Міністерство освіти і науки України
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «КИЄВО-МОГИЛЯНСЬКА АКАДЕМІЯ»
Кафедра математики факультету інформатики

ДЕРЕВО ГРИ ТА ПРИНЦИП ЦЕРМЕЛО ДЛЯ ГРИ ГОМОКУ

Курсова робота

Керівник курсової роботи
Доцент, кандидат ф.-м.н.
Щестюк Наталія Юріївна
____
(підпис)
"____" __________ 2020 р.
Виконав студент
3-го року навчання спеціальності
113 «Прикладна математика»
Волошин Олександр Віталійович

Київ 2020

Тема: Дерево гри та принцип Цермело для гри Гомоку

Календарний план виконання роботи:

Номер етапу	Назва етапів курсової роботи	Строк виконання етапів роботи	Примітка
1	Вибір і обґрунтування теми, постановка проблем і завдань	02.11.2019	
2	Вивчення понять позиційної гри, дерева гри та інформаційної безлічі, принципу Цермело	15.12.2019	
3	Ознайомлення з правилами гри Гомоку;	15.01.2020	
4	Побудова дерева гри та використання принципу Цермело для гри Гомоку	20.02.2020	
5	Захист курсової роботи		

ЗМІСТ

ВСТУП

Теорія ігор - це теорія математичних моделей прийняття рішень в умовах невизначеності, коли суб'єкт, який приймає рішення, має обмежену інформацію про різні ситуації, в одній з яких він знаходиться в даний момент, і стратегіях, які дозволять прийти до різних наслідків ситуації, що склалася, а також про розмір підсумкового виграшу, який суб'єкт зможе отримати при виборі тієї чи іншої стратегії [1].

З математичної точки зору гра представляє собою співвіднесення всіх сторін-учасниць із закріпленням за кожної з них певної заздалегідь стратегії, а також розміру виграшу, які він зможе отримати, коли інші сторони (гравці) виберуть свої стратегії. Після цього гра піддається безпосереднього аналізу. Варто зазначити, що обов'язкова наявність вищевказаних параметрів, а також можливість їх математичної оцінки є головним обмеженням застосування теорії ігор [2].

Об’єкт дослідження – гра Гомоку.

Предмет дослідження – побудова дерева гри Гомоку.

Мета даної курсової роботи – розглянути гру Гомоку та побудувати для неї дерево гри.

Виходячи з поставленої мети, в даній курсовій роботі необхідно розв’язати наступні задачі:

- ознайомитися з поняттями позиційної гри, дерева гри та інформаційної безлічі;
- вивчити принцип Цермело;
- ознайомитися з правилами гри Гомоку;
- розглянути побудову дерева гри Гомоку;
- розглянути принцип Цермело для гри Гомоку.

Теоретичною основою написання роботи стала література таких авторів, як Писарук Н.Н., Стронгин Р.Г., Стуков А.В., Allis L.V.

Дана курсова робота складається зі вступу, 2 розділів, висновків та списку використаної літератури.

В першому розділі розглядаються основні поняття позиційних ігор, правила побудови дерев гри та використання принципу Цермело. В даному розділі також наведено правила гри Гомоку.

Другий розділ даної курсової роботи присвячено побудові дерева гри Гомоку та використання принципу Цермело.

РОЗДІЛ 1. ОСНОВНІ ВІДОМОСТІ ПРО ПОЗИЦІЙНУ ГРУ

1.1 Поняття позиційної гри, дерева гри і інформаційної безлічі

В даному підрозділі наведемо декілька важливих для цієї курсової роботи визначень.

Позиційною грою називається безкоаліційна гра, що моделює процеси послідовного прийняття рішень гравцями в умовах мінливої в часі інформації [1].

Найпростіші приклади позиційних ігор є шахи, шашки, хрестики-нулики, доміно тощо.

Стани гри називають позиціями, а можливі вибори в кожній позиції – альтернативами [1-3].

Деревоподібна впорядкована множина, за допомогою якої можна представити графічно безліч позицій в такій грі, називається деревом гри [1-3].

Ланцюг, що зв'язує початкову вершину з остаточною називається партією [1-3].

Число різних партій дорівнює числу остаточних вершин (позицій) [1-3].

Розрізняють позиційні ігри з повною інформацією і позиційні ігри з неповною інформацією [1-3].

У позиційних іграх з повною інформацією кожен гравець, роблячи свій хід, знає, в якій позиції дерева гри він знаходиться в даний момент.

У позиційних іграх з неповною інформацією гравець, що робить хід, не знає точно в якій саме позиції дерева гри він фактично знаходиться.

Інформаційною безліччю називається деяка безліч позицій, відома гравцеві, яка включає в себе його фактичну позицію.

Таким чином, в грі з неповною інформацією гравець при своєму ході знає, в якій інформаційній безлічі він знаходиться, але в якій конкретно позиції цієї множини - йому невідомо.

В даній курсовій роботі будемо розглядати позиційні ігри з повною інформацією.

1.2 Поняття позиційної гри з повною інформацією

Позиційна гра називається грою з повною інформацією, якщо в кожній позиції будь-якої її партії гравець, що робить хід, знає, які альтернативи були обрані на попередніх ходах [1-3].

Розглянемо інше уявлення позиційної гри з повною інформацією. Визначимо її наступним чином. Гра відбувається протягом *T* кроків з номерами *t* = 1,2, ..., *T*. На кожному кроці t гравці по черзі вибирають альтернативи - значення змінних x_t, y_t.

Крок 1. Перший гравець вибирає альтернативу $x_1 \in U_1$, потім другий гравець, знаючи вибір першого, вибирає альтернативу:

$$y_1 \in V_1(x_1) = V_1().$$

Нехай гравці протягом t-1 кроків вибирали альтернативи $x_1, \dots, x_{t-1}, y_1, \dots, y_{t-1}$ відповідно. Позначимо $\overline{\boldsymbol{x_t}} = (\boldsymbol{x_1}, \dots, \boldsymbol{x_t}), \overline{\boldsymbol{y_t}} = (\boldsymbol{y_1}, \dots, \boldsymbol{y_t})$.

Крок *t*. Перший гравець, знаючи попередні значення $\bar{x}_{t-1}, \bar{y}_{t-1}$, вибирає альтернативу $x_t \in U_t(\bar{x}_{t-1}, \bar{y}_{t-1}) = U_t(\cdot)$. Далі другий гравець вибирає альтернативу $y_t \in V_t(\overline{x_t}, \bar{y}_{t-1}) = V_t(\cdot)$, знаючи $\overline{x_t}, \bar{y}_{t-1}$.

Після останнього кроку *T* виникає пара $(\bar{x}_T, \bar{y}_T)$ - партія гри. Для будь-якої партії $(\bar{x}_T, \bar{y}_T)$ задається виграш $F(\bar{x}_T, \bar{y}_T)$ першого гравця.

Позиційні ігри повинні включати наступні елементи опису:

- послідовність особистих і випадкових ходів гравців;

- вибори, які можуть робити гравці при кожному особистому ході;

- результати випадкових ходів і розподіл ймовірностей цих результатів;

- інформацію, доступну гравцям при виконанні особистого або випадкового ходу;

- Правила закінчення гри і підрахунки виграшу гравців.

Число ходів в даній грі не фіксується. У загальному випадку, воно залежить від послідовності виборів, результатів. Однак, правила повинні гарантувати, що гра в кінці кінців закінчується.

Щодо ходів правила гри мають наступну структуру. Для першого ходу правила вказують його вид. Якщо це особистий хід, то правила перераховують можливі варіанти і вказують гравця, який робить вибір. Якщо це випадковий хід, то перераховуються можливі варіанти і обумовлюються ймовірності їх вибору. Для подальших λ $(\lambda > 1)$ ходів правила визначають залежно від вибору і результатів попередніх (λ-1) ходів, чи буде λ-й хід особистим або випадковим. Якщо хід особистий, то перераховуються можливі варіанти гравця, який буде робити вибір, і визначається інформація про вибори та наслідки при перших (λ-1) ходах, якою володіє гравець до моменту свого вибору. Якщо хід випадковий, то перераховуються можливі варіанти і ймовірності їх вибору. Правила, нарешті, визначають залежно від виборів і результатів в послідовності ходів, коли гра повинна закінчитися і виграш кожного з гравців.

Позиційні ігри зручно задавати графічно у вигляді дерева гри. Дерево складається з вершин, з'єднаних між собою гілками. Вершини дерева називають ще позиціями гри, а його гілки - ходами гравця.

Основними властивостями дерева гри є [3]:

- дерево містить одну єдину початкову вершину ("корінь" дерева), в яку не входить жодна гілка;

- дерево має не менше однієї вершини, з якої не виходить жодна гілка. Ці вершини називаються кінцевими вершинами;

- з кореня дерева є єдиний шлях до кожної з решти вершин дерева.

Вершина відповідає певному стану гри перед черговим ходом. Кожну вершину займає тільки один гравець, і їй присвоюється номер, рівний номеру гравця, який робить вибір.

Вершини, що відповідають випадковим ходам, позначають номером 0. Гілки, що виходять з вершини, зображують вибори, які можуть бути зроблені гравцем при даному ході. Ймовірності виконання випадкового ходу записують у відповідних гілок. Біля кінцевих вершин дерева вказуються результати гри - значення виграшу гравців.

Партія починається з кореня (нижньої вершини). Кожен хід є зміна позиції, відповідне переміщення з однієї вершини на котрусь із сусідніх верхніх вершин. Число гілок у вершини дорівнює числу варіантів ходу. Партія закінчується при досягненні однієї з кінцевих вершин. Величина λ називається довжиною дерева.

Залежно від вибору гравців можливо стільки різних партій гри, скільки кінцевих вершин у дерева.

Очевидно, якщо в грі немає випадкових ходів, і кожен з гравців вибрав свою стратегію, то результат гри однозначно визначено. Для гри з випадковими ходами, результат партії стає випадковою величиною, тому необхідно випадкові виграші замінити їх математичними очікуваннями. Як сукупність усіх розв’язків, які повинен прийняти гравець, можна описати як один розв’язок - вибір стратегії, так і сукупність випадкових ходів, може бути замінена одним випадковим випробуванням Н.

Розглянемо, на приклад, дерево гри, наведено на рис.2.1.

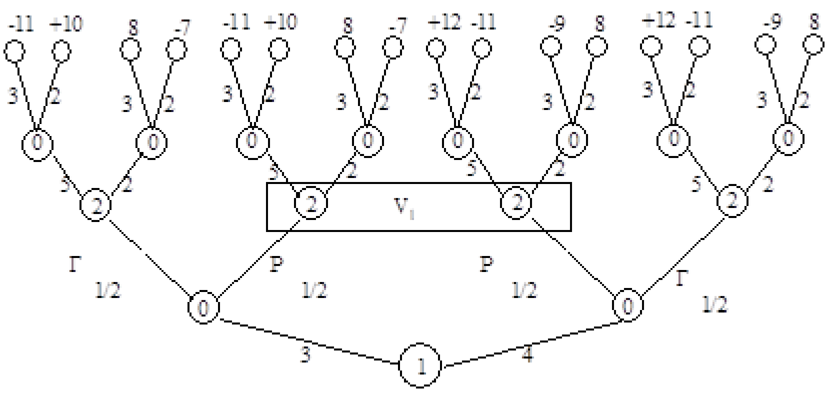


Рисунок 2.1 – Приклад позиційної гри

У наведеному прикладі (рис.2.1) випадкове випробування Н може мати такі наслідки: Н = | (Г, 3), (Г, 2), (Р, 3), (Р, 2) |, з вірогідністю, де Г - означає випадання "герба", Р - "решки", а цифри 2, 3 відповідають випадковим вибором на четвертому ході.

Гра, отримана шляхом усереднення випадкових результатів, в повному обсязі еквівалентна вихідній грі, так як вона характеризує не окремий результат окремої партії, а середні результати великого числа партій.

Інформація, доступна гравцям задається інформаційним розбиттям вершин на безлічі V_i, які називаються класами інформації або інформаційною безліччю. Якщо досягнута вершина $v \in V_i$, то гравцю, який повинен ходити, вказується тільки клас інформації, а не точне положення вершини v. Таким чином, в класи інформації можуть входити кілька вершин, нерозпізнаних гравцем, який робить вибір на даному ході, тобто гравець не в змозі розрізнити, якій з декількох вершин відповідає стан гри в даний момент часу.

У розглянутому прикладі клас інформації V_1 складається з двох вершин. У тому випадку, коли всякий клас інформації містить тільки одну вершину, маємо гру з повною інформацією (наприклад, гра в шахи). В іграх з неповною інформацією міститься хоча б один клас інформації з числом вершин не менше двох.

При побудові дерева гри класи інформації обводять замкненою лінією.

Гравець завжди знає, якому класу інформації відповідає стан гри в даний момент, але не знає конкретної вершини цього класу.

Класи інформації (інформаційні безлічі) повинні відповідати наступним вимогам [4]:

1) містити вершини тільки одного гравця;

2) кожна вершина може належати тільки одному класу інформації;

3) вершини класу інформації відповідають тільки одному тимчасовому ходу;

4) з усіх вершин, що складають клас інформації, може виходити тільки однакова кількість гілок.

Дерево, зображене на рис.2.1, відповідає наступній грі: перший гравець вибирає один із двох напрямків ("наліво" або "направо"). Хід "наліво" оцінюється трьома балами, а "направо" - чотирма. Потім кидається жереб (монета) і, якщо випадає герб, другому гравцеві повідомляється попередній вибір першого гравця. Якщо випадає решка, то другий гравець знає лише, що він знаходиться в класі інформації V_1, але не знає, в якій з двох вершин цього класу він знаходиться.

Другий гравець вибирає один із двох напрямків ("наліво" або "направо"). Хід "наліво" оцінюється п'ятьма балами, а "направо" - двома. Четвертий хід є знову випадковим і полягає у виборі з рівними можливостями одного з напрямків: "наліво", "направо", які оцінюються трьома і двома балами відповідно. Оскільки ймовірності вибору напрямку при випадковому ході однакові (рівні 0.5), то їх можна на графічному зображенні дерева гри і не вказувати.

Числа, обрані в першому, третьому і четвертому ходах, складаються, і одержана сума сплачується другим гравцем першому, якщо вона парна, в іншому випадку - перший гравець платить другому.

Простори $Ф_1$ і $Ф_2$ всіх можливих стратегій гравців 1 і 2 в розглянутому прикладі наступні:

$Ф_1=|(3),\ (4)|$;

$Ф_2=|(3,Г,5),(3,Г,2),(3,Р,5),(3,Р,2),(4,Г,5),(4,Г,2),(4,Р,5),(4,Р,2)|$,

де перше число кожної стратегії в просторі $Ф_2$ відповідає вибору першого гравця, друге число - випадання герба або решки ("Г" - випав "герб"; "Р" - випала "решка"), третє- вибору другого гравця п'ятірки або двійки. [4]

Очевидно, що якщо в грі немає випадкових ходів і кожен з гравців вибрав свою стратегію, то результат гри однозначно визначено.

Опис позиційної гри у вигляді дерева дозволяє глибше проаналізувати хід гри. Разом з тим, оптимальну поведінку гравців легше визначити для гри, заданої в нормальній формі (для двох гравців - в матричній формі), особливо в тому випадку, якщо гра містить інформаційні безлічі і випадкові ходи.

Процес приведення позиційної гри до гри в нормальній формі називають нормалізацією гри.

Будь-яка позиційна гра може бути зведена до гри до нормальної форми, в якій кожен з гравців робить тільки по одному незалежному ходу. Для нормалізації гри потрібно перерахувати всі можливі стратегії гравців і для кожної сукупності стратегій визначити виграш гравців.

Далі визначимо гру в нормальній формі. На кроці t перший гравець може вибрати альтернативу x_t як значення функції $\tilde{x}_t: x_t = \tilde{x}_t(\bar{x}_{t-1}, \bar{y}_{t-1})$, яке повинно бути визначено при будь-яких значеннях аргументів $\bar{x}_{t-1}, \bar{y}_{t-1}$. Позначимо множину всіх таких функцій $\tilde{x}_t$ через $\tilde{U}_t$.

Зауважимо, що $\tilde{x}_1 = x_1$, так як на першому кроці перший гравець ніякою інформацією не володіє.

Стратегія першого гравця є набором функцій

$$\tilde{x} = \left(\tilde{x}_t, t = 1,2, \dots, T\right) \in \tilde{X} = \prod_{t=1}^{T} \tilde{U}_t.$$

Аналогічно, на кроці t другий гравець може вибирати альтернативу y_t як значення функції $\tilde{y}_t: y_t = \tilde{y}_t(\bar{x}_t, \bar{y}_{t-1})$, яке повинно бути визначено при будь-яких значеннях аргументів $\bar{x}_t, \bar{y}_{t-1}$. Позначимо множину всіх таких функцій $\tilde{\boldsymbol{y}}_{\boldsymbol{t}}$ через $\tilde{V}_t$. Стратегія другого гравця є набором функцій

$$\tilde{y} = \left(\tilde{y}_t, t = 1,2, \dots, T\right) \in \tilde{Y} = \prod_{t=1}^{T} \tilde{V}_t.$$

Будь-якій парі стратегій $(\tilde{x}, \tilde{y})$ однозначно відповідає партія гри:

$$x_1 = \tilde{x}_1, y_1 = \tilde{y}_1\left(x_1\right), x_2 = \tilde{x}_2(x_1, y_1)$$

тощо.

Далі $\boldsymbol{F}(\tilde{\boldsymbol{x}}, \tilde{\boldsymbol{y}}) \stackrel{\text{def}}{=} \boldsymbol{F}(\bar{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{T}}, \bar{\boldsymbol{y}}_{\boldsymbol{T}})$, де $(\bar{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{T}}, \bar{\boldsymbol{y}}_{\boldsymbol{T}})$ - партія, яка відповідає стратегіям $(\tilde{x}, \tilde{y})$. Отже, багатокрокова гри з повною інформацією визначена в нормальній формі $\Gamma = \langle \tilde{X}, \tilde{Y}, F(\tilde{x}, \tilde{y}) \rangle$. Іншими словами, нормалізація - процес відомості позиційної гри до матричної.

Отже для нормалізації позиційної гри необхідно:

- перерахувати всі можливі стратегії кожного з гравців (в таких іграх, як шахи, це поки нерозв'язна задача);

- визначити результати гри при всіх можливих поєднаннях стратегій гравців (вибори стратегій робляться гравцями одночасно і незалежно).

Залежно від кількості гравців, а також значень їх виграшів шляхом нормалізації позиційні ігри можна звести до матричної або безкоаліційної.

1.3 Теорема Цермело

У позиційних іграх головним питанням є вибір ходу. Який хід є найкращим в поточній позиції? Для ігор з кінцевим деревом гри відповідь на це питання дає алгоритм Цермело-Куна [2]. Для таких ігор немає особливого сенсу виписувати вектор виграшів для кожної термінальної позиції. Досить вказати лише виграш одного якогось гравця, наприклад першого. Виграш другого гравця завжди дорівнює виграшу першого, взятому з протилежним знаком.

Нехай Г '- гра, в якій множини $U_t(\cdot)$, $V_t(\cdot)$ скінченні.

Визначимо величину

$$\tilde{v} = \max_{x_1 \in U_1} F\big(x_1\big) = \max_{x_1 \in U_1} \min_{y_1 \in V_1(\cdot)} F(x_1, y_1) = \dots = \max_{x_1 \in U_1} \min_{y_1 \in V_1(\cdot)} \dots \max_{x_T \in U_T(\cdot)} \min_{y_T \in V_T(\cdot)} F\big(\overline{x}_T, \overline{y}_T\big).$$

Теорема Цермело. Будь-яка багатокрокова антагоністична гра з повною інформацією Г' має розв’язок в чистих стратегіях.

Доказ.

Покажемо, що функція F(x, y) має сідлову точку $(\tilde{\boldsymbol{x}}^{\mathbf{0}}, \tilde{\boldsymbol{y}}^{\mathbf{0}})$. Для цього достатньо довести, що

1) $F(\tilde{x}^0, \tilde{y}) \geq \tilde{v} \ \forall \tilde{y} \in \tilde{Y};$
2) $F(\tilde{x}, \tilde{y}^0) \leq \tilde{v} \ \forall \tilde{x} \in \tilde{X}.$

Доведемо нерівність 1). Маємо

$$\begin{aligned} F(\tilde{x}^0, \tilde{y}) &\geq \min_{y_T \in V_t(\cdot)} F(\tilde{x}^0, \tilde{y}_1, \tilde{y}_2, \dots, \tilde{y}_{T-1}, y_T) = F(\tilde{x}^0, \tilde{y}_1, \tilde{y}_2, \dots, \tilde{y}_{T-1}) \\ &= \max_{x_T \in U_T(\cdot)} F(\tilde{x}_1^0, \dots, \tilde{x}_{T-1}^0, x_T, \tilde{y}_1, \tilde{y}_2, \dots, \tilde{y}_{T-1}) == F(\tilde{x}_1^0, \dots, \tilde{x}_{T-1}^0, \tilde{y}_1, \tilde{y}_2, \dots, \tilde{y}_{T-1}) \geq \cdots \\ &\geq F(\tilde{x}_1^0, \tilde{y}_1) \geq \max_{x_1 \in U_1} F(x_1) == \tilde{v}. \end{aligned}$$

Нерівність 2) доводиться аналогічно.

1.4 Приклади

Розглянемо гру з повною інформацією. Починає гравець А. Він вибирає одну з двох можливих альтернатив - число x, що дорівнює або 1, або 2 (перша і друга альтернатива відповідно). На хід гравця А гравець В відповідає своїм ходом, також вибираючи одну з двох альтернатив - число y, що дорівнює або 1, або 2. В результаті гравець А чи виграє, чи програє.

1-й хід. Гравець А вибирає $x \in \{1,2\}$.

2-й хід. Гравець В вибирає $y \in \{1,2\}$, знаючи вибір числа х гравцем А.

Функція виграшу W (x, y) для гравця А задається наступним чином

W (1,1) = 1, W (2,1) = - 2, W (1,2) = -1, W (2,2) = 2.

На рисунку 2.4 показані дерево гри і інформаційні множини. В даному прикладі дерево гри представимо так, щоб було видно варіанти вибору гравців.

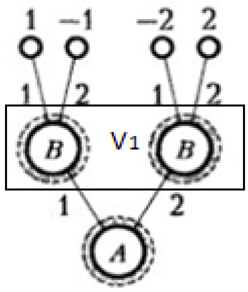


Рисунок 2.4

Проведемо нормалізацію гри:

$$T = 1, U_1 = \{1,2\}, V_1(x_1) = \{1,2\}, \bar{x}_1 = (x_1), \bar{y}_1 = (y_1), \left(\bar{x}_T, \bar{y}_T\right) = (\bar{x}_1, \bar{y}_1), F(\bar{x}_T, \bar{y}_T) = F(\bar{x}_1, \bar{y}_1),$$

$$\tilde{x}_1 = x_1, y_1 = \tilde{y}_1(x_1), \widetilde{X} = \widetilde{U}_1 = \{\tilde{x}_1\}, \widetilde{Y} = \widetilde{V}_1 = \left\{\tilde{y}_1\right\}.$$

Опишемо стратегії гравців.

У гравця А дві чистих стратегії, тобто $\tilde{x}_1 = x_1 = 1$ або $\tilde{x}_1 = x_1 = 2$.

У гравця В чотири чистих стратегії:

$$y_1 = x_1, \text{при будь} - \text{якому } x_1 \in U_1;$$
$$y_1 \neq x_1, \text{при будь} - \text{якому } x_1 \in U_1;$$
$$y_1 = 1, \text{при будь} - \text{якому } x_1 \in U_1;$$
$$y_1 = 2, \text{при будь} - \text{якому } x_1 \in U_1.$$

Покажемо, як задається виграш гравця А.

Якщо, наприклад, гравець A вибрав стратегію $\tilde{x}_1 = x_1 = 1$, а гравець B – стратегію $\tilde{y}_1 = y_1 = 2$. Тоді $F(\tilde{x}_1, \tilde{y}_1) = F(1,2) = -1$. Інші виграші розраховуються аналогічно. Запишемо їх у вигляді матриці гри:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & -2 & 2 \end{pmatrix},$$

де рядки відповідають стратегіям гравця A, а стовпці - стратегіям гравця B.

Отримана матриця має сідлову точку. Оптимальна стратегія першого гравця - вибрати $x_1 = 1$, другого гравця - $y_1 = 2$. Ціна гри $v = -1$.

1.5 Опис гри Гомоку

Гомоку - настільна логічна гра для двох гравців [4]. На квадратній дошці розміром 19 × 19 (в традиційному варіанті) або 15 × 15 (в сучасному спортивному варіанті) пунктів гравці по черзі виставляють камені двох кольорів. Виграє той, хто першим побудує безперервний ряд з п'яти каменів свого кольору по вертикалі, горизонталі або діагоналі. Має безліч варіантів, що розрізняються окремими деталями правил. Вважається, що гра була винайдена в Китаї більше двох тисяч років тому.

Гра ведеться на квадратному полі («дошці»), розкресленому вертикальними і горизонтальними лініями. Перетини ліній називаються «пунктами». Найбільш поширеним є поле розміром 15 × 15 ліній.

Грають дві сторони - «чорні» і «білі». Кожна сторона використовує фішки («камені») свого кольору.

Кожним ходом гравець виставляє камінь свого кольору в один з вільних пунктів дошки. Перший хід роблять чорні в центральний пункт дошки. Далі ходи робляться по черзі.

Мета гри - першим побудувати камінням свого кольору безперервний ряд з п'яти каменів в горизонтальному, вертикальному або діагональному напрямку.

Якщо дошка заповнена і жоден з гравців не побудував ряд з п'яти каменів, може бути оголошена нічия.

РОЗДІЛ 2. ДЕРЕВО ГРИ ТА ПРИНЦИП ЦЕРМЕЛО ДЛЯ ГРИ ГОМОКУ

2.1 Побудова дерева гри Гомоку

Гра "Гомоку" відноситься до категорії кінцевих, детермінованих, переборних, стратегічних ігор двох осіб з повною інформацією. Будемо позначати вершинами (точками) позиції (ходи першого та другого гравця), що виникають в процесі гри [5].

На першому етапі з'єднаємо початкову вершину (порожня дошка) з тими дев'ятьма, які відповідають першому ходу хрестиків. В результаті ми отримуємо дерево гри (дерево перебору).

Побудуємо дерево гри Гомоку. Для визначеності пронумеруємо рядки та стовпчики дошки. Тоді перший гравець ставить камінь в клітинку (8, h). У другого гравця існує 8 можливостей поставити камінь (будемо розглядати випадок, коли гравці ставлять свої камені лише в сусідніх вершинах). Отже, початкове дерево гри має вигляд, наведений на рис. 2.1.

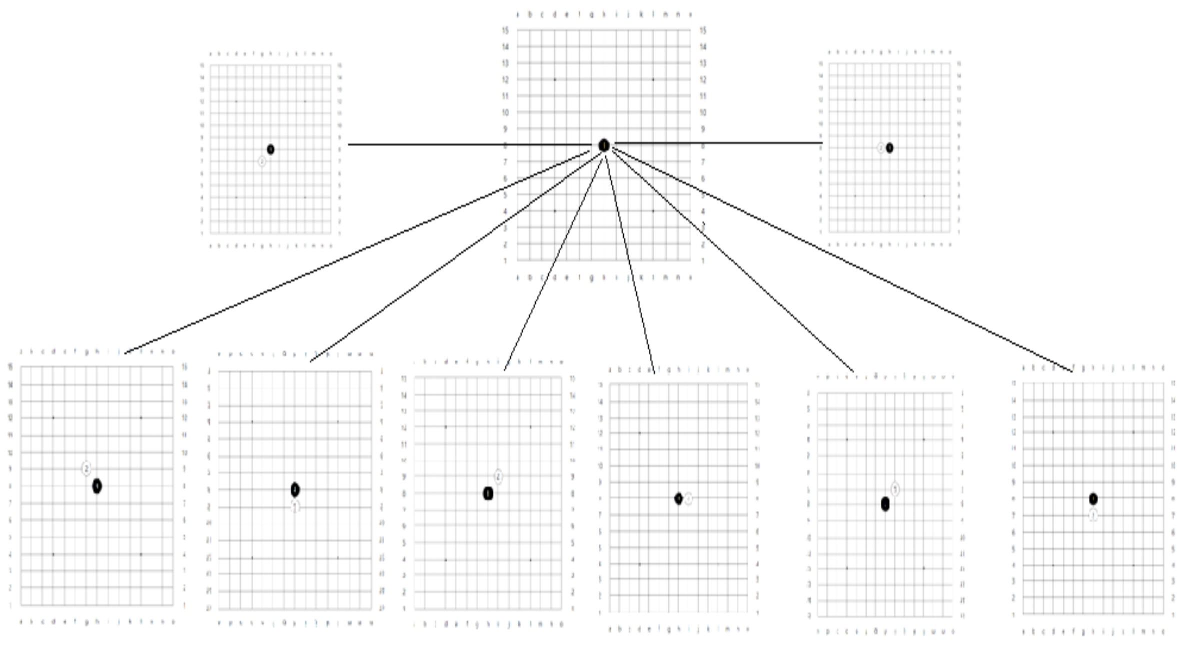


Рисунок 2.1 – Дерево гри (перші два кроки)

Кожна гілка, що виходить з вузла, відповідає ходам гравців. Якщо у гравця n можливих ходів, то відповідний вузол буде мати n гілок.

Далі розглянемо гілку з білим каменем, що знаходиться в пункті (9, g) (рис.2.2).

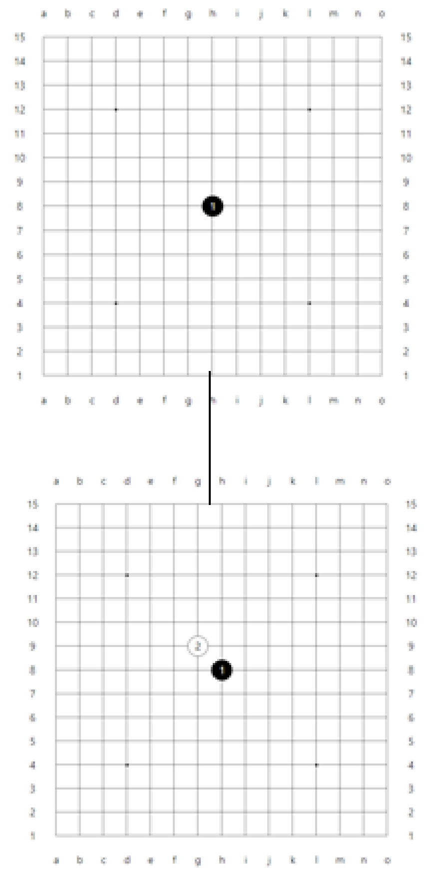


Рисунок 2.2 – Гілка з білим каменем в пункті (9, g)

Для першого гравця існує 12 можливих варіантів, тобто ця гілка породжує 12 нових гілок (рис. 2.3).

Отже, після другого етапи ми маємо 8 гілок. Кожна гілка породжує 12 нових гілок. Усього повне дерево буде мати 96 гілок.

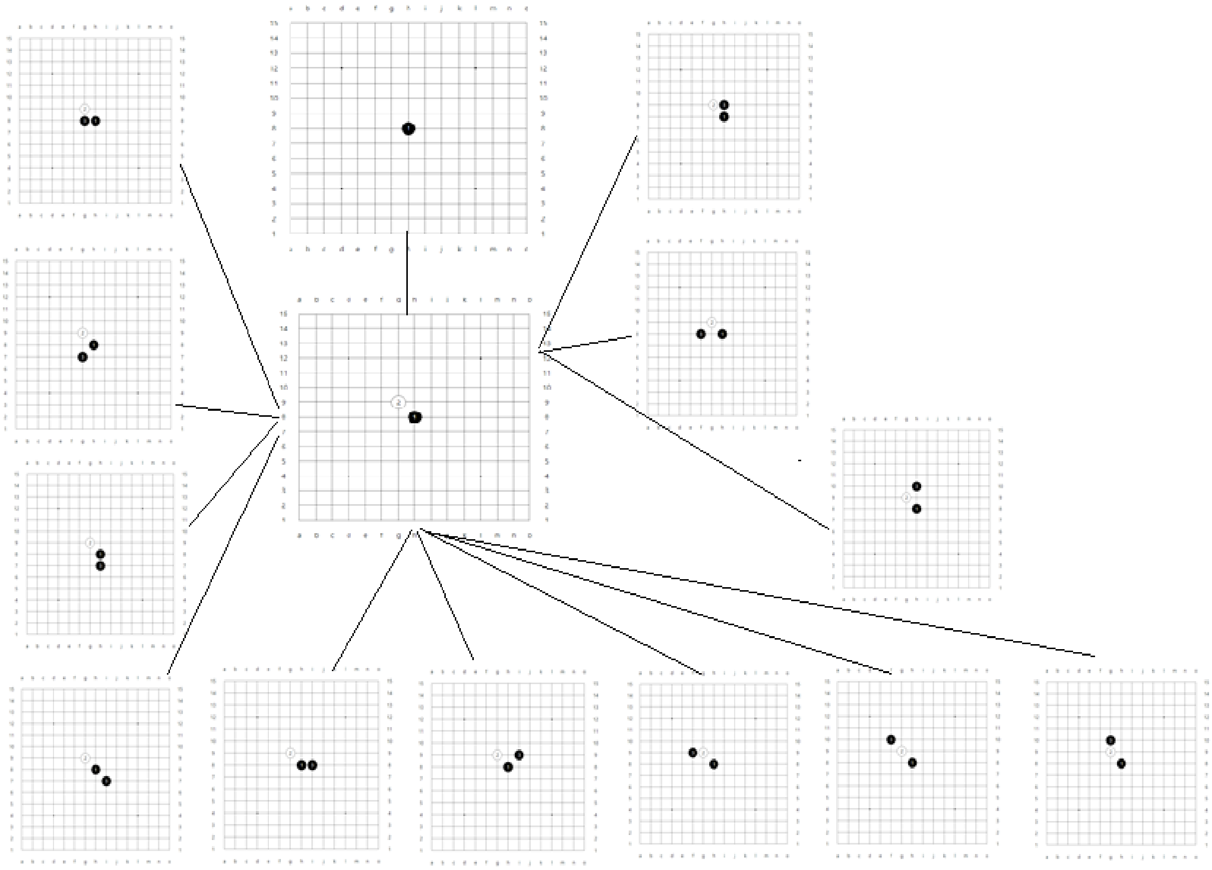


Рисунок 2.3 – Фрагмент дерева гри на третьому етапі

Розглядаючи наступний крок, знову отримуємо на кожній гілці 12 нових гілок. Отже, якщо розглядати гру в цілому, то кожен хід в середньому генерує 80 нових позицій. До шостого ходу кількість варіантів зростає до 806 варіантів. Насправді багато можливих вузлів в дереві гри заборонені правилами. Наприклад, якщо один з гравців вже виграв, то побудову дерева на цьому етапі можна завершити. Видалення всіх неможливих вузлів скоротить дерево. Але це все ще дуже і дуже велике дерево і повний його обхід займе неймовірно багато часу.

2.2 Використання принципу Цермело для гри Гомоку

Принцип Цермело полягає в тому, щоб за деревом гри вказати лише виграш одного якогось гравця, наприклад першого. Виграш другого гравця завжди дорівнює виграшу першого, взятому з протилежним знаком.

Щоб виконати пошук в ігровому дереві, потрібно мати можливість визначити значення позиції ігрового поля. В грі Гомоку для першого гравця велике значення мають позиції, в яких п’ять його каменів розташовані в ряд, так як при цьому перший гравець виграє. Значення другого гравця в цих позиціях поля дуже мало, тому що при цьому він програє.

Кожному гравцеві можна призначити чотири значення для конкретної позиції на полі: 4 відповідає виграшу, 3 - не ясна ситуація, 2 - нічия, 1 - програш. Для вичерпного дослідження ігрового дерева можна використовувати стратегію мінімаксу. При цьому потрібно мінімізувати максимальне значення, яке може мати позиція для противника після наступного ходу. Спочатку визначається максимальне значення, яке може набрати противник після кожного з ваших можливих ходів. Потім вибирається хід, при якому противник отримує мінімальне значення.

Процедура, пошуку оптимального ходу, обчислює значення позиції поля. Ця процедура досліджує кожен можливий хід. Для кожного ходу вона рекурсивно викликає себе, щоб визначити значення яке матиме позиція противника. Потім вона вибирає хід, який дає противнику мінімальне значення. Рекурсивне звернення процедури до себе триватиме, поки не настане одна з трьох можливих подій. По-перше, може бути знайдена позиція, в якій гравець перемагає. В цьому випадку процедура встановлює значення позиції поля в 4. У разі якщо гравець програє, то значення поля буде встановлено в 1. По-друге, може бути знайдена позиція, в якій жоден гравець не може зробити хід. Гра закінчується нічиєю, тому процедура встановлює значення позиції в 2. І, нарешті, процедура може досягти заздалегідь встановленої глибини рекурсії. Якщо вона перевищує допустиму глибину, то значення поля встановлюється в 3, вказуючи на невизначений результат.

Важливим фактором для оцінки позиції є те наскільки значимі фігури побудували суперники.

Розглянемо лінії, на які супротивнику необхідно реагувати.

П'ятірка - якщо така фігура знайдена на дошці, гра закінчена (рис. 2.3).

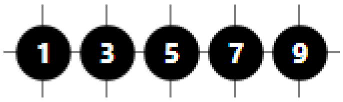


Рисунок 2.3 – П’ятірка в грі Гомоку

Відкрита четвірка - довжина 6 клітин, середні чотири зайняті камінням одного кольору, крайні обов'язково порожні. Ця фігура означає виграш навіть на чужому ході (рис.2.4).

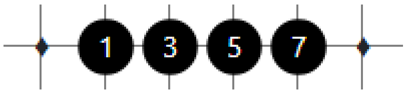
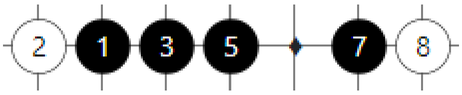


Рисунок 2.4 – Відкрита четвірка в грі Гомоку

Четвірка - довжина 5 клітин, одна (будь-яка) з п'яти клітин вільна. Дає виграш на своєму ході. Створює загрозу і змушує суперника зробити хід у вільну клітину, якщо у нього немає своєї четвірки (рис.2.5).



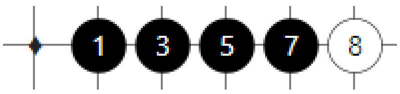


Рисунок 2.5 –Четвірка в грі Гомоку

Відкрита трійка - довжина 6 або 7 клітин, крайні клітини обов'язково вільні. Для 6 клітин три з чотирьох середніх зайняті камінням одного кольору, одна вільна. Для 7 клітин - три середніх зайняті камінням одного кольору. Фігура на своєму ході стає відкритою четвіркою, якщо у суперника немає четвірки або відкритої трійки. На чужому ході створює загрозу і змушує суперника закривати трійку або ставити в відповідь свою четвірку (рис.2.6).

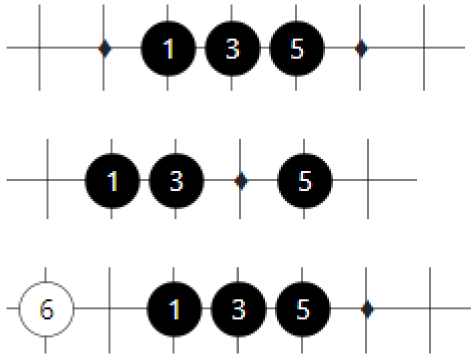


Рисунок 2.6 – Відкрита трійка в грі Гомоку

Трійка, або закрита трійка - довжина 5 клітин, будь-які три з яких зайняті камінням одного кольору. Трійка на своєму ході може бути перетворена в четвірку і використовується при атаці і захисті, створюючи загрозу більше, ніж відкрита трійка суперника (рис.2.7).

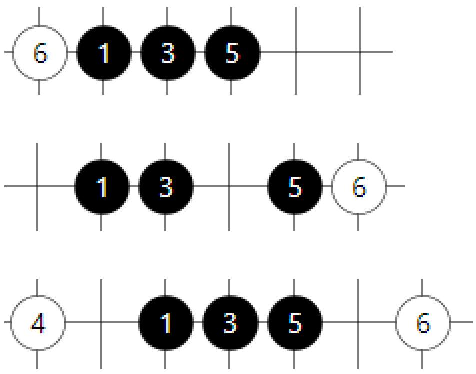


Рисунок 2.7 – Трійка в грі Гомоку

Вилка - одночасно дві і більше загроз, які не можуть бути закриті одним ходом. Розрізняються вилки 3х3 (дві відкритих трійки), 3х4 (відкрита трійка і четвірка) і 4х4 (дві відкритих четвірки) (рис.2.8). Вилки дають виграш, якщо у суперника немає більшої загрози - четвірка або відкрита трійка для вилки 3х3, або суперник не може послідовно закрити вилку, створюючи великі загрози - послідовність четвірок для вилки 3х3.

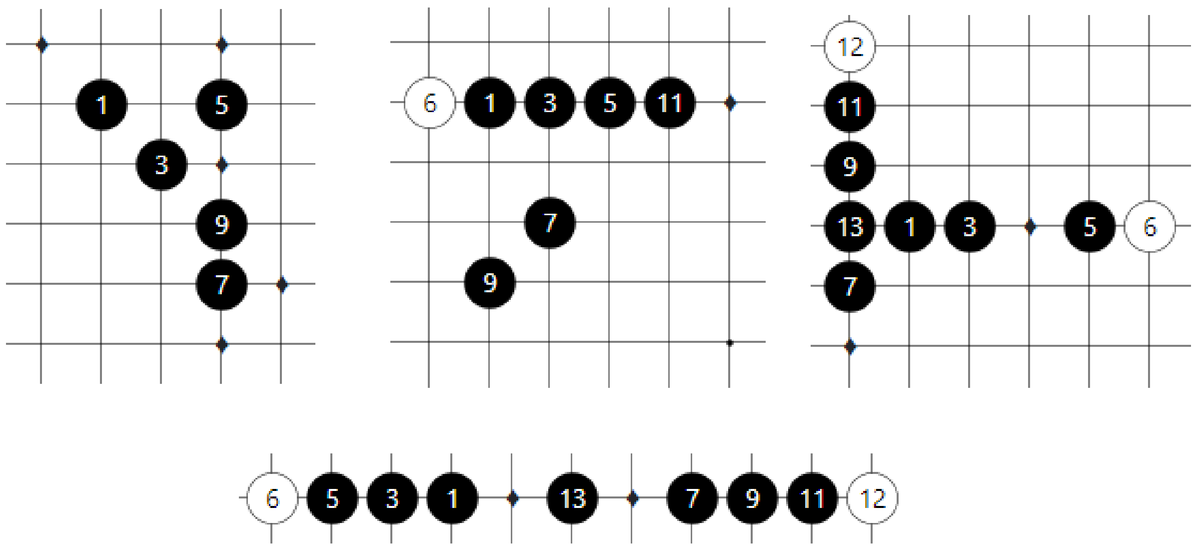


Рисунок 2.8 – Вилки в грі Гомоку

Комбінація - безперервна послідовність загроз і захистів від більш значущих загроз суперника, яка веде до позитивного результату для гравця. Комбінації бувають атакуючі (або виграшні) і захисні. [5]

Атакуюча або виграшна комбінація є успішною, якщо на будь-які захисні або атакуючі ходи суперника були знайдені у відповідь ходи, що призводять до виграшу. Атакуюча комбінація завершується установкою вилки, яку суперник не може закрити.

Захисна комбінація, навпаки, успішна, коли суперник перестає створювати загрози. Захисна комбінація складається з ходів захисту або створення більшої загрози для суперника.

При оцінці позиції виконується пошук виграшної комбінації, використовуючи пошук у глибину. Так як кількість варіантів атакуючих і вимушених ходів досить обмежена, то пошук комбінацій допустимо виконувати на досить велику глибину.

Атакуючій стороні необхідно знайти тільки один хід, що приводить до найбільш швидкої перемоги. Після того, як знайдені будь-які рішення, в напрямку найдовшого з них атакуюча сторона розширює набір варіантів, досліджуючи менш рейтингові позиції з метою домогтися скорочення довжини рішення.

Стороні, яка захищається, досить знайти один єдиний хід, який не приводить до перемоги суперника в заданий ліміт ходів. Для перебору можуть бути використані всі вільні клітини.

ВИСНОВКИ

В даній курсовій роботі було розв’язано наступні задачі:

- вивчені основні поняття позиційної гри, дерева гри та інформаційної безлічі;
- розглянуто принцип Цермело;
- вивчені правила гри Гомоку;
- показана побудова дерева гри Гомоку;
- застосовано принцип Цермело для гри Гомоку.

СПИСОК ДЖЕРЕЛ ІНФОРМАЦІЇ

1. Писарук Н. Н. Введение в теорию игр. / Н. Н. Писарук. - Минск: БГУ, 2015. - 256 с.

2. Стронгин Р. Г. Исследование операций. Модели экономического поведения: учебник. / Р. Г. Стронгин. — М.: Бином Лаборатория знаний, 2014. — 243 с.

3. Струков А. В. Использование теории игр в практике принятия управленческих решений / А. В. Струков // «Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований». — 2012. — № 1. — С. 25.

4. http://zavantag.com/docs/2010/index-63903.html (Електронні дані), (дата звернення 20.03.2020)

5. Allis L.V. Searching for Solutions in Games and Artificial Intelligence. / L.V. Allis. - University of Limburg, 1994.

6. Allis L.V. GoMoku and Threat-Space Search. / L.V.Allis, H.J. van den Herik, M.P.H. Huntjens. - University of Limburg, 1994.