
```

- ▶ Коли користувач введе неправильний запис тензору, то програма виведе відповідну помилку.

$$\{\}_{c}^{b}A_{\{xqqqq\}}^{nqq}}}}$$

```
/Users/ostapvoroniak/Library/Java/JavaVirtualMachines/openjdk-14.0.1-1/Contents/Home/bin/java ...  
Exception in thread "main" java.lang.RuntimeException: Latex is invalid!  
    at com.mathpar.webWithout.tensors.TensorParser.getStringPresentationOfTensors(TensorParser.java:70)  
    at com.mathpar.webWithout.tensors.TensorFacade.perform(TensorFacade.java:24)  
    at com.mathpar.webWithout.tensors.TensorFacade.performOperationsOnString(TensorFacade.java:19)  
    at com.mathpar.webWithout.Play_On_Ground.main(Play_On_Ground.java:54)
```

Основні обчислювальні операції з тензорами, реалізовані в бібліотеці

► Множення. Визначимо добуток двох тензорів будь-якого рангу і типу. Перемноживши кожний компонент першого тензора на кожен компонент другого тензора, отримаємо тензор, ранг якого дорівнює сумі рангів двох тензорів. Зазначена операція називається множенням, а отриманий результуючий тензор - добутком двох тензорів.

$$B_{\{x\}}^{\{saa\}} * C_{\{x\}}^{\{a\}}$$

```
↑ /Users/ostapvoroniak/Library/Java/Java
↓ E\E=====D_{xx}^{\saaa}
⌵ Result:
⌵ D_{x * x}^{\saaa}
⌵ LaTeX: $ {}_D_{xx}^{\saaa} $
```

Основні обчислювальні операції з тензорами, реалізовані в бібліотеці

- ▶ Згортання (скорочення індексів). Операція згортання може бути застосована тільки до змішаних тензорів;

$$\{ \}_{c}^{b} A_{xqq}^{nqq}$$

```
↑ /Users/ostapvoroniak/Library/Java/JavaV...
↓ E|E=====}_{c}^{b}A_{x}^{n}
:|: Result:
:|: { }_{c}^{b}A_{x}^{n}
⇩ LaTeX: $ { }_{c}^{b}A_{x}^{n} $
```

- ▶ Програма також надає можливість працювати з комбінованими операціями:

$$A_{xx}^{saaa} + B_{x}^{saa} * C_{x}^{a} - D_{xx}^{saaa}$$

```
↑ /Users/ostapvoroniak/Library/Java/J...
↓ E|E=====F_{xx}^{saaa}
:|: Result:
:|: F_{x * x}^{saaa}
⇩ LaTeX: $ { }_F_{xx}^{saaa} $
```

ВИСНОВОК

- ▶ Отже, метою мого дослідження була побудова системи комп'ютерної алгебри, здатної здійснювати тензорні обчислення.
- ▶ Я познайомився з існуючими системами комп'ютерної алгебри, поняттям тензора, основними галузями використання та обчислювальними операціями тензорів. Розробив програмний продукт, за допомогою якого можна виконувати основні обчислювальні операції з тензорами. Ознайомився з проектом MathPartner та за допомогою створеного програмного продукту доповнив його тензорними обчисленнями.

ДЯКУЮ ЗА УВАГУ :) 