



ОПТИМІЗАЦІЙНІ ЕКОЛОГО-ЕКОНОМІЧНІ МОДЕЛІ З УРАХУВАННЯМ РИЗИКІВ ТЕХНОГЕННИХ КАТАСТРОФ

КУРСОВА РОБОТА

НАУКОВИЙ КЕРІВНИК: ЧОРНЕЙ РУСЛАН КОСТЯНТИНОВИЧ

ВИКОНАВ: ГЛУХОВСЬКИЙ ПАВЛО ОЛЕКСАНДРОВИЧ



ЗАДАЧА:

НАЙКРАЩА СТРАТЕГІЯ ДЛЯ
ВИКОРИСТАННЯ ЕКОНОМІЧНОЇ
СИСТЕМИ

ОСНОВА: МОДЕЛЬ ЛЕОНТЬЕВА

$$x = (x_1, \dots, x_n)^T$$

$$y = (y_1, \dots, y_n)^T$$

$$x = Ax + y$$

ОСНОВА: МОДЕЛЬ ЛЕОНТЬЕВА-ФОРДА

$$x_1 = (x_1^1, \dots, x_n^1)^T$$

$$y_1 = (y_1^1, \dots, y_n^1)^T$$

$$x_2 = (x_1^2, \dots, x_m^2)^T$$

$$y_2 = (y_1^2, \dots, y_m^2)^T$$

$$x_1 = A_{11}x_1 + A_{12}x_2 + y_1$$

$$x_2 = A_{21}x_1 + A_{22}x_2 - y_1$$

ОСНОВА: УЗАГАЛЬНЕНА МОДЕЛЬ ЛЕОНТЬЄВА-ФОРДА З УРАХУВАННЯМ РИЗИКІВ КАТАСТРОФ

Вектор x_1 складається із елементів виду $x_{i\varphi_i}^1$ – обсяг виробництва товару i способом φ_i

Вектор x_2 складається із елементів типу $x_{j\psi_j}^2$ – обсяг утилізації забруднювача j способом ψ_j

коефіцієнти:

- $a_{ik\varphi_k}^{11}$ – прямих затрат товару i при виготовленні товару k за допомогою методу φ_k , що разом складають матрицю A_{11}
- $a_{ij\psi_j}^{12}$ – прямих затрат товару i при утилізації забруднювача j за допомогою методу ψ_j , що разом складають матрицю A_{12}
- $a_{ji\varphi_i}^{21}$ – викидів забруднювача j при виготовленні товару i за допомогою методу φ_i , що разом складають матрицю A_{21}
- $a_{jl\psi_l}^{22}$ – викидів забруднювача j при утилізації забруднювача l за допомогою методу ψ_l , що разом складають матрицю A_{22}

ОСНОВА: УЗАГАЛЬНЕНА МОДЕЛЬ ЛЕОНТЬЄВА-ФОРДА

коефіцієнти:

- $a_{ik\varphi_k}^{11}$ – прямих затрат товару i при виготовленні товару k за допомогою методу φ_k , що разом складають матрицю A_{11}
- $a_{ij\psi_j}^{12}$ – прямих затрат товару i при утилізації забруднювача j за допомогою методу ψ_j , що разом складають матрицю A_{12}
- $a_{ji\varphi_i}^{21}$ – викидів забруднювача j при виготовленні товару i за допомогою методу φ_i , що разом складають матрицю A_{21}
- $a_{jl\psi_l}^{22}$ – викидів забруднювача j при утилізації забруднювача l за допомогою методу ψ_l , що разом складають матрицю A_{22}

Вектор x_1 складається із елементів виду $x_{i\varphi_i}^1$ – обсяг виробництва товару i способом φ_i

Вектор x_2 складається із елементів типу $x_{j\psi_j}^2$ – обсяг утилізації забруднювача j способом ψ_j

y_1 , що складається із елементів типу y_i^1 – кінцевий обсяг прямого використання товару i

y_2 , що складається із елементів типу y_j^2 – кінцева гранична норма обсягу незнищеного забруднювача j

ОСНОВА: УЗАГАЛЬНЕНА МОДЕЛЬ ЛЕОНТЬЄВА-ФОРДА З УРАХУВАННЯМ РИЗИКІВ КАТАСТРОФ

p_{φ_i} – імовірність катастрофи під час виробництва товару i методом φ_i

p_{ψ_j} – імовірність катастрофи через знищення забруднювача j методом ψ_j

b_{ji}^1 – коефіцієнт очікуваного обсягу продукування забруднювача j при виробництві товару i методом φ_i

b_{jl}^2 – коефіцієнт очікуваного обсягу продукування забруднювача j при утилізації забруднювача l методом ψ_l

c_j – штраф за кожну незнищену одиницю забруднювача j

$c_j \psi_j$ – собівартість знищення одиниці забруднювача j за допомогою способу ψ_j

ОПТИМІЗАЦІЙНА ЗАДАЧА: ЦІЛЬОВА ФУНКЦІЯ

$$\tilde{a}_{ik\varphi_k}^{11} := (1 - p_{\varphi_k}) a_{ik\varphi_k}^{11}$$

$$\tilde{a}_{ij\psi_j}^{12} := (1 - p_{\psi_j}) a_{ij\psi_j}^{12}$$

$$\tilde{a}_{ji\varphi_i}^{21} := (1 - p_{\varphi_i}) a_{ji\varphi_i}^{21} + p_{\varphi_i} b_{ji\varphi_i}^1$$

$$\tilde{a}_{jl\psi_l}^{22} := (1 - p_{\psi_j}) a_{jl\psi_l}^{22} + p_{\psi_j} b_{jl\psi_l}^2$$

$$\sum_{j \in J} c_j \left(\sum_{i \in I} \sum_{\varphi_i \in P_i} \tilde{a}_{ji\varphi_i}^{21} x_{i\varphi_i}^1 + \sum_{l \in J} \sum_{\psi_l \in Q_l} \sigma_{jl\psi_l} x_{l\psi_l}^2 \right) \rightarrow \min$$

$$\sigma_{jl\psi_l} := \begin{cases} \tilde{a}_{jl\psi_l}^{22} & j \neq l \\ \tilde{a}_{jl\psi_l}^{22} - 1 + \frac{c_j \psi_j}{c_j}, & j = l \end{cases}$$

ОПТИМІЗАЦІЙНА ЗАДАЧА: ГРАНИЧНІ УМОВИ

$$x_{i\varphi_i}^1 \geq 0 \text{ та } x_{l\psi_l}^2 \geq 0$$

$$\sum_{k \in I} \sum_{\varphi_k \in P_k} (\delta_{ik} - \tilde{a}_{ik\varphi_k}^{11}) x_{k\varphi_k}^1 - \sum_{j \in J} \sum_{\psi_j \in Q_j} \tilde{a}_{ij\psi_j}^{12} x_{j\psi_j}^2 \geq y_i^1, \quad i \in I$$

$$- \sum_{k \in I} \sum_{\varphi_k \in P_k} \tilde{a}_{ji\varphi_i}^{21} x_{i\varphi_i}^1 + \sum_{j \in J} \sum_{\psi_j \in Q_j} (\delta_{jl} - \tilde{a}_{jl\psi_l}^{22}) x_{l\psi_l}^2 \geq -y_j^2, \quad j \in J$$

ПРОГРАМНА РЕАЛІЗАЦІЯ

```
AA11= []
for k in range(len(P)):
    A = []
    for l in range(P_sum):
        A.append((1 - p1[l])*A11[k][l])
    AA11.append(A)
AA12= []
for k in range(len(P)):
    A = []
    for l in range(Q_sum):
        A.append((1 - p2[l])*A12[k][l])
    AA12.append(A)
AA21= []
for k in range(len(Q)):
    A = []
    for l in range(P_sum):
        A.append((1 - p1[l])*A21[k][l] + p1[l]*B1[k][l])
    AA21.append(A)
AA22= []
for k in range(len(Q)):
    A = []
    for l in range(Q_sum):
        A.append((1 - p2[l])*A22[k][l] + p2[l]*B2[k][l])
    AA22.append(A)

Sigm = []
for k in range(len(Q)):
    A = []
    for l in range(Q_sum):
        if which_product(Q, l) != k:
            A.append(AA22[k][l])
        else:
            A.append(AA22[k][l]-l+(c2[l]/c1[k]))
    Sigm.append(A)
```

ПРОГРАМНА РЕАЛІЗАЦІЯ

```
def delta(a,b):
    if a==b:
        return 1
    else:
        return 0

prob = LpProblem("Linear_Programming_Problem", LpMinimize)

x = [LpVariable(f'x{i}', lowBound=0, cat='Integer') for i in range(P_sum)]
y = [LpVariable(f'y{i}', lowBound=0, cat='Integer') for i in range(Q_sum)]

prob += lpSum(((lpSum(AA21[j][i]*x[i] for i in range(P_sum)) +
                    lpSum(Sigm[j][i]*y[i] for i in range(Q_sum))))*c1[j] for j in range(len(Q)))

for i in range(I):
    prob+=lpSum((delta(i,which_product(P,k))*AA11[i][k])*x[k]
                for k in range(P_sum)) - lpSum(AA12[i][j]*y[j]
                for j in range(Q_sum)) >= y1[i]

for j in range(J):
    prob += -lpSum((AA21[j][i])*
                    x[i] for i in range(P_sum)) + lpSum((delta(j,which_product(Q,l))-
                    AA22[j][l])*y[l] for l in range(Q_sum)) >= -y2[j]

prob.solve()

print("Status:", LpStatus[prob.status])
for v in prob.variables():
    print(v.name, "=", v.varValue)
```

РЕЗУЛЬТАТИ РОБОТИ ПРОГРАМИ

```
I = 2
P = [[*,*],[*,*,*]]
P_sum=5
J = 2
Q = [[*,*],[*]]
Q_sum =3

A11 = [[0.05, 0.01, 0.03, 0.02, 0.1], [0.02, 0.01, 0.02, 0.03, 0.02]]
A12 = [[0.04, 0.05, 0.01], [0.02, 0.04, 0.02]]
A21 = [[0.02, 0.03, 0.04, 0.05, 0.5], [0.01, 0.02, 0.03, 0.04, 0.05]]
A22 = [[0.05, 0.01, 0.02], [0.03, 0.02, 0.03]]

B1 = [[0.1, 0.15, 0.2, 0.1, 0.07], [0.2, 0.1, 0.1, 0.06, 0.15]]
B2 = [[0.2, 0.1, 0.15], [0.3, 0.2, 0.1]]

y1 = [1000,200]
y2 = [500, 40]
c1 = [5, 20]
c2 = [12,8,35,45]

p1 = [0.07, 0.12, 0.18, 0.03, 0.1]
p2 = [0.11, 0.08, 0.2]
```

Status: Optimal

x0 = 22178.0

x1 = 0.0

x2 = 0.0

x3 = 8016.0

x4 = 0.0

y0 = 0.0

y1 = 530.0

y2 = 859.0

РЕЗУЛЬТАТИ РОБОТИ ПРОГРАМИ

```
I = 3
P = [[1,1,1],[1,1],[1,1,1]]
P_sum=8
J = 3
Q = [[1,1],[1,1],[1]]
Q_sum =5

A11 = [[0.05, 0.01, 0.03, 0.02, 0.1, 0.02, 0.03, 0.04],
       [0.02, 0.01, 0.02, 0.03, 0.02, 0.1, 0.05, 0.01],
       [0.01, 0.05, 0.01, 0.05, 0.04, 0.01, 0.06, 0.03]]
A12 = [[0.04, 0.05, 0.01, 0.03, 0.02],
       [0.02, 0.04, 0.02, 0.01, 0.05],
       [0.01, 0.03, 0.05, 0.06, 0.02]]
A21 = [[0.01, 0.02, 0.03, 0.04, 0.5, 0.01, 0.02, 0.06],
       [0.02, 0.03, 0.04, 0.05, 0.1, 0.02, 0.03, 0.04],
       [0.03, 0.04, 0.05, 0.06, 0.7, 0.08, 0.01, 0.02]]
A22 = [[0.05, 0.2, 0.03, 0.02, 0.01],
       [0.04, 0.08, 0.02, 0.01, 0.05],
       [0.03, 0.07, 0.01, 0.05, 0.04]]

B1 = [[0.05, 0.1, 0.12, 0.08, 0.1, 0.07, 0.12, 0.1],
       [0.04, 0.06, 0.08, 0.1, 0.12, 0.04, 0.06, 0.1],
       [0.09, 0.08, 0.1, 0.1, 0.2, 0.15, 0.05, 0.1]]
B2 = [[0.1, 0.2, 0.06, 0.04, 0.02],
       [0.08, 0.06, 0.04, 0.02, 0.1],
       [0.06, 0.04, 0.02, 0.1, 0.08]]

y1 = [1000,200, 50]
y2 = [500, 40, 1]
c1 = [5, 20, 70]
c2 = [12,8,35,45,200]

p1 = [0.07, 0.12, 0.18, 0.03, 0.1, 0.2, 0.05, 0.07]
p2 = [0.11, 0.07, 0.2, 0.03, 0.01]
```

Status: Optimal

x0 = 22619.0

x1 = 0.0

x2 = 0.0

x3 = 10310.0

x4 = 0.0

x5 = 0.0

x6 = 2278.0

x7 = 0.0

y0 = 348.0

y1 = 0.0

y2 = 1167.0

y3 = 0.0

y4 = 1518.0



ВИСНОВКИ

- АЛГОРИТМ РЕАЛІЗОВАНО
- РЕЗУЛЬТАТИ УЗГОДЖУЮТЬСЯ ІЗ ТЕОРІЄЮ
- АЛГОРИТМ МОЖНА ВИКОРИСТОВУВАТИ ЯК ОСНОВУ ДЛЯ БІЛЬШ ПОТУЖНОГО ПО
ЩО БУДЕ ВИКОРИСОВУВАТИСЯ НА ПРАКТИЦІ



ДЯКУЮ ЗА УВАГУ!