УДК 512.64

Андросенко М. П., Шарова А. В.

ГЕОМЕТРИЧНІ ІДЕЇ ЛІНІЙНОЇ АЛГЕБРИ

Використовуючи виділені редукційним чином геометричні ідеї, описано геометричне тлумачення однієї з основних теорем лінійної алгебри.

У процесі викладання лінійної алгебри ми пересвідчились в беззаперечній важливості для успішного засвоєння курсу студентами наведення вдалих аналогій, порівнянь та редукцій задач, які вивчає лінійна алгебра, з відповідним геометричним тлумаченням.

Зауважимо, наприклад, що на лінійну функцію *у=кх,* де *к* — стала, можна подивитись з позицій математичного аналізу і сказати, що вона є строго монотонною при $k \neq 0$ на всій дійсній осі, а при $к = 0$— тотожньо дорівнює нулю. А можна подивитись інакше і сказати, що така функція розтягує або стискує вектор, який зображає число на прямій *OX,* в *к* разів при $к > 0$ і, крім того, повертає його на 180° при $к < 0$, а при $к = 0$ переводить кожен вектор числової осі в нульовий.

Історія розвитку математики свідчить, що саме другий підхід виявився плодовитим при вивченні багатовимірних аналогів лінійних функцій.

Наведемо тепер приклад вдалої (на наш погляд) аналогії. Нехай *у= у(х)* двічі неперервно диференційовна функція, означена на всій дійсній осі. При її повному дослідженні вісь *OX,* тобто інтервал $(-\infty,+\infty)$, подається у вигляді об'єднання проміжків T^n які не перетинаються, на кожному з яких функція *у(х)* є монотонною, а потім інтервал $(-\infty,+\infty)$ подається у вигляді об'єднання іншої системи проміжків R^n які не перетинаються, на кожному з яких функція зберігає тип опуклості, і одержана інформація дозволяє досить повно уявити графік функції.

Для розкриття геометричного характеру дослідження лінійних операторів в скінченновимірному евклідовому просторі E^n вдамося до аналогічної схеми. Відомо, що невироджений лінійний оператор $A: E^n \to E^n$ можна однозначно подати у вигляді $A = CB$, *де* B — додатньовизначений симетричний оператор, а С — ортогональний оператор (полярний розклад). Дію оператора *А* на довільний вектор χ можна пояснити таким чином. Спочатку подаємо простір E^n у вигляді ортогональної суми $E^n = E_{\lambda_1} \oplus E_{\lambda_2} \oplus \ldots \oplus E_{\lambda_n}$, де E_{λ_i} одновимірні власні інваріантні підпростори оператора *В,* причому на першому кроці дія оператора *А* на вектор χ така, що (ортогональна) проекція вектора розтягується в λ_i разів в кожному з підпросторів E_{λ_i}. Потім подаємо $E^n = E_1^1 \oplus E_2^1 \oplus \ldots \oplus E_k^1 \oplus E_1^2 \oplus E_2^2 \oplus \ldots \oplus E_m^2$, де $к+2m = n$, E_i^1— одновимірні власні підпростори оператора С, які відповідають одному з власних значень $\lambda = \pm X$ а E_j^2 — двовимірні підпростори оператора, які відповідають парі характеристичних чисел $\mu_j = \cos\varphi_j + i\sin\varphi_j$, причому на другому кроці дія оператора *А* на вектор *Вх* така, що проекція вектора на підпростір E_i^1 залишається в ньому нерухомою або повертається на 180°, а проекція цього вектора в підпросторі E_j^2 повертається в ньому на кут φ_j.

1. *Андросенко М. П., Кухарчук М. М.* Лінійна алгебра.Методичне забезпечення. Посібник.— К.: НТУУ "КПГ, 1999, 81с.

2. *Глазман И. М., ЛюбичЮ.И.* Конечномерный линейный анализ в задачах.— М.: Наука, 1969,476 с.

Androsenko M. P., Sharova A.V.

GEOMETRY IDEAS OF THE LINEAR ALGEBRA

Geometry explanation of one of the main theorems of the linear algebra has been expressed, using the reductionally marked geometry ideas.