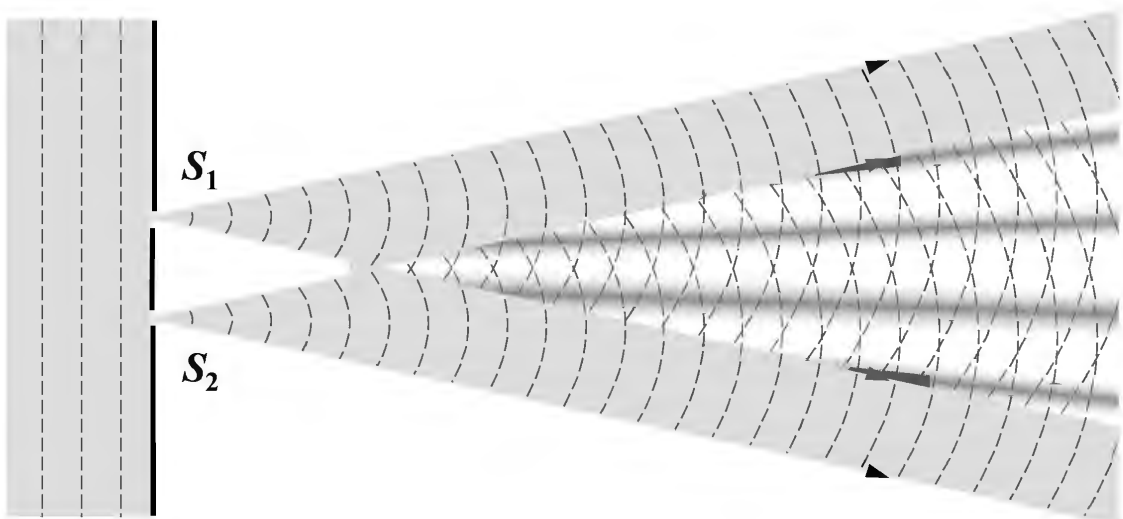
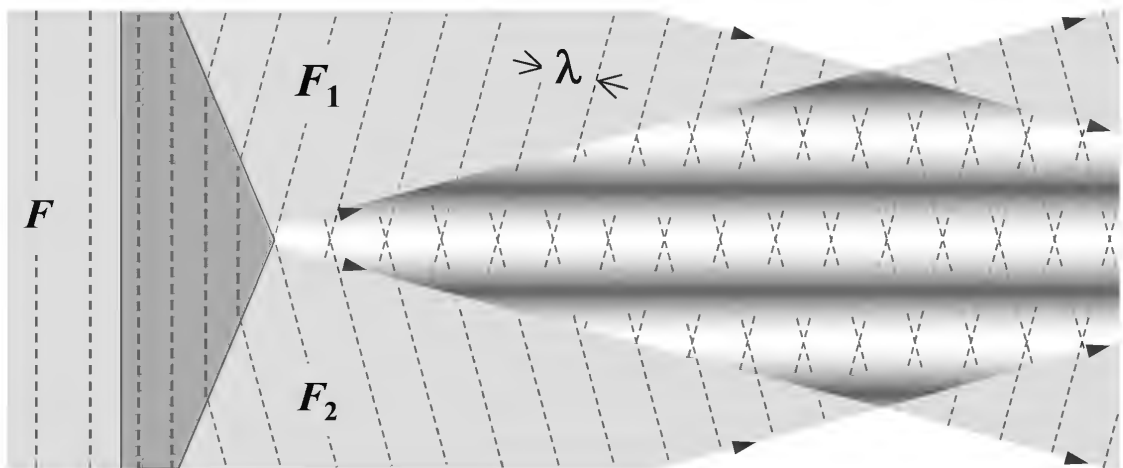


Р.М.Мельник

ІНТЕРФЕРЕНЦІЯ СВІТЛА

методом поділу хвильового фронту

- Історичні досліди Френеля, Юнга
- Умови інтерференції точкових джерел світла, локалізація інтерференційних смуг
- Визначення характеристикних параметрів оптичних елементів



3.1 Інтерференція видимого світла

3.1.1 Інтерференція хвиль

Явище взаємного посилення або послабленням інтенсивності коливань для хвиль, що накладлися, називають *інтерференцією* (лат. *inter* — між, взаємний; *ferens* (*ferentis*) — несучий), наприклад хвилі на поверхні води, Рис. 3.1.

Для хвиль однакової частоти і амплітуди A_0 складена амплітуда в точці накладання

$$A = A_1 + A_2 = A_0 \cos(\phi - \Delta\phi) + A_0 \cos(\phi) = 2A_0 \cos\left(\phi - \frac{\Delta\phi}{2}\right) \cos \frac{\Delta\phi}{2}.$$

Біжуча хвиля переносить інтенсивність коливань, їх енергію. Інтенсивність хвилі $I = \text{const} A_0^2$ пропорційна квадрату амплітуди коливань A_0 . Значення константи зумовлене фізичними параметрами середовища, природою хвиль.

Інтенсивність коливань для однієї хвилі і для накладених хвиль

$$I_0 = \text{const} \langle \cos(\phi) \rangle A_0^2 = \text{const} A_0^2;$$

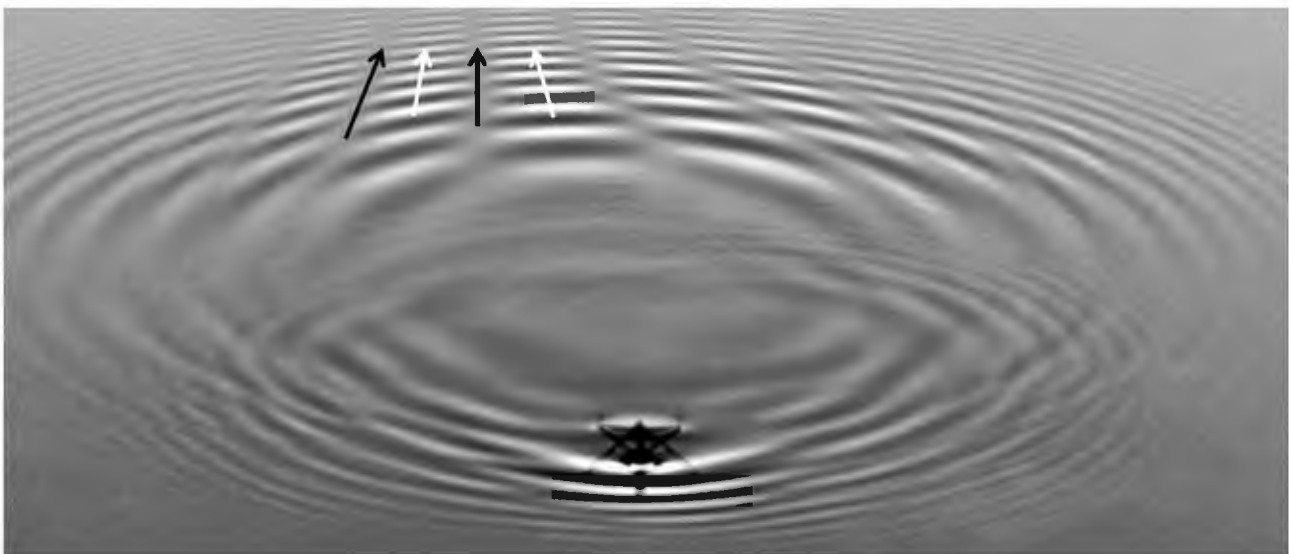


Рис. 3.1. (<http://igor-salnikov.livejournal.com/32385.html>) Жук водомірка. Після руху жука на поверхні води розходяться кола з утворенням інтерференційної картини. Білі схематичні лінії накладені на напрямках максимальних коливань поверхні, чорні — на мінімумах коливань. Стрілки вказують напрямом перпендикулярний гребеням інтерферуючих хвиль.

$$I = \text{const} \left\langle \cos\left(\phi - \frac{\Delta\phi}{2}\right) \right\rangle 4A_0^2 \cos^2 \frac{\Delta\phi}{2} = \text{const} 4A_0^2 \cos^2 \frac{\Delta\phi}{2}.$$

У квадратних дужках усереднена по часу функція швидкозмінного аргумента дасть сталу $\langle \cos(\phi) \rangle = \langle \cos(\phi(t) + \Delta\phi/2) \rangle = 1/2$, яка входить у загальну константу не залежну від інтерференційних процесів і не пов'язана з характеристиками хвилі, її частотою, амплітудою, фазою.

Інтенсивність коливань двох хвиль, що накладаються, є гармонійною функцією різниці їхніх фаз $\Delta\phi$,

$$I = 4I_0 \cos^2 \frac{\Delta\phi}{2} = 2I_0(1 + \cos \Delta\phi). \quad (3.1)$$

Якщо різниця фаз не залежить від часу, то інтерференційна картина стаціонарна, не міняється в часі.

На одних ділянках синфазні коливання мають найбільшу амплітуду $2A_0$ при $\Delta\phi \equiv 2\pi m$ і відповідну інтенсивність $I_{max} = 4I_0$, ділянки вздовж білих схематичних ліній з стрілками, Рис. 3.1.

Взаємне гашення хвиль там, де рівна поверхня протифазного накладання $\Delta\phi \equiv 2\pi \left(m + \frac{1}{2}\right)$, $\cos \Delta\phi = -1$, відповідно $I_{min} = 0$. На Рис. 3.1 чорні стрілки вздовж інтерференційних ділянок без коливань поверхні.

Інтерференція є наслідком виконання *принципу суперпозиції*, додавання відхилень від положення рівноваги двох і більше хвиль в точці їх накладання, і виконання *закону збереження енергії*. Відбувається певний перерозподіл енергії коливань, є ділянки підсилення енергії коливань і ділянки взаємного їх гашення.

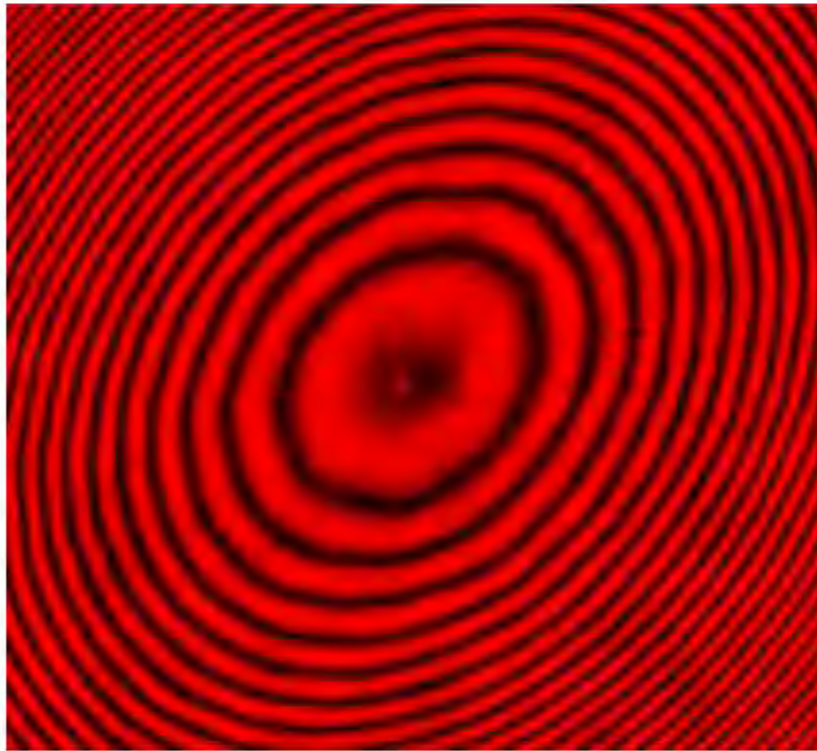


Рис. 3.2. Чергування інтенсивності світла при накладанні пучків монохромного лазерного випромінювання ($\lambda = 650$ нм) і забезпеченні умов інтерференції. Форма смуг може мати форму прямих ліній, як на краю зображення, так і концентричну форму, центральна частина.

Інтерференція світла У випадку світлових хвиль око, як і довільний фоточутливий¹ елемент, сприймає інтенсивність світла. Максимальної освітленості є зони синфазного накладання амплітуд світлових хвиль, Рис. 3.2, і неосвітлені зони мінімуму, протифазних світлових хвиль.

На відміну від хвиль на воді, для світлових хвиль не можемо спостерігати їх коливання. Не можливо відслідковувати таку швидку зміну електромагнітного поля, світло має електромагнітну природу, з періодом коливання $T \simeq 10^{-15}$ с. На довжині $\lambda = 600$ нм хвиля "жовтого" світла має частоту $\nu = c/\lambda = 0,5 \cdot 10^{15}$ Гц, $c = 3 \cdot 10^8$ м/с — швидкість світла у повітрі. Візуально можна бачити зони найбільшої амплітуди коливань там, де максимальна інтенсивність накладених світлових хвиль. В зонах протифазного накладання бачимо їх темними, не освітленими.

¹Фото... (від гр. *Φωτόνιο* - світло) - у складних словах є суфіксом, що вказує на причетність до світла, світловій дії, дії за допомогою світла.

Складання хвиль методом фазових діаграм. Видність інтерференційних смуг

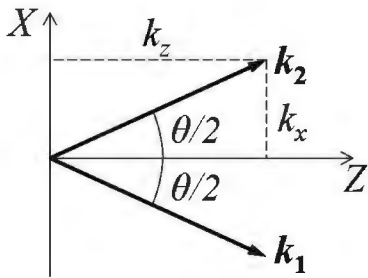


Рис. 3.3.

Хвилі однакової частоти в точці накладання мають однакові по модулю $k_1 = k_2 = \frac{2\pi}{\lambda}$ хвильові вектори \mathbf{k}_1 , \mathbf{k}_2 з малим інтерференційним кутом сходження $\theta = \sin \theta$. Виберемо вісь Oz вздовж вектора суми $\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2$ і поперечну вісь Ox , Рис. 3.3. Різниця фаз, $\Delta\phi = \mathbf{k}_2 \mathbf{l}_2 - \mathbf{k}_1 \mathbf{l}_1 = k_x x + k_z z - ((-k_x) x + k_z z) =$

$$= 2k_x x = 2 \frac{2\pi}{\lambda} \sin \frac{\theta}{2} x = \frac{2\pi}{\lambda} \theta x, \text{ по-}$$

в'язана з оптичною різницею ходу $\Delta = \theta x$, має вираження тут через координату x . Умова максимуму

$\Delta_m = \theta x_m = \lambda m$ виконується для рівновіддалених координат $\theta x_m - \theta x_{m-1} = \lambda$, з просторовим періодом $\Delta x = \frac{\lambda}{\theta}$ інтенсивності $I = 2I_0 \left(1 + \cos \left(\theta x \frac{2\pi}{\lambda} \right) \right)$.

У випадку накладання хвиль різної амплітуди, використанням методу введення допоміжного кута β у тригонометричних перетвореннях,

$$A_1 \cos \phi + A_2 \cos(\phi - \Delta\phi) = (A_1 + A_2 \cos \Delta\phi) \cos \phi + (A_2 \sin \Delta\phi) \sin \phi = \\ = a \cos \phi + b \sin \phi = A(\cos \beta \cos \phi + \sin \beta \sin \phi) = A \cos(\phi - \beta), \quad \text{tg } \beta = b/a;$$

$$a = A_1 + A_2 \cos \Delta\phi, \quad b = A_2 \sin \Delta\phi, \quad \cos \beta = \frac{a}{A}, \quad \sin \beta = \frac{b}{A}, \quad A = \sqrt{a^2 + b^2},$$

$$A^2 = a^2 + b^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos \Delta\phi.$$

Накладання хвиль однакової частоти має амплітуду коливань тієї самої частоти і амплітуду A рівну геометричній сумі складових амплітуд A_1 та A_2 .

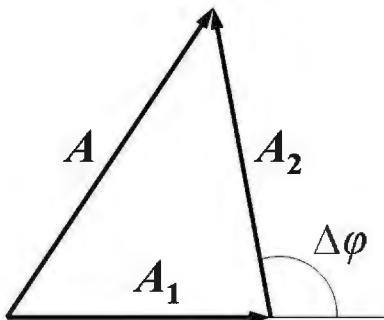


Рис. 3.4.

Амплітуда A рівна додаванню амплітуд A_1 , A_2 по теоремі косинусів. У такому випадку говорять про *правило фазових діаграм* додавання хвиль використанням геометричної суми векторів амплітуд: на кінці вектора \mathbf{A}_1 будують вектор \mathbf{A}_2 направлений під кутом $\Delta\phi$, Рис., 3.4, з початку вектора \mathbf{A}_1 у кінець вектора \mathbf{A}_2 направляють вектор \mathbf{A} названий векторною сумою \mathbf{A}_1 і \mathbf{A}_2 . Модуль вектора \mathbf{A} , задає амплітуду складеної хвилі, знаходиться за теоремою косинусів.

Інтенсивність коливань для сумарної амплітуди A

$$I(\Delta\phi) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \Delta\phi. \quad (3.2)$$

$I = \text{const } A^2$, $I_1 = \text{const } A_1^2$, $I_2 = \text{const } A_2^2$ Умови максимуму і мінімуму:

$$I_{\max} = (\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2})^2 \text{ при } \Delta\phi \equiv 2\pi m, \quad m - \text{ціле};$$

$$I_{\min} = (\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2})^2 \text{ при } \Delta\phi \equiv 2\pi \left(m + \frac{1}{2} \right).$$

Характеризують контраст смуг параметром видності

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2}. \quad (3.3)$$

Межі параметра $0 \leq V \leq 1$, $V = 1$ при $I_1 = I_2$. У конструюванні інтерференційних приладів дотримуються умови $I_1 \approx I_2$ для роботи з чіткими смугами.

3.2 Інтерференція світла методом поділу хвильового фронту

3.2.1 Інтерференція методом ділення плоских хвиль на біпризмі

Біпризма Френеля — трикутна скляна призма з двома малими кутами заломлення світлових променів $\alpha = \angle DA_1C = \angle DA_2C$, Рис. 3.5. Хвиля з плоским фронтом F , падаючи нормально на передню грань біпризми, ділиться на дві хвилі, з фронтами F_1 і F_2 . Віддалене джерело S ділиться на два уявні S_1 і S_2 .

Плоский фронт має хвиля нескінченно віддаленого джерела малих розмірів або зколімований пучок світла точкового джерела розміщеного у фокусі лінзи. Практично плоским є фронт випромінювання He-Ne лазера, який використовується у досліді з біпризмою.

Хвильова поверхня або *фронт хвилі* — геометричне місце точок, в яких фаза коливань однакова; різним значенням фази відповідають різні хвильові поверхні, які не перетинаються. *Світловий промінь* перпендикулярний до хвильового фронту; промінь — це уявна лінія, дотична до неї у кожній точці збігається з напрямком поширення хвилі. На Рис. 3.5 промені позначені стрілками, а кожна пунктирна лінія — це хвильовий фронт однакової фази коливань, два довільні хвильові fronti однакової фази знаходяться на відстані довжини хвилі λ .

Довжина хвилі λ , по визначенню, це відстань між двома точками однакової фази коливань. На довжині λ відбувається один період коливання хвилі. Через те, що гармонійні функції синус і косинус мають період рівний 2π , $\cos(\phi + 2\pi t) = \cos \phi$, t — ціле, фази $\phi + 2\pi t$ і ϕ вважаються однаковими. Тобто, відстань між фазами однакових коливань кратна довжині хвилі.

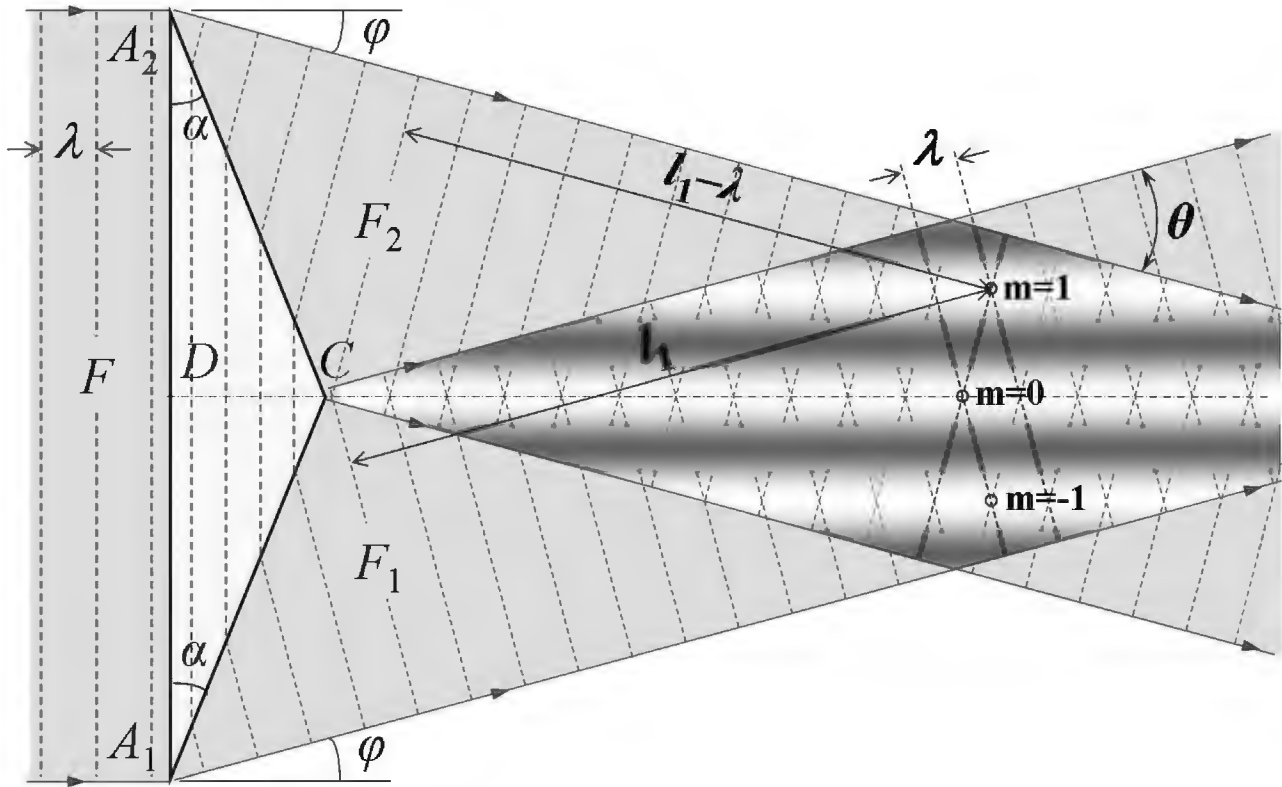


Рис. 3.5. Плоский фронт F ділиться біпризмою A_1A_2C на дві заломлені F_1 і F_2 . Пунктирними лініями позначені фронти хвиль однакової фази рівнівіддалі між собою на довжину хвилі λ . Градієнтною заливкою виділені області синфазного і протифазного накладання хвиль. m — порядок інтерференційного максимуму синфазного накладання хвиль.

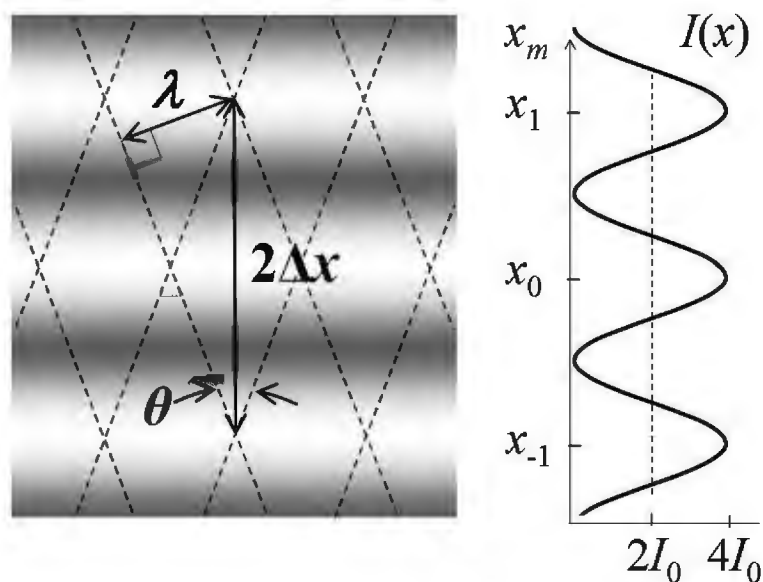


Рис. 3.6. Фрагмент інтерференційної зони Рис. 3.5 та діаграма інтенсивності накладених хвиль. I_0 — інтенсивність коливань однієї хвилі. Між довжиною хвилі λ і шириною інтерференційних смуг Δx виконується співвідношення $\sin \frac{\theta}{2} = \frac{\lambda}{2 \Delta x}$.

3.2.2 Умови інтерференційних екстремумів

Частина простору, де відбувається накладання хвиль, їх інтерференція, взаємне посилення або послаблення коливань хвиль, називають інтерференційною зоною. На Рис. 3.5 інтерференційна зона має градієнтну заливку відповідну ділянкам підсилення чи гашення хвиль.

Синфазне сходження хвиль буде в кожній точці вздовж осі біпризми DC . Коливання хвиль взаємно підсилюються. Одна з таких точок осі помічена $m = 0$. Різниця ходу фронтів однакової фази F_1 і F_2 тут рівна нулю, фронти до точки накладання на осі DC долають однакову відстань.

У сусідній смузі підсилення коливань в точці сходження $m = 1$ фронт F_2 проходить відстань $l_2 = l_1 - \lambda$, на одну довжину хвилі меншу від відстані l_1 ходу фронту F_1 . Другий фронт випереджає перший по фазі на один період $\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 = 2\pi m$, $m = 1$. Оптична різниця ходу $\Delta = l_2 - l_1 = -\lambda$, різниця фаз $\Delta\phi = 2\pi$. Коливання синфазні при різниці фаз кратній 2π .

З протилежного боку осі DC у інтерференційній зоні ділянка синфазних коливань є множиною точок, у якій фронт F_2 відстає від F_1 на довжину хвилі $l_2 - l_1 = \lambda$, різниця фаз $\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 = 2\pi m$, $m = -1$.

Максимум коливань виконується для порядків інтерференції

$$m = \frac{\Delta\phi}{2\pi} = \frac{\Delta}{\lambda}, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

— у різницю ходу укладається кратне число хвиль, що тотожно укладанню у різницю фаз кратного числа періодів фази 2π . Рівність

$$\Delta = m\lambda, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (3.4)$$

є умовою максимумів інтерференції. Порядок інтерференції m вказує скільки довжин хвиль укладається в оптичну різницю ходу хвиль $\Delta = l_2 - l_1$. l_1 і l_2 — відстані від вторинних джерел F_1 і F_2 однакової фази коливань до точки накладання хвиль. Джерела однакової фази ще називають *когерентними* джерелами. Когерентність з лат. означає узгодженість, взаємозв'язаність.

Між смугами максимуму знаходяться смуги мінімуму інтенсивності коливань накладених хвиль

$$m + \frac{1}{2} = \frac{\Delta\phi}{2\pi} = \frac{\Delta}{\lambda}, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

— у різницю ходу укладається непарне число півхвиль, різниця фаз кратна не парній кількості півперіодів π .

Зона інтерференції нагадує листковий пиріг стабільного у часі чергування максимумів і мінімумів. У точках максимуму синфазного накладання $\Delta = m\lambda$, амплітуда хвиль подвоюється $A_{max} = 2A_0$, інтенсивність світла $I \sim A^2$, у максимумі $I_{max} = 4I_0$. У точках мінімуму взаємного гашення хвиль $\Delta = (m + 1/2)\lambda$, $A_{min} = 0$, $I_{min} = 0$, інтенсивність світла рівна нулю.

3.2.3 Взаємозв'язок між періодом інтерференції і кутом інтерференції

Відстань між інтерференційними максимумами $\Delta x = x_m - x_{m-1}$ називають *інтерференційним просторовим періодом*. Для плоских фронтів просторовий період $\Delta x = x_m - x_{m-1}$ не залежить від порядку інтерференції m . Значення інтерференційного періоду, Рис. 3.6,

$$\Delta x = \frac{\lambda}{\theta}. \quad (3.5)$$

Кут між фронтами F_1 і F_2 малий, $\sin \theta = \theta$, і рівний куту сходження променів. Кут сходження θ називають *кутом інтерференції*. Здебільшого значення θ менше сотих радіана, типові значення становлять $10^{-3} - 10^{-4}$ рад. Щоб отримати достатньо широкі візуально видимі роздільні смуги, потрібні малі кути сходження променів світла при малому λ . Для видимого світла діапазон хвиль $0,4 - 0,7$ мкм.

Кут сходження плоских хвиль за біпризмою $\theta = 2\varphi$, Рис. 3.5. Значення φ відхилення світлового пучка зумовлене показником заломлення матеріалу призми n і значенням заломлюючого двогранного кута α , Рис. 3.7. При малому куті i па-

діння хвилі на передню грань скляної призми з малим значенням α , будуть малими також: кут заломлення на передній грані $\gamma = i/n$, кут падіння на задню грань γ' , кут заломлення $i' = n\gamma'$.

Кут перетину нормалей DC і BC $\angle DCB = 180^\circ - \alpha = 180^\circ - \gamma - \gamma'$, виконується рівність $\alpha = \gamma + \gamma'$. З Рис. 3.7, видно, що $\varphi = (i - \gamma) + (i' - \gamma') = (n - 1)(\gamma + \gamma')$,

$$\varphi = (n - 1)\alpha. \quad (3.6)$$

За нормального падіння $i = 0$ випромінювання на передню грань біпризми, кут $\theta = 2\varphi$, сходження променів за нею

$$\theta = 2\alpha(n - 1). \quad (3.7)$$

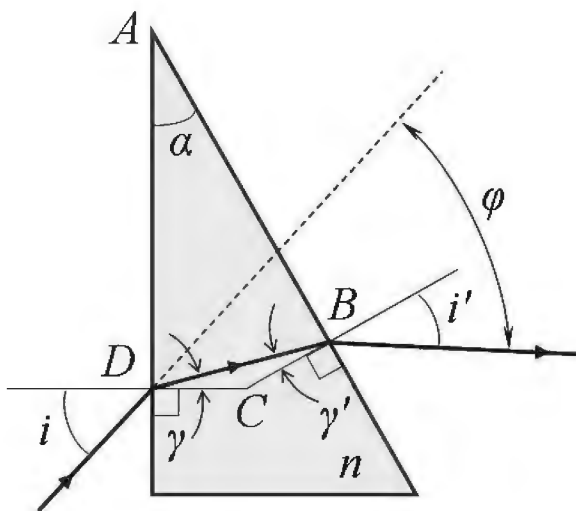


Рис. 3.7.

Значення інтерференційного кута θ залежить від кутів заломлення біпризми і показника заломлення матеріалу призми.

3.2.4 Дослід: отримання інтерференційних смуг на біпризмі Френеля

Вздовж оптичної лави розташовані оптичні лазерний випромінювач на краю лави, біпризма практично впритул до лазерного пучка, екран на протилежному краю лави, Рис. 3.8. Лазерне випромінювання направлене вздовж лави, приблизно в центр екрана. Біпризма в оправі і в юстувальному штативі встановлюється близько до випромінювача.

Через те, що смуги інтерференції малого періоду, не доступні для візуального спостереження, використовується проектування лінзою інтерференційної картини із багатократним збільшенням, Рис. 3.9. В залежності від положення екрана на лаві чи за лавою, збільшення може бути 20-100×.

1. Поворотом гвинта юстувального штативу підводять біпризму до попадання пучка на тупе ребро біпризми, до появи на екрані двох світних плям однакового розміру та інтенсивності. Біпризму фіксують на лаві бічними гвинтами рейтера.
2. По горизонтальній шкалі екрана або лінійкою знаходять відстань b між світними плямами. Міряють відстань L від біпризми до екрана рулеткою. Обчислюють кут сходження пучків $\theta = b/L$ і точність вимірювань. Знаходять значення заломлюючих кутів біпризми α (3.7), значення показника заломлення матеріалу біпризми n вказане на оправі (або знаходять по куту Брюстера поляризаційним методом). Обчислюють ширину Δx інтерференційних смуг (3.5), похибки знаходження α і Δx .
3. Встановлюють лінзу впритул до біпризми. Положення штатива з лінзою у рейтері регулюється по вертикалі так, щоб на середині екрана було видно дві роздільні світні плями. Вони є зображеннями уявних джерел — спряженої площини екрана, що знаходиться перед біпризмою.
4. Неспішно переміщаючи рейтер з лінзою вздовж лави слід-

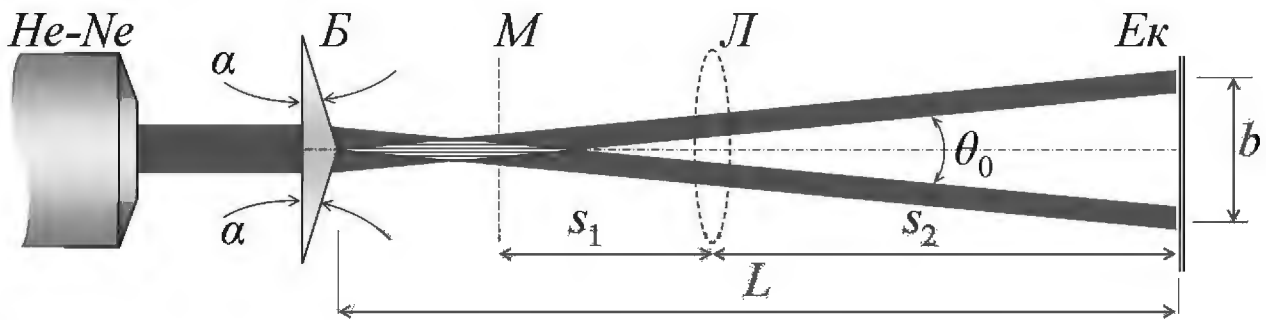


Рис. 3.8. Вигляд установки: He-Ne лазер, B — біпризма Френеля, Ek — екран; встановленням тонкої лінзи L , на екрані отримуємо зображення площини M , спряженої площині екрана. Тут схематично показаний хід лазерного пучка без застосування лінзи L .

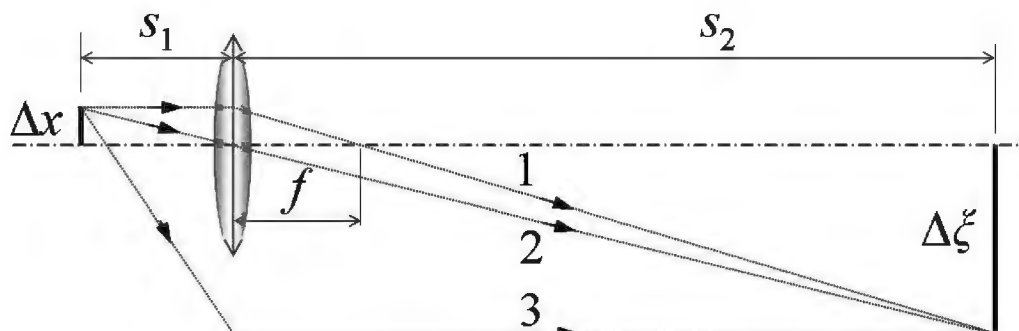


Рис. 3.9. Побудова ходу променів у тонкій збиральній лінзі. Фокусна відстань лінзи f . Спряжені площини предмету і реального перевернутого зображення знаходяться на відповідних відстанях s_1 і s_2 до лінзи. Предмет з лінійним поперечним розміром Δx у площині предмета має у спряженій площині величину зображення $\Delta \xi$.

кують за зміною зображення на екрані, появою інтерференційних смуг, збільшенням їх кількості. На дальшій відстані такій, що кількість інтерференційних смуг мала б зменшуватися (край інтерференційної зони), почне проявлятися дифракція на ребрі біпрізми у вигляді світних окремих плям з накладанням інтерференційних смуг. Це вже не робоча зона низького і спотвореного контрасту зображення.

5. Для збільшення ширини смуг екран встановлюють за лавою на максимально можливій відстані. Поправляють по-

ложення лінзи, отримують чіткі інтерференційні лінії.

6. Міряють віддаль s_2 від лінзи до екрана рулеткою. Фокусну відстань f вказано на оправі лінзи. В протилежному випадку її потрібно попередньо визначити за описом роботи з лінзами. Зчитують відстань d між крайніми чіткими смугами міліметровою лінійкою, їх кількість N , $\Delta\xi = \frac{d}{N}$.
7. З подібності трикутників, Рис. 3.9, на перетинах головної оптичної осі, штрихпунктирна лінія, і променя 2, що проходить через центр лінзи, $\frac{\Delta x}{s_1} = \frac{\Delta\xi}{s_2}$. Звідси підстановкою s_1 у формулу тонкої лінзи $\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2} = \frac{1}{f}$ знаходять

$$\Delta x = \Delta\xi \frac{f}{s_2 - f}, \quad (3.8)$$

оцінюють похибку. Знаходять збільшення $\beta = \frac{\Delta\xi}{\Delta x}$ інтерференційної картини за відношенням $\beta = \frac{s_2 - f}{f}$. Порівнюють Δx з раніше розрахованим. Роблять висновки про параксіальність ходу променів у інтерференційній оптичній схемі з біпризмою, значення інтерференційного кута θ .

Практикум похибок

Похибка $\delta b = \pm 1$ мм знаходження віддалі b зумовлена інструментальною похибкою у пів-ціни поділки міліметрової шкали на обох кінцях відрізка b . Оцінка δb може бути більшою, в залежності від розмитості світних плям. Похибка δL знаходження віддалі L зумовлена міліметровою шкалою ± 1 мм. Врахування точності положення біпризми в оправі збільшує похибку до $\delta L = \pm 2$ мм.

Оцінку похибки знаходження інтерференційного кута $\theta = b/L$ дає застосування похибки не прямого вимірювання через диференціювання $d\theta = \frac{1}{L}db - \frac{b}{L^2}dL$. Часткові похідні $\frac{\partial\theta}{\partial b} = \frac{1}{L}$,

$\frac{\partial \theta}{\partial L} = -\frac{b}{L^2}$. Відповідні часткові похибки: $\Delta\theta_b = \frac{1}{L}\Delta b$ зумовлені абсолютною похибкою Δb ; $\Delta\theta_L = \frac{b}{L^2}\Delta L - \Delta L$. Абсолютна похибка, $\theta = b/L$,

$$\Delta\theta = |\Delta\theta_b| + |\Delta\theta_L| = \frac{1}{L}\Delta b + \frac{b}{L^2}\Delta L = \theta \left(\frac{\Delta b}{b} + \frac{\Delta L}{L} \right).$$

рівна алгебраїчній сумі часткових похибок, їх модулів. Частіше використовують геометричну суму часткових похибок, $\theta = b/L$,

$$\begin{aligned} \Delta\theta &= \sqrt{\Delta\theta_b^2 + \Delta\theta_L^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{L}\Delta b\right)^2 + \left(\frac{b}{L^2}\Delta L\right)^2} = \\ &= \theta \sqrt{\left(\frac{\Delta b}{b}\right)^2 + \left(\frac{\Delta L}{L}\right)^2}. \end{aligned}$$

Похибка знаходження заломлюючого кута біпризми $\alpha = \frac{\theta}{2(n-1)}$, формула (3.7), застосуванням похибки не прямого вимірювання і диференціювання $d\alpha = \frac{d\theta}{2(n-1)} - \frac{\theta dn}{2(n-1)^2}$;

$$\Delta\alpha = \frac{\Delta\theta}{2(n-1)} + \frac{\theta \Delta n}{2(n-1)^2} = \alpha \left(\frac{\Delta\theta}{\theta} + \frac{\Delta n}{n-1} \right)$$

$$\text{або } \Delta\alpha = \alpha \sqrt{\left(\frac{\Delta\theta}{\theta}\right)^2 + \left(\frac{\Delta n}{n-1}\right)^2}.$$

Довжина хвилі випромінювання лазера відома з високою точністю в чотири значимі цифри, тому оцінка періоду смуг (3.5) знаходиться лише за похибкою $\Delta\theta$

$$\Delta(\Delta x) = \Delta \left| \frac{\lambda}{\theta} \right| = \left| \frac{\partial}{\partial \theta} \frac{\lambda}{\theta} \right| \Delta\theta = \frac{\lambda \Delta\theta}{\theta^2}.$$

У обчисленні $\Delta\xi = d/N$ оцінка $\Delta(\Delta\xi) = \frac{\Delta d}{N}$. Похибка знаходження Δx за формулою (3.8) зумовлена точністю фокусної відстані $f \pm \Delta f$, вказаної на оправі лінзи. Через те, що $\frac{\Delta s}{s} \ll \frac{\Delta f}{f}$

і $\frac{\Delta s}{s} \ll \frac{\Delta(\Delta\xi)}{\Delta\xi}$, оцінки Δs і $\Delta(s - f)$ не використовуються. Частковим диференціюванням (3.8)

$$\Delta(\Delta x) = \frac{\Delta(\Delta\xi f)}{s - f} = \frac{\Delta(\Delta\xi) f + \Delta\xi \Delta f}{s - f}$$

$$\text{або } \Delta(\Delta x) = \Delta\xi \sqrt{\left(\frac{\Delta(\Delta\xi)}{\Delta\xi}\right)^2 + \left(\frac{\Delta f}{f}\right)^2}.$$

Контрольні запитання

1. Дайте означення інтерференції монохромних хвиль. Що розуміють під двоплічною (двопроменевою) інтерференційною схемою? Яка необхідність в двох вторинних джерелах світла?
2. Чому не можна використати два дійсні точкові монохромні джерела спонтанного випромінювання для інтерференції?
3. Чому виникає необхідність параксіальності променів при використанні інтерференції світла? Що розуміють під інтерференцією плоских хвиль? Чи обов'язковий нескінченний радіус кривизни фронтів накладених світлових хвиль для інтерференції?
4. Чому необхідні малі заломлюючі кути у біпризмі?
5. На якій відстані від біпризми знаходяться уявні джерела S_1, S_2 плоских хвильових фронтів? Яка віддаль між ними?
6. Чи будуть зміни інтерференційної картини і які, якщо одну половину біпризми перекрити тонкою плоскопаралельною пластинкою товщини h і з показником заломлення n ? Чи зміститься положення нульового максимуму, всієї інтерференційної картини, кут і період інтерференції?

3.2.5 Дослід: вивчення локалізації інтерференційних смуг на біпризмі Френеля

Установка складається із елементів розміщених на оптичній лаві, Рис. 3.10. Застосовується дифракція світла на щілині S , для утворення розбіжного пучка світла у інтерференційній схемі з біпризмою, Рис. 3.10. Джерело S ділиться біпризмою Френеля на два уявні S_1 і S_2 із утворенням зони інтерференції в області накладання хвиль, Рис. 3.11, 3.12. Шириною інтерференційних смуг за біпризмою можна управляти міняючи розбіжність пучка β джерела S . Кут β називають *апертурою інтерференції*². Інтерференційна картина утворюється у *параксіальних променях*³, близьких до вісі симетрії біпризми. Малі кути інтерференції є обов'язковою вимогою оптичних інтерференційних схем для отримання смуг достатньої ширини їх спостереження чи використання.

Із Рис. 3.12 очевидний взаємозв'язок між кутом інтерференції θ і апертурою β . У чотирикутнику SN_1PN_2 , $\beta + \theta = 360^\circ - \angle SN_1P - \angle SN_2P = (180^\circ - \angle SN_1P) + (180^\circ - \angle SN_2P) = \varphi_1 + \varphi_2$. φ_1 , φ_2 — кути відхилення променів біпризмою, α — заломлюючі кути біпризми з показником заломлення n . Для малих кутів (3.6) $\varphi_1 = \varphi_2 = \alpha(n - 1)$, означимо $\theta_0 = \varphi_1 + \varphi_2$,

$$\beta + \theta = \theta_0. \quad (3.9)$$

Значення $\theta \equiv \theta_0$ за умови нормального падіння паралельного пучка (плоских хвиль) на призму знайдене в попередній роботі. Заданим L_1 і L_2 відповідають значення апертури β та кута інтерференції θ .

При $\beta = 0$, нормальному падінні променів на передню грань біпризми, $\theta \equiv \theta_0 = 2\alpha(n - 1)$. При $\beta \neq 0$, множенням (3.9) на L_1

² *Апертура* (лат. *apertus* — відкритий) — кут між віссю і твірною випромінювання, що потрапляє у оптичну схему.

³ *Параксіальні промені* (гр. *para* — біля, лат. *axis* — вісь) — пучок променів, що поширюються вздовж вісі оптичної системи і мають малі кути з віссю.

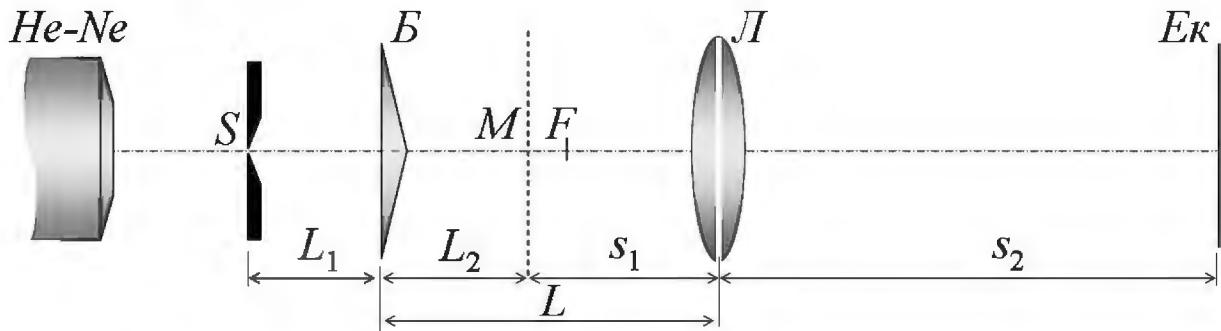


Рис. 3.10. Оптичні елементи установки: джерело світла (He-Ne лазер); щілина S ; B — біпризма Френеля; L — тонка сферична лінза, F — передній фокус; Ek — білий матовий екран з міліметровою шкалою. Площина M спряжена площині екрана Ek .

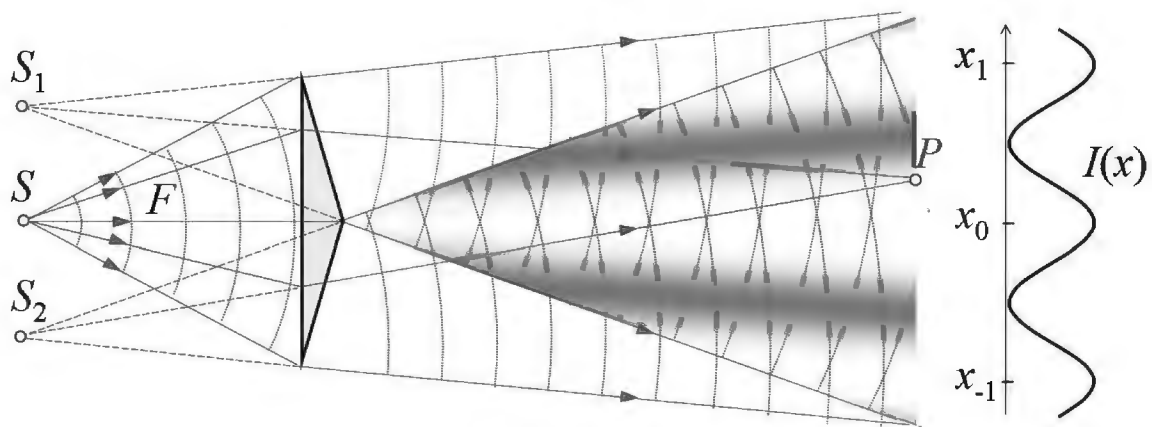


Рис. 3.11. Схематичне зображення поширення хвиль від джерела малого розміру S . Накладання хвиль у інтерференційній зоні відбуваються так, ніби джерело S замінили на два уявні джерела S_1 і S_2 , що випромінюють хвилі в однаковій початковій фазі.

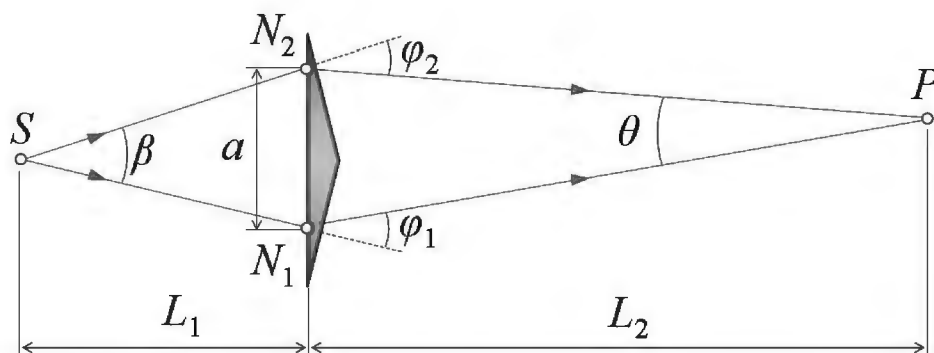


Рис. 3.12. Параметри інтерференційної схеми Рис. 3.11: β — апертура інтерференції, θ — кут інтерференції, φ_1, φ_2 кути заломлення променів біпризмою, L_1, L_2 — відстані від джерела S до призми і від призми до точки сходження P .

і заміною $L_1\beta = L_2\theta$,

$$\theta = \theta_0 \frac{L_1}{L_1 + L_2}, \quad L_2 = L - \frac{s_2 f}{s_2 - f} \approx L - f \text{ при } s_2 \gg f. \quad (3.10)$$

Відстань $L_2 = L - s_1$ (Рис. 3.10), s_1 знаходиться з формули тонкої лінзи $s_1^{-1} + s_2^{-1} = f^{-1}$. Заданим відстаням L_1 і L_2 відповідають значення апертури β та кута інтерференції θ . Зміною відстаней L_1 і L можна міняти кут інтерференції, управляти шириною інтерференційних смуг.

Перед виконанням дослідів потрібно провести попереднє налаштування. На лаві тільки лазер з одного краю і екран з протилежного, інші елементи на лаві відсутні. Проводиться юстування лазерного пучка паралельно лаві. Щілина встановлюється якомога ближче до лазера. Юстується лазер, до попадання випромінювання на щілину, ширина щілини ≈ 100 мкм. На екрані відобразиться дифракційне розходження пучка. Дослід буде виконуватися в межах центральної дифракційної світної плями. Бічними гвинтами в основі рейтера зафіксуйте положення щілини на лаві.

1. Установіть біпризму на відстані $L_1 \approx 40$ мм від щілини. Відстань між ними потрібно задавати по мітках на оправках. Від'юстуйте біпризму, щоб центральний дифракційний максимум на екрані був з двох світних плям однакової ширини та інтенсивності.
2. Розмістіть лінзу на юстувальному штативі за біпризмою і під'юстуйте її, щоб посередині екрана були чіткі збільшені інтерференційні смуги. Якщо смуги вузькі, мала точність вимірювання їх ширини, то зніміть екран з лави і перенесіть на більшу відстань. За шкалою екрана знайдіть ширину смуг $\Delta\xi$. Рулеткою або дальноміром поміряйте відстані L_1 , L , s_2 . Оцініть точність вимірювань. Обчисліть ширину інтерференційних смуг (3.8), кут інтерференції (3.5), апертурний кут (3.9), точність обрахунків.

3. Лінзу встановіть поближче до біпризми. Переміщаючи лінзу від біпризми, по шкалі лави оцініть положення z_1 появи першої інтерференційної смуги і вихід з інтерференційної зони z_2 . Цей край зони є наближеним з низьким контрастом смуг інтерференційної картини. На проміжку $[z_1; z_2]$ оцініть положення з максимальною кількістю смуг q , полічіть їх. Оцініть максимальну ширину інтерференційної зони $L_x = q \Delta x$, довжину $L_z = z_1 - z_0$.
4. Повторіть виконання перших трьох пунктів з відстанями $L_1 \approx 150$ мм та $L_1 \approx 300$ мм. Останній випадок близький до падіння плоскої хвилі на біпризму.
5. Проаналізуйте зміну періоду інтерференції і вилічину інтерференційної зони зі зміною апертурного кута.

Одержати ширші смуги можна наближенням апертури інтерференції β до характеристичного параметра біпризми θ_0 . У разі $\beta \rightarrow \theta_0$ кут інтерференції $\theta \rightarrow 0$, з отриманням як завгодно широких смуг на нескінченності. Також ширші смуги можна задати використанням біпризми з меншими заломлюючими кутами α , зменшиться кут інтерференції.

3.2.6 Дослід Юнга

Гострою голкою в тонкій фользі (папері, непрозорій плівці) потрібно акуратно зробити поряд два малі отвори так, щоб і розмір отворів, і відстань між ними становили долі міліметра. Якщо направити лазерний пучок світла на отвори і за ними розташувати екран, то побачимо чітку інтерференційну картину. Отвори ділять фронт хвилі на два наближено точкові джерела світла. Обидві вторинні хвилі дифракційно⁴ розходиться з другого боку фольги, накладаються, утворюють інтерференційну область. Чим далі екран від отворів, тим менший кут інтерференції $\theta = \frac{a}{L}$, ширші інтерференційні смуги. Ширину смуг можна регулювати віддаллю від отворів до екрана.

Юнг у експерименті з природним джерелом світла, Рис. 3.13, використав один екран з отвором S малого розміру для наближення джерела світла до точкового. Від протяжного джерела не вдасться отримати чіткої інтерференційної картини. Навколо нас ми не бачимо інтерференційних світлових смуг через великі розміри джерела у порівнянні з довжиною хвилі видимого випромінювання. Світлофільтр $S\Phi$ звужує спектр випромінювання і цим також підвищує контраст інтерференційних смуг, але зменшує світловий потік. Потужність світла повинна бути достатньою для освітленості інтерференційної картини після проходження через систему отворів S, S_1, S_2 .

У цій роботі використовується He-Ne лазер з вузьким пучком випромінювання і високим ступенем монохромності, тому нема потреби у обмеженні геометричних розмірів перерізу пучка і діапазону частот випромінювання, як це робив Юнг. У досліді відстань між щілинами мала, долі міліметра, достатньо малий кут сходження хвиль, відповідно ширина інтерференційних смуг така, що їх можна візуально спостерігати.

Дослід Юнга з інтерференцією світла у 1806 р. змінив уяв-

⁴ Дифракція світла (лат. diffractus - заломлений) – огинання хвилями перешкод співставних по розміру із довжиною хвилі. Дифракція є одним з проявів інтерференції. Дифракцію ще називають інтерференцією обмежених пучків хвиль.

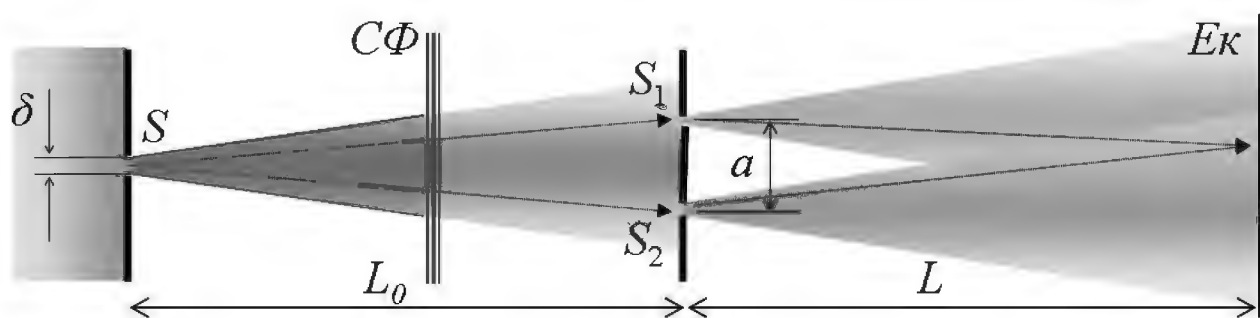


Рис. 3.13. Дослід Юнга: світло на отворах малого розміру S , S_1 , S_2 дифракційно розходиться, на екрані Ek спостерігається інтерференційна картина. Світлофільтр $C\Phi$ пропускає квазімонохромне світло.

лення про світло, виявив його хвильову природу, дав підґрунтя для створення потужних інструментів у вивчення мікросвіту, атомарної будови речовин.

Як і для біпризми Френеля, дослід Юнга, а також інші методи поділу хвильового фронту не завжди дозволяють істотно рознести вторинні джерела світла в просторі, що важливо для аналізу середовищ, через які проходить випромінювання. Інтерференція методом поділу хвильового фронту мало застосовна, але все ж має використання в деяких типах інтерферометрів. Стандартним обладнанням хімічних, біологічних лабораторій є інтерферометри серій ІТР, ЛІР на базі схеми Релея. Інтерференція методом поділу фронту є наглядною для освоєння методів інтерференції, вивчення взаємозв'язку параметрів інтерференційної схеми, для моделювання інтерференційних явищ.

Опис устаткування

Схематично установка зображена на Рис. 3.14, оптичні елементи на штативах кріпляться рейтерами на лаві. Елементи інтерференції з щілинами чи круглими отворами кріпляться у юстувальному штативі. За допомогою гвинта штатива елемент можна горизонтально переміщати поперек лазерного пучка.

Якщо у експерименті використовуються щілини, то можна використати циліндричну лінзу. Така лінза дає розходження світла вздовж щілини, "розтягує" зображення на екрані, робить його

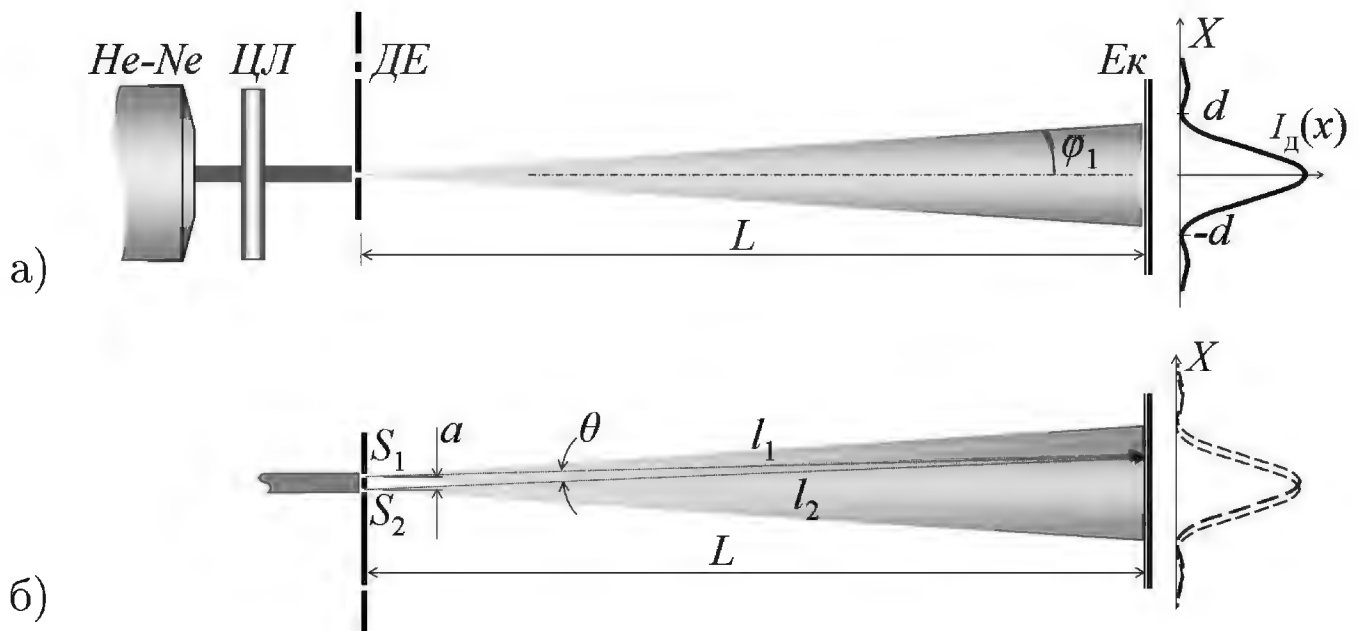


Рис. 3.14. а) Установка виглядом зверху: He-Ne-лазер; циліндрична лінза ЦЛ розширює вздовж щілини пучок світла; ДЕ – дифракційний елемент з щілинами; Ек – екран з міліметровою шкалою. Справа наближено зображений дифракційний розподіл інтенсивності світла I_d на екрані. б) Дві щілини, інтенсивності від кожного з дифрактуючих пучків зображені пунктирною лінією.

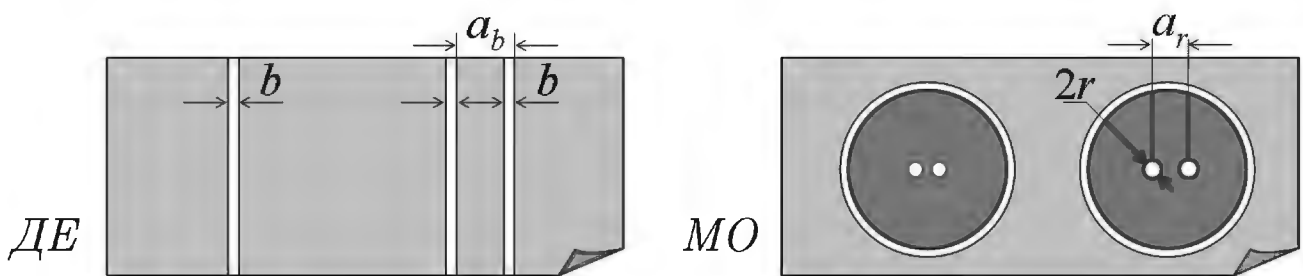


Рис. 3.15. ДЕ – елемент з щілиною і системою із двох близько розташованих щілин. МО – елемент із мікроотворами, що містяться у прозорих кільцях. Кільця спрощують наведення світлового пучка на центр з отворами. b – ширина щілини, a – відстань між щілинами чи отворами, r – радіус отвору.

го наочним не впливаючи на дифракцію та інтерференцію попере- рек щілин. При достатній чіткості і висоті зображення картини лінза може бути зайвою. Потреба в лінзі залежить від параметрів лазерного пучка використаного в роботі.

Пучок світла направляється: на одну щілину, щоб оцінити параметри дифракції, Рис. 3.14, а; на систему щілин для інтерференції дифрактуючих пучків світла Рис. 3.14, б. У дослідах використовуються оптичні елементи, Рис. 3.15, виготовлені одним із методів фотографії. Всі "отвори" і "щілини" — це прозорі ділянки тонкої фотопластинки.

При падінні паралельного пучка монохромного світла на вузьку щілину, випромінювання розходить за нею під різними кутами дифракції φ ., Рис. 3.14, а. Більшість дифрактованого світла потрапляє у центральний максимум між кутами φ_1 і φ_{-1} . Розподіл інтенсивності світла симетричний відносно кутів дифракції φ . Мінімум інтенсивності $I_d(\varphi_1) = I_d(\varphi_{-1}) = 0$. Ліворуч і праворуч від центрального є інші дифракційні максимуми набагато слабші за освітленістю.

При довжині хвилі монохромного випромінювання λ і ширині щілини b виконується співвідношення [2]

$$\sin \varphi_1 = \frac{\lambda}{b}, \text{ при малому } \varphi_1 = \frac{d}{L} = \frac{\lambda}{b}. \quad (3.11)$$

У дослідах цієї роботи кут φ малий, $\varphi = \sin \varphi = \text{tg } \varphi$. $2d$ — ширина центрального дифракційного максимуму, Рис. 3.14, а.

Якщо під пучок лазера підвести дві щілини, Рис. 3.14, б, то на кожній з них випромінювання зазнає дифракційного розходження. Щілини S_1 і S_2 називають *вторинними джерелами* монохромних хвиль. Вони є джерелами хвиль однакової початкової фази спільного фронту падаючої на щілини хвилі. Закономірно сподіватися інтерференції у області перекриття пучків монохромного випромінювання від джерел S_1 і S_2 , Рис. 3.16,а.

Кожне вторинне джерело формує свій дифракційний розподіл інтенсивності $I_d(x)$, дві пунктирні огинаючі інтенсивності на Рис. 3.14, б, Рис. 3.16, б. Якби накладання світлових по-

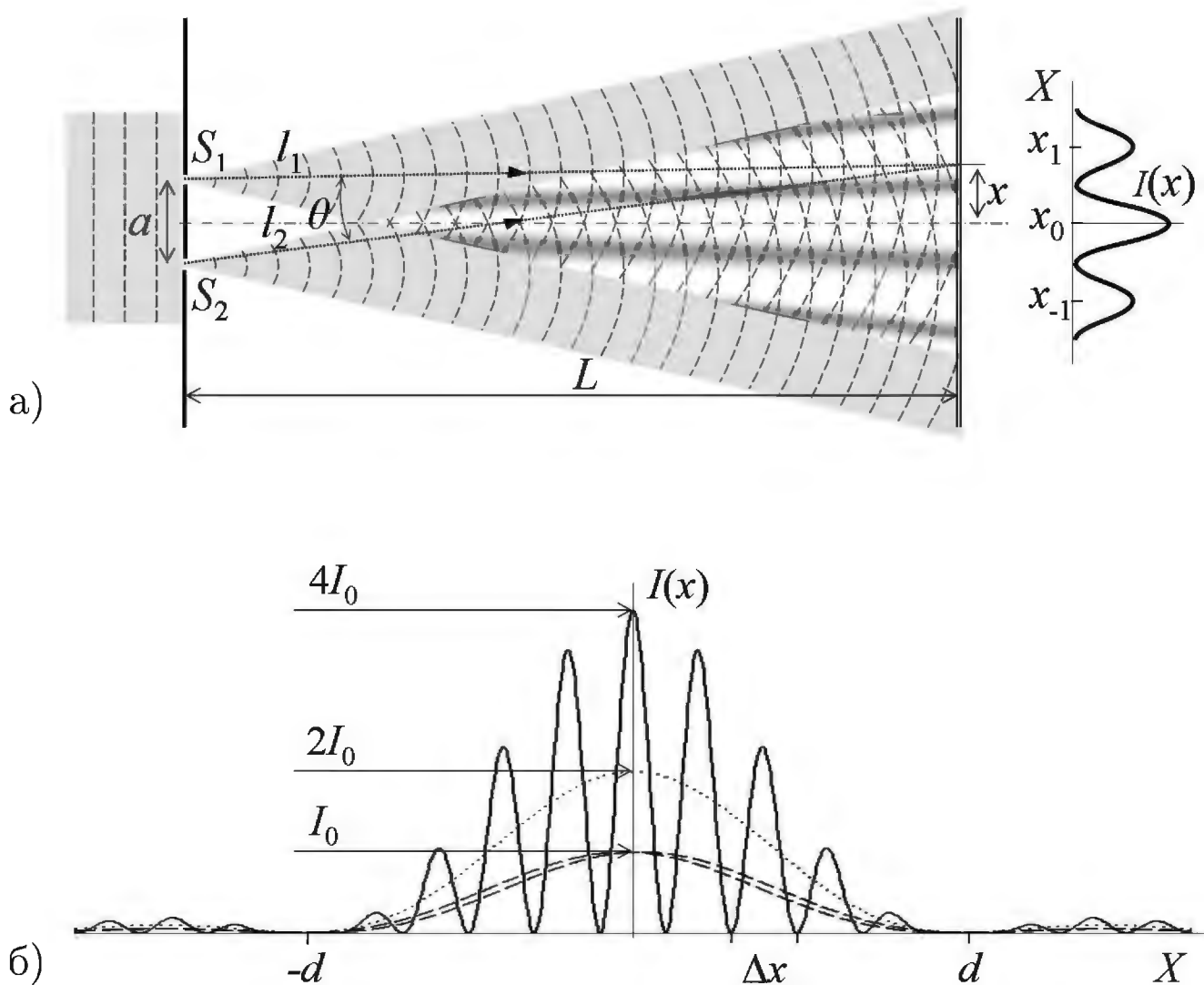


Рис. 3.16. а) Схематичне зображення інтерференційного поля за щілинами; пунктирні лінії — хвильові поверхні однакової фази коливань. Праворуч — наближена діаграма інтенсивності центральної частини інтерференційної картини $I(x)$. б) Діаграма інтенсивності на далекій відстані за щілинами $L \gg a$ (співвідношення $b : a = 1 : 5$ між шириною кожної з щілин b і відстанню між ними a). Пунктирні криві — інтенсивність дифрактованого світла від кожної з щілин, максимум дифракції I_0 ; точкова крива — адитивне накладання некогерентного світла з максимумом $2I_0$; суцільна осцилююча лінія — інтерференційний розподіл лазерного випромінювання, максимум $4I_0$, Δx — період інтерференції.

токів від S_1 і S_2 було адитивне⁵, то інтенсивність світла була б $I(x) = 2I_d(x)$, по центру $I(0) = 2I_0$ — точкова крива Рис. 3.16,б. Замість того, є перерозподіл енергії коливань⁶ зумовлений різницею набігів фаз хвиль від джерел S_1, S_2 з центральним максимумом $I(0) = 4I_0$.

Роздільна видимість смуг забезпечується малим кутом сходження $\theta = a/L$, це накладає умову параксіальних променів $x \ll L$. Для оптичної різниці ходу, Рис. 3.16, а, $\Delta = l_2 - l_1$, розкладом в ряд⁷

$$\Delta = \theta x, \quad \theta = \frac{a}{L}. \quad (3.12)$$

Позначимо координатами x_m максимумами інтерференції, в них оптична різниця ходу кратна довжині хвилі $\Delta_m = x_m \theta = m \lambda$, m — ціле. Ширина інтерференційних смуг $|x_{m+1} - x_m| = \Delta x = \frac{\lambda}{\theta}$, як і в формулі (3.7). У дальній інтерференційній зоні, $L \gg d$, $l \gg a$, кількість смуг Δm у головному дифракційному максимумі не залежить від відстані L . Із (3.11, 3.5)

$$\Delta m \lesssim \frac{2d}{\Delta x} = \frac{2a}{b}. \quad (3.13)$$

⁵ Адитивний (лат. *additivus* — такий, що додається, додатковий) — отриманий додаванням. Адитивні величини зв'язані із геометричними чи фізичними об'єктами так, що величина, яка відповідає цілому об'єктові, завжди рівна сумі складових частин, незалежно від способу розбивання на частини. На відміну від адитивного додавання енергій, властивого для нехвильової фізики, при накладанні хвиль є локальний перерозподіл енергії коливань у зоні інтерференції, залежний від різниці фаз накладених хвиль.

⁶ У досліді Юнга інтенсивність світла спричинена і дифракцією, і інтерференцією (3.1),

$$I = 2I_d(1 + \cos \Delta\phi),$$

має різну дифракційну інтенсивність I_d у максимумах.

$$^7 \sqrt{L^2 + (x \pm \frac{a}{2})^2} \approx L(1 + \frac{1}{2} \frac{(x \pm a/2)^2}{L^2}) = L + \frac{1}{2} \frac{x^2}{L} + \frac{1}{8} \frac{a^2}{L} \pm \frac{1}{2} \frac{xa}{L},$$

$$l_2 - l_1 = \sqrt{L^2 + (x + \frac{a}{2})^2} - \sqrt{L^2 + (x - \frac{a}{2})^2} = \frac{xa}{L}.$$

Кути $\gamma_1 = \text{tg} \gamma_1 = \frac{x - a/2}{L}$, $\gamma_2 = \text{tg} \gamma_2 = \frac{x + a/2}{L}$ малі, $\theta = \gamma_2 - \gamma_1 = \frac{a}{L}$.

3.2.7 Дослід: визначення довжини хвилі лазерного випромінювання у досліді Юнга

1. He-Ne лазер і екран з міліметровою шкалою знаходяться на протилежних кінцях оптичної лави. Положення лазерного пучка юстують паралельно лаві.
2. Якомога ближче до лазера встановлюють циліндричну лінзу *ЦЛ* і елемент *ДЕ* з щілинами у юстувальному штативі. Гвинтом штатива виставляють положення елемента таке, щоб світло попадало на окрему щілину. На екрані буде чіткий дифракційний розподіл інтенсивності світла з головним максимумом і набагато слабші максимуми по боках. У центрі головного максимуму тонка темна лінія зумовлену інтерференційними ефектами на прозорій підкладці *ДЕ*.
3. По шкалі лави зчитується відстань від щілини до екрана *L*, по шкалі екрана — ширину головного максимуму $2d$. Ширина щілини *b* вказана на оправі або вимірюється мікроскопом. По формулі (3.11) знаходять довжину хвилі λ .
4. За допомогою юстувального гвинта штатива під лазерний пучок підводять дві щілини. На екрані з'являються чіткі інтерференційні смуги на фоні дифракційного розподілу інтенсивності світла. Якщо пара щілин такої самої ширини, як і окрема щілина, то ширина головного дифракційного максимуму буде також рівна $2d$.
5. Знаходять відношення відстані між щілинами *a*, вказана на оправі, до відстані $2d$, оцінюють порядок малої величини $a/(2d)$. Обчислюють значення інтерференційного кута $\theta = a/L$. На шкалі екрана підраховують якомога більшу кількість чітких смуг в центральному дифракційному максимумі, по міліметровій шкалі екрана знаходять їх ширину. Обчислюють Δx — відношення ширини серії смуг до їх кількості. Увага: в центрі нульового інтерференційного максимуму може бути тонка темна лінія, зумовлена інтер-

ференцією лазерного випромінювання на підкладці DE — одна центральна інтерференційна смуга розділена на дві тонші. Їх потрібно рахувати за одну.

6. Знаходять довжину хвилі λ (3.5), точність обчислень. Порівнюють знайдене значення λ із отриманим за формулою (3.11) для дифракції і дійсним значенням для He-Ne лазера.
7. Порівнюють можливу кількість смуг $\Delta m = \frac{2a}{b}$ (3.13) із побаченим в головному дифракційному максимумі. Переміщаючи екран близько до щілин, спостерігають зміни інтерференційної картини, кількість смуг, їх ширину.

Дослід Юнга з встановленими широкими інтерференційними смугами дає хорошу точність знаходження невідомої довжини хвилі λ по відношенню до "еталонної" з відомим значенням λ_0 , $\lambda = \frac{\lambda_0}{\Delta x_0} \Delta x$. Δx і Δx_0 — ширина інтерференційних смуг для обох джерел.

3.2.8 Дослід: знаходження геометричних розмірів мікроскопічних отворів за параметрами інтерференційної картини

Монохромне світло з довжиною хвилі λ , при падінні на малий круглий отвір радіуса r , має за ним розподіл інтенсивності у формі кільця [2, 6]. Основна частина випромінювання попадає у центральний світний максимум оточений темним кільцем радіуса

$$R = L \varphi_1 \text{ при } R \ll L. \quad (3.14)$$

Перший мінімум інтенсивності дифрактowanego світла $I(\varphi_1) = 0$ знаходиться під кутом φ_1 ,

$$\sin \varphi_1 = 0,61 \frac{\lambda}{r}. \quad (3.15)$$

Два отвори поряд дають накладання дифракційних максимумів з інтерференційним періодичним розподілом у вигляді паралельних смуг чергування інтенсивності.

1. Прибирають циліндричну лінзу з лави. На просвіт спостерігають у елементі MO пару малих отворів в центрі прозорого кільця. Вставляють елемент MO замість DE . Юстують положення до падіння лазерного пучка на отвори. На екрані утворюється дифракційна радіальна світна пляма з інтерференційними вертикальними смугами. При достатньому затемненні кімнати, видимі інші дифракційні концентричні максимуми з накладанням інтерференції.
2. Міряють ширину інтерференційних смуг Δx за шкалою екрана, знаходять кут інтерференції θ (3.5). Відстань від отворів до екрана L знаходять по шкалі лави або рулеткою, обчислюють відстань $a = \theta L$ між точковими джерелами. Міряють радіус R першого дифракційного мінімуму, обчислюють кут дифракції φ_1 (3.14), радіус отворів r (3.15). Оцінюють точність обрахунків.

Контрольні запитання

1. Що розуміють під двоплічною (двопроменевою) інтерференційною схемою? Яка необхідність в двох уявних джерелах світла?
2. Чому виникає необхідність параксіальності променів при використанні інтерференції світла? Що розуміють під інтерференцією плоских хвиль? Чи обов'язковий нескінченний радіус кривизни фронтів накладених світлових хвиль для інтерференції?
3. Які умови мінімуму інтенсивності світла, дифрактованого на тонкій щілині? Чому рівна кутова ширина головного максимуму монохромного світла, що дифрактувало на щілині ширини b ?
4. Як зміниться ширина інтерференційних смуг Δx і ширина $2d$ основного дифракційного максимуму у досліді Юнга, якщо: міняти відстань між щілинами, міняти ширину щілин? Яка відстань між уявними джерелами світла інтерференційної схеми?
5. Як впливають відстань між щілинами і їх ширина на кількість інтерференційних смуг у головному дифракційному максимумі?
6. Чи можна збільшити точність вимірювання довжини хвилі лазерного випромінювання в досліді Юнга? Що для цього можна зробити?