

Міністерство освіти і науки України
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «КИЄВО-МОГИЛЯНСЬКА
АКАДЕМІЯ»
Факультет інформатики
Кафедра інформатики

Кваліфікаційна робота
Освітній ступінь – магістр

на тему: **«АНАЛІЗ ЕФЕКТИВНОСТІ ФІЛЬТРІВ ГН ТА КАЛМАНА
ДЛЯ ВІДСТЕЖЕННЯ РУХОМИХ ОБ'ЄКТІВ ПРИ РІЗНИХ
МОДЕЛЯХ ШУМУ»**

Виконав: студент 2 року навчання,
Спеціальності
122 Комп'ютерні науки
Новоспаський Андрій Сергійович

Керівник:
Ігнатенко Олексій Петрович
доктор фіз.-мат. наук

Рецензент:
Тимчишин Віталій Богданович
кандидат фіз.-мат. наук

Магістерська робота захищена з
оцінкою _____

Секретар ЕК _____
« _____ » _____ 20__ р

Київ – 2025

Міністерство освіти і науки України
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «КИЄВО-МОГИЛЯНСЬКА
АКАДЕМІЯ»
Факультет інформатики
Кафедра інформатики

ЗАТВЕРДЖУЮ
Зав. кафедри інформатики
к. ф-м.н., доц. Гороховський С.С.

(підпис)

«_____» _____ 20__ р

ІНДИВІДУАЛЬНЕ ЗАВДАННЯ
на кваліфікаційну роботу
студенту 2-го курсу факультету інформатики
Новоспаському Андрію Сергійовичу

Тема: Аналіз ефективності фільтрів ГН та Калмана для відстеження рухомих об'єктів при різних моделях шуму

Зміст магістерської роботи:

1. Вступ
2. Аналіз задачі фільтрації даних в системах відстеження рухомих об'єктів
3. Розробка та реалізація системи для порівняльного аналізу фільтрів
4. Експериментальне дослідження ефективності фільтрів та аналіз результатів
5. Висновки
6. Перспективи подальших досліджень
7. Перелік використаних джерел

Дата видачі «_____» _____ 20__ р. Керівник _____
(підпис)

Завдання отримав _____
(підпис)

Графік підготовки кваліфікаційної роботи до захисту

| Номер | Назва етапу | Термін виконання етапу | Примітка |
|-------|--|------------------------|----------|
| 1 | Отримання теми кваліфікаційної роботи | 21.10.2024 | |
| 2 | Ознайомлення з темою кваліфікаційної роботи | 02.12.2024 | |
| 3 | Розробка плану та структури роботи | 03.02.2025 | |
| 4 | Дослідження підходів генерації даних | 01.03.2025 | |
| 5 | Огляд підходів фільтрації зашумлених даних рухомих агентів | 21.03.2025 | |
| 6 | Початок розробки програмного забезпечення для генерації набору даних | 29.03.2025 | |
| 7 | Дослідження симуляторів рухомих агентів та їхнє впровадження | 05.04.2025 | |
| 8 | Завершення написання реалізації генерації даних | 09.05.2025 | |
| 9 | Впровадження алгоритмів фільтрації | 13.05.2025 | |
| 10 | Аналіз отриманих результатів | 27.05.2025 | |
| 11 | Оформлення текстової частини роботи | 28.05.2025 | |
| 12 | Створення презентації | 29.05.2025 | |
| 13 | Захист кваліфікаційної роботи | 12.06.2025 | |

Графік узгоджено « _____ » _____ 2024 р.

ЗМІСТ

| | |
|---|-----------|
| ВСТУП..... | 6 |
| 1. АНАЛІЗ ЗАДАЧІ ФІЛЬТРАЦІЇ ДАНИХ В СИСТЕМАХ ВІДСТЕЖЕННЯ РУХОМИХ ОБ'ЄКТІВ..... | 12 |
| 1.1 Постановка задачі та основні поняття відстеження об'єктів | 12 |
| 1.1.1 Формальна постановка задачі відстеження..... | 12 |
| 1.1.2 Кінематичні моделі руху об'єктів..... | 13 |
| 1.1.3 Джерела та характеристика похибок вимірювань..... | 15 |
| 1.2 Огляд алгоритмів фільтрації..... | 18 |
| 1.2.1 Фільтри ГН (g-h)..... | 19 |
| 1.1.1 Фільтри Калмана..... | 22 |
| 1.3 Критерії оцінки ефективності алгоритмів фільтрації | 25 |
| 1.3.1 Середньоквадратична похибка..... | 25 |
| 1.3.2 Середня абсолютна похибка..... | 26 |
| 1.4 Огляд наукових праць за темою дослідження | 26 |
| 1.5 Висновки..... | 28 |
| 2. РОЗРОБКА ТА РЕАЛІЗАЦІЯ СИСТЕМИ ДЛЯ ПОРІВНЯЛЬНОГО АНАЛІЗУ ФІЛЬТРІВ..... | 30 |
| 2.1 Генерація та підготовка синтетичних даних..... | 30 |
| 2.1.1 Опис процесу генерації траєкторії руху об'єктів | 30 |
| 2.1.2 Моделювання динаміки руху об'єктів з використанням фізичного рушія PyBullet | 31 |
| 2.1.3 Симуляція радарних вимірювань та моделювання похибок..... | 33 |
| 2.1.4 Структура та характеристики синтезованих наборів даних..... | 35 |
| 2.2 Програмна реалізація досліджуваних фільтрів | 36 |
| 2.2.1 Реалізація фільтра ГН з постійним прискоренням | 36 |
| 2.2.2 Реалізація фільтра Калмана для різних моделей руху | 37 |
| 2.3 Методика оптимізації параметрів фільтрів..... | 39 |
| 2.3.1 Розподіл даних на навчальну та тестову вибірки..... | 39 |
| 2.3.2 Процедура пошуку оптимальних параметрів | 40 |
| 2.3.3 Функція метрики для оцінки фільтрації..... | 40 |
| 2.3.4 Оптимізація параметрів попередньої обробки методом ковзного середнього | 41 |
| 2.4 Висновки..... | 42 |
| 3. ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ ФІЛЬТРІВ ТА АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ..... | 43 |
| 3.1 План та умови експериментального дослідження..... | 43 |
| 3.2 Представлення оптимальних параметрів фільтрів | 44 |
| 3.2.1 Оптимальні параметри для фільтра ГН | 44 |
| 3.2.2 Оптимальні параметри для фільтра Калмана..... | 45 |
| 3.3 Аналіз ефективності фільтрів на даних з Гаусівським шумом | 47 |

| | |
|---|-----------|
| 3.3.1 Аналіз оцінки положення..... | 48 |
| 3.3.2 Аналіз оцінки швидкості..... | 49 |
| 3.3.3 Висновки для Гаусівського шуму | 49 |
| 3.4 Аналіз ефективності фільтрів на даних з шумом Леві..... | 49 |
| 3.4.1 Аналіз оцінки положення..... | 52 |
| 3.4.2 Аналіз оцінки швидкості..... | 52 |
| 3.4.3 Висновки для шуму на основі польоту Леві | 53 |
| 3.5 Загальне обговорення та інтерпретація результатів..... | 53 |
| 3.6 Висновки до розділу 3 | 55 |
| ВИСНОВКИ..... | 57 |
| ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШИХ ДОСЛІДЖЕНЬ..... | 59 |
| ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ..... | 61 |

ВСТУП

Фільтрація даних є фундаментальною та актуальною задачею в сучасних інформаційних системах. Наш світ насичений різноманітними сенсорними системами, які постійно збирають та обробляють інформацію про різні фізичні величини та явища навколишнього середовища. Вимірювання температури, тиску, швидкості руху об'єктів та їх просторового положення є критично важливими для багатьох галузей науки та техніки.

Однак, практична реалізація вимірювальних систем стикається з фундаментальною проблемою - наявністю випадкових похибок у вимірюваннях. Ці похибки виникають через вплив численних неконтрольованих факторів, які можуть бути пов'язані як з характеристиками самих сенсорів, так і з умовами їх експлуатації.

Ефективне вирішення проблеми мінімізації впливу шумів на точність вимірювань досягається шляхом застосування спеціалізованих математичних методів. Серед таких методів провідне місце займають фільтри Калмана та, у більш загальному випадку, байєсівські фільтри. Ці підходи дозволяють оптимально інтегрувати апріорну інформацію про динамічні характеристики об'єкта спостереження з поточними, зашумленими вимірюваннями, що забезпечує отримання статистично обґрунтованих та більш точних оцінок параметрів стану системи. Актуальність застосування цих методів значно зростає в контексті розробки та вдосконалення автономних систем, інтелектуальної робототехніки та систем управління, що функціонують в режимі реального часу, де точність та надійність оцінки стану є визначальними факторами ефективності. Однією з важливих задач є задача відстеження об'єкта у тривимірному просторі виникає, де виникає питання про оптимальність вибору типу

фільтра. Це питання стає особливо актуальним при різних типах шуму та поведінки об'єктів.

Проблемам оптимальної фільтрації даних у системах відстеження рухомих об'єктів та підвищенню їх точності присвячено значну кількість наукових праць. Дослідження в цій галузі ведуться за кількома основними напрямками.

Так, у роботах М. Vинаyкуmar та R. K. Jatoth [1], K. Saho [2] та S. M. Sahoo та ін. [3] проводиться порівняльний аналіз ефективності класичних алгоритмів фільтрації, зокрема фільтрів GH (альфа-бета-гамма) та різних конфігурацій фільтра Калмана. У цих дослідженнях розглядаються питання вибору оптимальних параметрів фільтрів та оцінки їх продуктивності за допомогою таких метрик, як RMSE та NRR, для різних моделей руху об'єктів та умов спостереження.

Інший важливий напрямок досліджень, представлений у працях М. R. Gandhi та L. Mili [4], G. Jia та ін. [5] та В. Chen та ін. [6], зосереджений на розробці стійких алгоритмів фільтрації, здатних ефективно працювати в умовах негаусівських шумів та за наявності викидів у вимірювальних даних. Автори пропонують модифікації фільтра Калмана, що базуються на узагальнених оцінках максимальної правдоподібності або альтернативних критеріях оптимальності, відмінних від мінімальної середньоквадратичної похибки, що застосовується у «класичному» фільтрі Калмана [7].

Однак, незважаючи на значну кількість досліджень, питання комплексного порівняльного аналізу ефективності фільтрів GH та різних моделей фільтра Калмана (зокрема, для моделей руху з постійною швидкістю та постійним прискоренням) на синтетичних даних, що імітують одночасний вплив як типового гаусівського шуму, так і більш складних видів завад, таких як шум, модельований за допомогою польоту Леві, залишається недостатньо висвітленим. Також бракує детального дослідження поведінки цих фільтрів в умовах розривів траєкторій та

спостереження цілі кількома сенсорами, що є актуальним для практичних застосувань. Саме на вирішення цих аспектів і спрямоване дане магістерське дослідження.

Об'єктом дослідження є процеси фільтрації даних траєкторії руху об'єкта з використанням фільтра ГН та різних моделей фільтра Калмана (зокрема, моделей, що базуються на припущеннях про постійну швидкість, постійне прискорення та постійний ривок).

Предметом дослідження є методи та алгоритми фільтрації, їх параметризація та порівняльна ефективність при застосуванні до задачі оцінки траєкторії руху об'єкта у тривимірному просторі за наявності шумів у вимірювальних даних.

Метою дослідження є проведення комплексного порівняльного аналізу ефективності фільтра ГН та різних моделей фільтра Калмана при вирішенні задачі фільтрації траєкторії руху об'єкта у тривимірному просторі на основі синтетичних даних.

Для досягнення поставленої мети в роботі використано комплексний підхід, що включає методи математичного моделювання для генерації синтетичних даних траєкторій руху об'єктів та імітації вимірювань із накладанням шуму. Теоретичну основу дослідження складають фундаментальні положення теорії оптимальної фільтрації, зокрема, математичний апарат фільтра ГН та фільтра Калмана. Оцінка точності та ефективності алгоритмів фільтрації здійснювалась з використанням методів статистичного аналізу, включаючи розрахунок середньоквадратичної похибки (RMSE) та середньої абсолютної похибки (MAE). Для забезпечення надійності результатів та запобігання перенавчанню моделей фільтрів застосовано методологію крос-валідації, що передбачає розділення набору даних на навчальну та тестову вибірки, що дозволяє об'єктивно оцінити узагальнюючу здатність досліджуваних алгоритмів.

У рамках даної роботи було здійснено комплексне дослідження та порівняльний аналіз ефективності фільтра ГН та розширеного набору моделей фільтра Калмана, що включають не тільки класичні моделі з постійною швидкістю (CV) та постійним прискоренням (CA), але й модель з постійним ривком (CJ). Особливістю дослідження є аналіз їхньої продуктивності на спеціально синтезованих наборах даних, що імітують траєкторію руху об'єкта у тривимірному просторі за умов двох різних типів вимірювального шуму: класичного Гаусівського та більш складного шуму на основі розподілу Леві, що моделює наявність аномальних викидів. Було визначено та представлено оптимальні набори параметрів для кожної з досліджуваних конфігурацій фільтрів, включаючи параметри попередньої обробки методом ковзного середнього, стосовно обраних критеріїв якості (RMSE та MAE для положення та швидкості).

Наукова новизна також полягає у запропонованій методиці генерації синтетичних даних. Ця методика включає початкову генерацію траєкторій за допомогою кривих Безьє, подальшу фізичну симуляцію та валідацію цих траєкторій з використанням фізичного рушія PyBullet (що дозволило відфільтрувати нереалістичні маневри та отримати правдоподібні еталонні дані руху), а також деталізовану симуляцію процесу радарного сканування. Симуляція включає алгоритм динамічного розміщення радарів для кожної траєкторії, врахування їхнього обмеженого радіусу дії та моделювання індивідуальних похибок вимірювань по кожній осі. Такий підхід дозволив створити реалістичні та складні сценарії для тестування фільтрів. Дослідження виявило неочевидні переваги фільтра ГН в оцінці швидкості за обох типів шуму та його стійкість за метрикою MAE при обробці даних з шумом Леві, тоді як фільтр Калмана з моделлю CA показав найкращі результати для оцінки положення за метрикою RMSE.

Результати дослідження можуть бути використані при розробці систем відстеження рухомих об'єктів, в задачах навігації автономних

мобільних роботів, безпілотних літальних апаратів, а також для підвищення точності позиціонування в інших системах, де критична якість оцінки траєкторії за даними де присутня похибка. Розроблений програмний інструментарій може слугувати основою для подальших досліджень та освітніх цілей у галузі обробки сигналів та теорії фільтрації.

Результати дослідження апробовано у вигляді програмного проекту на Python, що реалізує алгоритм генерації синтетичних даних, застосування досліджуваних фільтрів, розрахунок метрик ефективності та візуалізацію отриманих результатів.

Для досягнення поставленої мети в роботі були сформульовані та вирішені наступні завдання:

1. Провести аналіз теоретичних основ фільтра ГН та фільтра Калмана, а також їх застосувань у задачах відстеження об'єктів.
2. Розробити методику та програмні засоби для генерації синтетичних даних, що моделюють траєкторію руху об'єкта у тривимірному просторі та відповідні вимірювання із застосуванням шуму.
3. Здійснити програмну реалізацію алгоритмів фільтра ГН та фільтра Калмана для моделей з постійною швидкістю, постійним прискоренням та постійним ривком.
4. Провести експериментальне дослідження та порівняльний аналіз ефективності реалізованих фільтрів на згенерованих синтетичних даних за обраними метриками якості.
5. Сформулювати висновки та рекомендації щодо застосування досліджених фільтрів залежно від характеристик задачі.

Дана робота розбита на три наступні частини: перша частина «Аналіз задачі фільтрації даних в системах відстеження рухомих об'єктів» надає розуміння необхідної теорії, використаної для аналізу; наступна частина «Розробка та реалізація системи для порівняльного аналізу фільтрів»

присвячена реалізації програмної частини дослідження, де також детально описано процес генерації даних; третя, фінальна, частина роботи «Експериментальне дослідження ефективності фільтрів та аналіз результатів» зосереджена на проведенні експериментів та обговоренні отриманих результатів.

1. АНАЛІЗ ЗАДАЧІ ФІЛЬТРАЦІЇ ДАНИХ В СИСТЕМАХ ВІДСТЕЖЕННЯ РУХОМИХ ОБ'ЄКТІВ

Ефективне функціонування систем відстеження рухомих об'єктів нерозривно пов'язане з проблемою обробки зашумлених та неповних даних, що надходять від сенсорних систем. Даний розділ присвячено теоретичному аналізу задачі фільтрації даних, ключових моделей руху об'єктів та характеристик шумів, що є фундаментальним для розробки та оцінки ефективності алгоритмів фільтрації.

1.1 Постановка задачі та основні поняття відстеження об'єктів

Задачі відстеження рухомих об'єктів є невід'ємною частиною багатьох сучасних систем, від навігації та робототехніки до систем спостереження та управління. Ключовою проблемою в таких задачах є отримання точних оцінок параметрів руху об'єкта на основі даних, що надходять від сенсорних систем (наприклад, GPS, радарів, оптичних сенсорів), які неминуче містять похибки та шуми.

1.1.1 Формальна постановка задачі відстеження

Формально, стан об'єкта в тривимірному просторі в дискретний момент часу k можна описати вектором стану x_k . Залежно від обраної моделі руху, цей вектор може включати координати положення об'єкта (наприклад, x, y, z), компоненти його швидкості ($\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$), а також компоненти прискорення ($\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}$). Наприклад, для моделі руху з постійним прискоренням вектор стану може мати вигляд:

$$x_k = [x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, \ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}]_k^T, \quad (1.1)$$

Сенсорні системи надають вектор вимірювань z_k , який є зашумленою функцією від істинного стану об'єкта. У найпростішому випадку, коли сенсор вимірює лише положення, вектор вимірювань може бути представлений як:

$$z_k = [x, y, z]_k^T, \quad (1.2)$$

де x, y, z – спостережувані (зашумлені) координати об'єкта.

Основна задача відстеження полягає в отриманні оптимальної оцінки \hat{x}_k вектора стану x_k в момент часу k на основі всієї послідовності доступних вимірювань $Z_k = \{z_1, z_2, \dots, z_k\}$. «Оптимальність» оцінки визначається мінімізацією певного критерію, наприклад, мінімізації середньоквадратичної похибки (Mean Square Error, MSE) між істинним та оціненим станом. Різні алгоритми фільтрації пропонують різні підходи до вирішення цієї задачі за певних припущень щодо моделей руху та характеристик шумів.

1.1.2 Кінематичні моделі руху об'єктів

Для ефективного відстеження та прогнозування траєкторії об'єкта алгоритми фільтрації потребують математичного опису його руху – кінематичної моделі. Ця модель базується на фізичних припущеннях щодо характеру руху об'єкта та описує рух об'єкта в тривимірному просторі за кожною координатною віссю (X, Y, Z) незалежно. У даній роботі для аналізу та порівняння фільтрів використовуються дві фундаментальні кінематичні моделі:

а) модель з постійною швидкістю (Constant Velocity, CV): ключове припущення цієї моделі полягає в тому, що об'єкт рухається з незмінним вектором швидкості між послідовними моментами часу. Якщо Δt позначає інтервал часу між вимірюваннями t_{k-1} та t_k , то для будь-якої координати

(наприклад x) положення об'єкта в момент часу t_k можна спрогнозувати на основі його положення та швидкості в момент t_{k-1} наступним чином:

$$x(t_k) = x(t_{k-1}) + \dot{x}(t_{k-1}) \cdot \Delta t \quad (1.3)$$

$$\dot{x}(t_k) = \dot{x}(t_{k-1}), \quad (1.4)$$

де $x(t_k)$ – положення об'єкта за координатою x в момент часу t_k ;

$\dot{x}(t_k)$ – швидкість за координатою x в момент часу t_k .

Аналогічні рівняння застосовуються для координат y та z . Ця модель є відносно простою і добре підходить для опису руху об'єктів, що не здійснюють значних маневрів.

б) модель з постійним прискоренням (Constant Acceleration, CA): дана модель розширює припущення моделі CV, вважаючи, що об'єкт рухається з постійним вектором прискорення протягом інтервалу Δt . Рівняння руху для координати x мають вигляд:

$$x(t_k) = x(t_{k-1}) + \dot{x}(t_{k-1}) \cdot \Delta t + \ddot{x}(t_{k-1}) \cdot \frac{(\Delta t)^2}{2} \quad (1.5)$$

$$\dot{x}(t_k) = \dot{x}(t_{k-1}) + \ddot{x}(t_{k-1}) \cdot \Delta t \quad (1.6)$$

$$\ddot{x}(t_k) = \ddot{x}(t_{k-1}), \quad (1.7)$$

де $\ddot{x}(t_k)$ – прискорення об'єкта за координатою x у момент часу t_k .

Подібні рівняння використовуються застосовуються для координат y та z . Модель CA дозволяє точніше відстежувати об'єкти, що виконують маневри, пов'язані зі зміною швидкості, однак вона є більш складною та вимагає оцінки більшої кількості параметрів стану.

в) модель з постійним ривком (Constant Jerk, CJ): ця модель є подальшим розширенням і передбачає, що об'єкт рухається з постійним вектором ривка (швидкість зміни прискорення) протягом інтервалу Δt . Це

дозволяє моделювати більш складні маневри, де прискорення не є постійним. Рівняння руху для координати x мають вигляд:

$$x(t_k) = x(t_{k-1}) + \dot{x}(t_{k-1}) \cdot \Delta t + \ddot{x}(t_{k-1}) \cdot \frac{(\Delta t)^2}{2} + \dddot{x}(t_{k-1}) \cdot \frac{(\Delta t)^3}{6} \quad (1.8)$$

$$\dot{x}(t_k) = \dot{x}(t_{k-1}) + \ddot{x}(t_{k-1}) \cdot \Delta t + \dddot{x}(t_{k-1}) \cdot \frac{(\Delta t)^2}{2} \quad (1.9)$$

$$\ddot{x}(t_k) = \ddot{x}(t_{k-1}) + \dddot{x}(t_{k-1}) \cdot \Delta t \quad (1.10)$$

$$\dddot{x}(t_k) = \dddot{x}(t_{k-1}), \quad (1.11)$$

де $\ddot{x}(t_k)$ – ривок об'єкта за координатою x у момент часу t_k .

Аналогічні рівняння застосовуються для координат y та z . Модель СІ є ще більш складною, оскільки вимагає оцінки ривка як частини вектора стану, але потенційно може забезпечити вищу точність відстеження для об'єктів, що виконують швидкі та нелінійні маневри.

Вибір відповідної кінематичної моделі є важливим етапом проектування системи відстеження, оскільки він безпосередньо впливає на точність та стійкість роботи фільтра. У реальних умовах рух об'єкта може не ідеально відповідати жодній з цих спрощених моделей, тому алгоритми фільтрації також повинні враховувати можливі відхилення від модельних припущень, що зазвичай робиться через введення шумів процесу

1.1.3 Джерела та характеристика похибок вимірювань

Результати вимірювань, що отримуються від сенсорних систем неминуче містять похибки, які спотворюють істинне значення вимірюваної величини. Розуміння природи та характеристик цих похибок є важливим для розробки ефективних алгоритмів фільтрації. Загалом, похибки вимірювань можна класифікувати наступним чином [9]:

- Систематичні похибки: Похибки, які залишаються постійними або закономірно змінюються при повторних вимірюваннях однієї і тієї

ж величини за однакових умов. Вони можуть бути спричинені неправильним калібруванням приладів, впливом зовнішніх умов або недосконалістю методу вимірювання.

– Випадкові похибки (шум): Похибки, величина та знак яких випадково змінюються при повторних вимірюваннях. Вони зумовлені сукупною дією багатьох неконтрольованих факторів. Саме для зменшення впливу випадкових похибок найчастіше застосовуються методи фільтрації.

– Грубі похибки (викиди): Значні похибки, що суттєво відрізняються від інших результатів вимірювань і часто є наслідком короточасних несправностей апаратури або непередбачуваних зовнішніх впливів.

У контексті даного дослідження, основна увага приділяється моделюванню випадкових та грубих похибок. Для цієї мети використовуються дві моделі випадкового шуму: гаусівський (нормальний) шум для симуляції випадкових похибок та шум, що генерується на основі польоту Леві для грубих. Комбінація використання польоту Леві та шуму нормального розподілу допомагає створити більш реалістичну модель шуму, що враховує непередбачуваність та раптові зміни у вимірювальних даних.

Гаусівський (нормальний) шум є найбільш поширеною моделлю для опису випадкових похибок у багатьох фізичних системах та вимірювальних приладах. Передбачається, що похибка вимірювання μ є випадковою величиною, що має нормальний розподіл з нульовим математичним сподіванням та певною дисперсією σ^2 . Функція щільності ймовірності (PDF) для одновимірною гаусівського шуму має вигляд:

$$f(\mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{\mu^2}{2\sigma^2}\right), \quad (1.12)$$

У багатовимірному випадку, коли вимірюється вектор величин (наприклад координати x , y , z), шум вимірювань v_k моделюється багатовимірним нормальним розподілом з нульовим середнім вектором та коваріаційною матрицею $R_k: v_k \sim N(0, R_k)$. Матриця R_k характеризує інтенсивність шумів за кожною координатою та ступінь їх кореляції. Ця матриця використовується в рівняннях фільтра Калмана для опису статистичних властивостей шуму вимірювань.

У свою чергу, шум на основі польоту Леві (Levy Flight) використовують для моделювання ситуацій з можливими рідкими, але значними за амплітудою викидами в даних (грубими похибками). Політ Леві – це тип випадкового блукання, в якому довжини кроків розподілені за законом з так званими "важкими хвостами". Це означає, що ймовірність виникнення дуже великих відхилень від середнього значення значно вища, ніж у випадку гаусівського розподілу, де такі відхилення є експоненційно малоїмовірними [10].

Ключовою характеристикою розподілів, що описують кроки в польоті Леві (Леві-стійких розподілів), є індекс стійкості α , який зазвичай приймає значення в діапазоні $(0, 2]$. Саме при $\alpha < 2$ розподіл має "важкі хвости", що призводить до нескінченної дисперсії та можливості появи великих "стрибків". Для порівняння, гаусівський розподіл відповідає випадку $\alpha = 2$.

У контексті даного дослідження, шум на основі польоту Леві використовувався для генерації синтетичних даних вимірювань з імітацією грубих похибок, що дозволило оцінити стійкість досліджуваних алгоритмів фільтрації до таких аномальних значень. Генерація шуму здійснювалася з використанням індексу стійкості $\alpha = 1.5$, що забезпечувало появу значних викидів.

1.2 Огляд алгоритмів фільтрації

Фундаментальна ідея, що лежить в основі алгоритмів фільтрації, полягає у формуванні оптимальної оцінки поточного стану системи \hat{x}_t . Ця оцінка досягається шляхом комбінування двох основних джерел. Першим джерелом є апіорна оцінка (або прогноз) стану x_t , яка формується на основі попередньої оцінки стану системи \hat{x}_{t-1} та математичної моделі її динаміки (детально розглянутої в підрозділі 1.1.2). Прогноз відображає очікуваний стан системи в момент часу t за відсутності нових вимірювань і також є неточним через спрощення, притаманні моделі руху, та наявність неврахованих факторів, що моделюються як шум процесу. Другим ключовим джерелом інформації є поточне (зашумлене) вимірювання z – дані, отримані від сенсорних систем, які пов'язані з істинним станом об'єкта, але спотворені шумами вимірювань (характеристики яких обговорювалися в підрозділі 1.1.3).

Таким чином, фінальна (апостеріорна) оцінка стану \hat{x}_t визначається як зважена комбінація прогнозу x_t та інформації, що міститься у вимірюванні z . Фактично, оцінка \hat{x}_t знаходиться "між" прогнозом та вимірюванням, причому ступінь довіри (вага) до кожного з цих джерел залежить від їхньої відносної точності та надійності. Цей концептуальний підхід, що включає послідовні етапи прогнозування (prediction) та корекції (update), є загальним для багатьох фільтрів і схематично ілюструється на рисунку 1.1 [11].

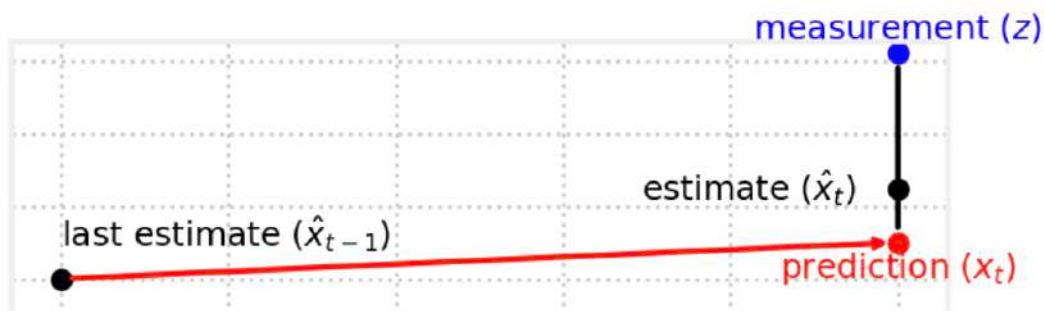


Рисунок 1.1 – Схематичне зображення отримання оцінки стану системи \hat{x}_t

Різні алгоритми фільтрації, такі як фільтри ГН та фільтри Калмана, що розглядаються в даній роботі, реалізують цей загальний принцип "прогноз-корекція" за допомогою різних математичних припущень щодо лінійності системи, а також статистичних характеристик моделей руху та шумів. У наступних підрозділах будуть детально розглянуті принципи роботи та математичний апарат цих двох класів фільтрів.

1.2.1 Фільтри ГН (g-h)

Фільтри ГН, також відомі як фільтри g-h, або $\alpha - \beta - \gamma$ фільтри (залежно від порядку моделі руху), є класом простих рекурсивних алгоритмів фільтрації, які широко використовуються для оцінки та прогнозування стану динамічних систем. Вони є попередниками більш складних фільтрів, таких як фільтр Калмана, і базуються на інтуїтивно зрозумілій ідеї корекції прогнозованого стану на основі поточного вимірювання [8]. Фундаментально, вони реалізують той самий цикл «прогноз-корекція», що був описаний раніше.

У даній роботі розглядається варіант ГН-фільтра для відстеження об'єкта що рухається за моделлю з постійною швидкістю (CV), часто відомий як $\alpha - \beta$ фільтр. Цей фільтр оцінює поточне положення та швидкість об'єкта. Розглянемо його роботу для однієї координати (наприклад x); для інших координат (y, z) рівняння будуть аналогічними.

Позначення:

- \hat{x}_k – оцінка положення в момент часу k ;
- $\hat{\dot{x}}_k$ – оцінка швидкості в момент часу k ;
- \bar{x}_k – прогнозоване положення для моменту часу k ;
- $\bar{\dot{x}}_k$ – прогнозована швидкість для моменту часу k ;
- z_k – вимірювання положення в момент часу k ;
- Δt – інтервал часу між вимірюваннями $k - 1$ та k ;

- α, β – безрозмірні коефіцієнти фільтра (фільтруючі параметри).

Алгоритм $\alpha - \beta$ фільтра складається з двох етапів:

1.2.1.1 Етап прогнозування (Prediction)

На цьому етапі розраховується апріорна оцінка стану системи (положення та швидкості) на поточний момент часу k , базуючись на оцінці стану з попереднього кроку $k - 1$ та моделі руху з постійною швидкістю.

Прогноз положення вираховується за наступною формулою:

$$\bar{x}_k = \hat{x}_{k-1} + \hat{\dot{x}}_{k-1} \Delta t, \quad (1.13)$$

Прогноз швидкості (оскільки швидкість вважається постійною в моделі CV):

$$\bar{\dot{x}}_k = \hat{\dot{x}}_{k-1} \quad (1.14)$$

1.2.1.2 Етап корекції (Update)

На цьому етапі прогнозовані значення коригуються на основі нового вимірювання положення z_k отриманого в момент часу k . Спочатку обчислюється залишок (residual) вимірювання – різниця між фактичним вимірюванням z_k та прогнозованим положенням \bar{x}_k :

$$y_k = z_k - \bar{x}_k \quad (1.15)$$

Потім розраховується апостеріорна оцінка положення \hat{x}_k . Вона формується шляхом додавання до прогнозованого положення \bar{x}_k частини залишку y_k , зваженої коефіцієнтом α :

$$\hat{x}_k = \bar{x}_k + \alpha y_k \quad (1.16)$$

Аналогічно коригується оцінка швидкості \hat{x}_k . До прогнозованої швидкості \bar{x}_k додається частина залишку y_k , зважена коефіцієнтом $\frac{\beta}{\Delta t}$:

$$\hat{x}_k = \bar{x}_k + \frac{\beta}{\Delta t} y_k \quad (1.17)$$

Параметри α та β визначають «поведінку» фільтра.

Коефіцієнт згладжування положення α визначає, наскільки сильно поточне вимірювання впливає на оновлену оцінку положення. Значення α зазвичай лежать в діапазоні $(0,1]$. Цей коефіцієнт показує ступінь важливості вимірювань z порівняно з прогнозованими значеннями \bar{x}_k . Якщо система добре прогнозована, то використовують значення α близькі до нуля, якщо ні – то ближче до одиниці.

Коефіцієнт згладжування швидкості β визначає наскільки залишок вимірювання впливає на оновлену оцінку швидкості. Значення β також зазвичай додатні. Вибір β впливає на стабільність та швидкість адаптації оцінки швидкості.

Існують різні методики вибору оптимальних значень α та β , які часто залежать від характеристик шуму та бажаної реакції фільтра [12, 13]. Для стаціонарного процесу з певними припущеннями щодо шумів, оптимальні значення α та β можуть бути пов'язані між собою.

ГН-фільтри, зокрема $\alpha - \beta$ фільтр, привабливі своєю простотою реалізації та низькими обчислювальними вимогами. Однак, вони не враховують статистичні характеристики шумів процесу та вимірювань так явно, як це робить фільтр Калмана, і їх оптимальність обмежена певними припущеннями.

1.1.1 Фільтри Калмана

Фільтр Калмана, розроблений Рудольфом Калманом, є потужним рекурсивним алгоритмом, який використовує серію вимірювань, що містять статистичний шум та інші неточності, для отримання оптимальних оцінок невідомих змінних стану системи [7]. Він широко застосовується в навігації, управлінні, обробці сигналів, економіці та багатьох інших галузях завдяки своїй ефективності та теоретичній обґрунтованості. Фільтр Калмана є оптимальним лінійним фільтром у сенсі мінімізації середньоквадратичної похибки оцінки за умови, що модель системи є лінійною, а шуми процесу та вимірювань є білими, гаусівськими та некорельованими.

1.2.1.3 Основні принципи та байєсівський підхід

В основі фільтра Калмана лежить байєсівський підхід до оцінювання. Стан системи розглядається як випадковий процес, а знання про нього представлені у вигляді функції щільності ймовірності (PDF). Фільтр ітеративно оновлює цю PDF на кожному кроці, комбінуючи апіорну інформацію з новою інформацією. Для лінійних систем з гаусівськими шумами всі розподіли ймовірностей залишаються гаусівськими, що дозволяє повністю описати їх лише двома параметрами: середнім значенням (оцінкою стану) та коваріаційною матрицею (що характеризує невизначеність цієї оцінки).

Робота фільтра Калмана, як і GN-фільтра, відбувається у два етапи: етап прогнозування, де прогнозується стан системи та його коваріація на поточний момент часу на основі даних попереднього кроку та моделі динаміки системи, та етап корекції, коли прогнозована оцінка покращується за допомогою поточного вимірювання.

1.2.1.4 Математична модель системи у просторі станів

Для застосування фільтра Калмана необхідно описати динаміку системи та процес вимірювань у формі простору станів. Рівняння динаміки

системи (Process Model) описує як вектор стану системи x_k еволюціонує в часі від моменту $k - 1$ до k :

$$x_k = F_k x_{k-1} + B_k u_k + w_{k-1}, \quad (1.18)$$

де x_k – вектор стану в момент k ;

F_k – матриця переходу стану, що пов'язує стан x_{k-1} зі станом x_k ;

B_k – матриця управління (якщо є відомий вхідний керуючий сигнал u_k); якщо керуючий сигнал у задачі відсутній, то цей член опускається;

w_{k-1} – вектор шуму процесу, який вважається білим гаусівським шумом з нульовим середнім та коваріаційною матрицею Q_k , тобто $w_k \sim N(0, Q_k)$. Q_k відображає невизначеності в моделі динаміки.

Наступним, розглянемо рівняння вимірювань (Measurement Model), що описує зв'язок між вектором вимірювань z_k та вектором стану x_k в момент часу k :

$$z_k = H_k x_k + v_k, \quad (1.19)$$

де z_k – вектор вимірювань в момент k ;

H_k – матриця вимірювань, яка відображає істинний стан x_k у простір вимірювань;

v_k – вектор шуму вимірювань, який вважається білим гаусівським шумом з нульовим середнім та коваріаційною матрицею R_k , тобто $v_k \sim N(0, R_k)$. R_k характеризує точність сенсорів.

Передбачається що шуми процесу w_k та вимірювань v_k є взаємно некорельованими.

1.2.1.5 Рівняння фільтра Калмана

На основі цих моделей, крок прогнозування (predict) у алгоритмі фільтра Калмана складається з наступних рекурсивних рівнянь:

$$\bar{x}_k = F_k \hat{x}_{k-1} + B_k u_k \quad (1.20)$$

$$\bar{P}_k = F_k P_{k-1} F_k^T + Q_k, \quad (1.21)$$

де \bar{P}_k – прогнозована коваріація похибки оцінки;

P_k – апостеріорна коваріація похибки на кроці k .

При надходженні нового вимірювання z_k наступні рівняння описують отримання апостеріорних значень:

$$K_k = \bar{P}_k H_k^T (H_k \bar{P}_k H_k^T + R_k)^{-1} \quad (1.22)$$

$$\hat{x}_k = \bar{x}_k + K_k (z_k - H_k \bar{x}_k) \quad (1.23)$$

$$P_k = (I - K_k H_k) \bar{P}_k, \quad (1.24)$$

де K_k – коефіцієнт посилення Калмана (Kalman Gain);

I – одинична матриця.

На етапі ініціалізації алгоритму необхідні початкові умови стану \hat{x}_0 та її коваріація P_0 .

1.2.1.6 Особливості налаштування та застосування

Ефективність фільтра Калмана значною мірою залежить від правильного вибору моделі системи (F_k) та статистичних характеристик шумів (коваріаційних матриць Q_k та R_k). Визначення цих матриць є окремою повноцінною задачею, що потребує експериментального налаштування або використання адаптивних підходів [2, 3]. Неправильний вибір цих параметрів може призвести до погіршення якості фільтрації, а в деяких випадках і до розбіжності фільтра.

Незважаючи на свою оптимальність за певних умов, класичний фільтр Калмана має обмеження: він призначений для лінійних систем. У даній роботі розглядаються лінійні моделі руху, для яких класичний фільтр Калмана є адекватним інструментом. Ще одним обмеженням є припущення, що природа шуму підпорядковується гаусівському розподілу.

1.3 Критерії оцінки ефективності алгоритмів фільтрації

Для об'єктивного порівняння продуктивності різних алгоритмів фільтрації та визначення їх здатності точно оцінювати стан об'єкта необхідно використовувати кількісні метрики. У даній роботі ці метрики базуються на порівнянні оціненої траєкторії \hat{x}_k з істинною траєкторією x_k^{true} , яка відома завдяки використанню синтетичних даних. Розглянемо дві поширені критерії оцінки ефективності фільтрації, що використовуються в даній роботі.

1.3.1 Середньоквадратична похибка

RMSE (Root Mean Square Error) є однією з найбільш популярних метрик для оцінки точності прогнозування або оцінювання. Вона вимірює середньоквадратичне відхилення між оціненими та істинними значеннями. Для оцінки похибки положення об'єкта, RMSE розраховується як корінь квадратний із середнього значення квадратів евклідових відстаней між оціненим та істинним положенням об'єкта в кожний момент часу k на усьому наборі тестових даних N :

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N ((x_k^{true} - \hat{x}_k)^2 + (y_k^{true} - \hat{y}_k)^2 + (z_k^{true} - \hat{z}_k)^2)}, \quad (1.25)$$

де $(x_k^{true}, y_k^{true}, z_k^{true})$ – істинні координати положення об'єкта в момент часу k ;

$(\hat{x}_k, \hat{y}_k, \hat{z}_k)$ – координати оцінки фільтра.

RMSE використовують для більшого штрафу великих відхилень. Менше значення RMSE вказує на вищу точність фільтра.

1.3.2 Середня абсолютна похибка

MAE (Mean Absolute Error) вимірює середнє абсолютне відхилення між оціненими та істинними значеннями. Для оцінки похибки положення, MAE розраховується як середнє арифметичне модулів евклідових відстаней:

$$MAE = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (|x_k^{true} - \hat{x}_k| + |y_k^{true} - \hat{y}_k| + |z_k^{true} - \hat{z}_k|), \quad (1.26)$$

На відміну від RMSE, MAE менш чутлива до окремих великих викидів у похибках, оскільки не використовує піднесення до квадрату, і дає більш інтуїтивне уявлення про середній розмір похибки.

1.4 Огляд наукових праць за темою дослідження

Аналіз наукових публікацій свідчить про значний інтерес дослідників до проблем підвищення точності та надійності систем відстеження рухомих об'єктів шляхом вдосконалення алгоритмів фільтрації. Важливими напрямками досліджень є порівняльний аналіз ефективності різних типів фільтрів, зокрема фільтрів Калмана та ГН-фільтрів, а також розробка методів, стійких до впливу негаусівських шумів та викидів у вимірюваннях.

Низка робіт присвячена безпосередньому порівнянню фільтра Калмана та ГН-фільтрів. Наприклад, у роботі [1] проведено оцінку ефективності альфа-бета фільтра та фільтра Калмана для відстеження об'єктів, використовуючи метрику RMSE, а також середнє значення та дисперсію помилки. Дослідження [2] фокусується на розробці та аналізі продуктивності фільтра Калмана для відстеження рухомих об'єктів,

пропонуючи стратегію його реалізації на основі зв'язку між RMS-індексом та коваріаційною матрицею. У роботі порівнюється ефективність фільтра при використанні вимірювань, що містять лише позицію, та вимірювань, що містять позицію та швидкість. Ключовим висновком є те, що використання даних про швидкість суттєво покращує якість фільтрації за метрикою RMSE. Автори [3] також проводять порівняльний аналіз продуктивності альфа-бета-гамма фільтра та фільтра Калмана для відстеження цілей за допомогою радарних вимірювань. Особливістю їх підходу є використання адаптивної матриці коваріації шуму процесу Q , яка змінюється залежно від фази польоту цілі, що, за результатами дослідження, дозволяє досягти кращих показників у порівнянні зі стандартним фільтром Калмана зі статичною матрицею Q та альфа-бета-гамма фільтром, оцінених за допомогою коефіцієнта зниження шуму (NRR). Варто зазначити, що згадані роботи часто базуються на припущенні про незмінний інтервал між вимірюваннями Δt та безперервне спостереження цілі, тоді як у даному магістерському дослідженні розглядаються більш реалістичні сценарії з можливими розривами траєкторій, змінним Δt , та ситуаціями, коли ціль може входити та виходити за межі роботи сенсорів або спостерігатися кількома сенсорами одночасно.

Іншим важливим напрямком досліджень є підвищення стійкості фільтрів, особливо фільтра Калмана, до негаусівських шумів та викидів, оскільки його класична формулювання базується на припущенні про гаусівський характер шумів. У роботі [4] запропоновано фільтр Калмана на основі узагальненого оцінювача типу максимальної правдоподібності (GM-estimator), який дозволяє обмежувати вплив викидів у спостереженнях та інноваціях, а також структурних викидів. У статті також наведено класифікацію різних джерел похибок та типів викидів, що впливають на компоненти моделі Калмана. Дослідження [5] присвячене розробці нового фільтра Калмана для лінійних систем із нестационарним шумом вимірювань

з "важкими хвостами". Запропонований метод рекурсивно оцінює ймовірність змішування, використовуючи попередні оцінки як апіорну інформацію, та демонструє переваги порівняно з існуючими фільтрами при оцінці за допомогою RMSE (або ARMSE, що аналогічно до середнього RMSE, використовуваного у даній роботі). У статті [6] представлено фільтр Калмана на основі критерію максимальної корентропії (MCKF) як альтернативу класичному фільтру, що базується на критерії мінімальної середньоквадратичної похибки (MMSE). Корентропія, як міра схожості між двома випадковими величинами, дозволяє MCKF ефективніше працювати в умовах негаусівських шумів, зокрема імпульсних, що підтверджується експериментами. Це узгоджується з тим, що стандартний фільтр Калмана не є стійким до викидів через своє припущення про гаусівський розподіл шуму.

1.5 Висновки

У даному розділі було проведено аналіз задачі фільтрації даних в системах відстеження рухомих об'єктів. Розглянуто постановку задачі, що полягає в оцінці реального стану об'єкта на основі зашумлених вимірювань, та визначено ключову роль математичних моделей руху, зокрема моделей з постійною швидкістю та постійним прискоренням, у процесі прогнозування стану системи.

Проаналізовано природу та джерела похибок у вимірювальних даних, наголошено на важливості адекватного моделювання шумів. Описано характеристики гаусівського шуму та шуму на основі польоту Леві, які використовуються у даному дослідженні для генерації синтетичних даних, що відображають різні типи випадкових впливів.

Здійснено огляд фундаментальних алгоритмів фільтрації, а саме фільтрів GH (g-h) та фільтрів Калмана. Викладено їхні основні принципи роботи, математичний апарат та особливості застосування для моделей руху з постійною швидкістю та постійним прискоренням.

Визначено ключові критерії оцінки ефективності алгоритмів фільтрації, такі як середньоквадратична похибка (RMSE) та середня абсолютна похибка (MAE), що дозволять кількісно порівняти результати роботи досліджуваних фільтрів.

Нарешті, проведений огляд наукових праць за темою дослідження підтвердив актуальність порівняльного аналізу різних алгоритмів фільтрації та дослідження їх стійкості до шумів різної природи, що визначає наукову новизну та практичну значущість даної магістерської роботи. Теоретичні основи, викладені в цьому розділі, слугуватимуть підґрунтям для розробки програмного забезпечення та проведення експериментальних досліджень у наступних розділах.

2. РОЗРОБКА ТА РЕАЛІЗАЦІЯ СИСТЕМИ ДЛЯ ПОРІВНЯЛЬНОГО АНАЛІЗУ ФІЛЬТРІВ

Цей розділ описує створення програмного середовища, необхідного для дослідження та порівняльного аналізу алгоритмів фільтрації. Розглядаються ключові етапи: генерація синтетичних даних, що імітують рух об'єктів та спостереження радарів, програмна реалізація обраних фільтрів, та методика їхньої оптимізації для подальшої оцінки ефективності.

2.1 Генерація та підготовка синтетичних даних

Для об'єктивного дослідження та порівняння ефективності алгоритмів фільтрації ключове значення має використання наборів даних з відомими істинними параметрами руху об'єктів та контрольованими характеристиками шумів. Саме тому в даній роботі було розроблено комплекс процедур для генерації синтетичних даних. Наступні підпункти детально описують процес створення траєкторій, моделювання динаміки об'єктів, внесення реалістичних шумів у вимірювання, імітацію роботи радарних систем та фінальну структуру отриманих наборів даних.

2.1.1 Опис процесу генерації траєкторії руху об'єктів

Істинні траєкторії руху об'єктів, що є основою для подальшого моделювання, генерувалися наступним чином. У межах заздалегідь визначеного тривимірного простору симуляції для кожної майбутньої траєкторії програмно створювалася випадкова просторова крива Безье [14]. Приклад кількох таких згенерованих кривих у просторі показано на рисунку 2.1.1.

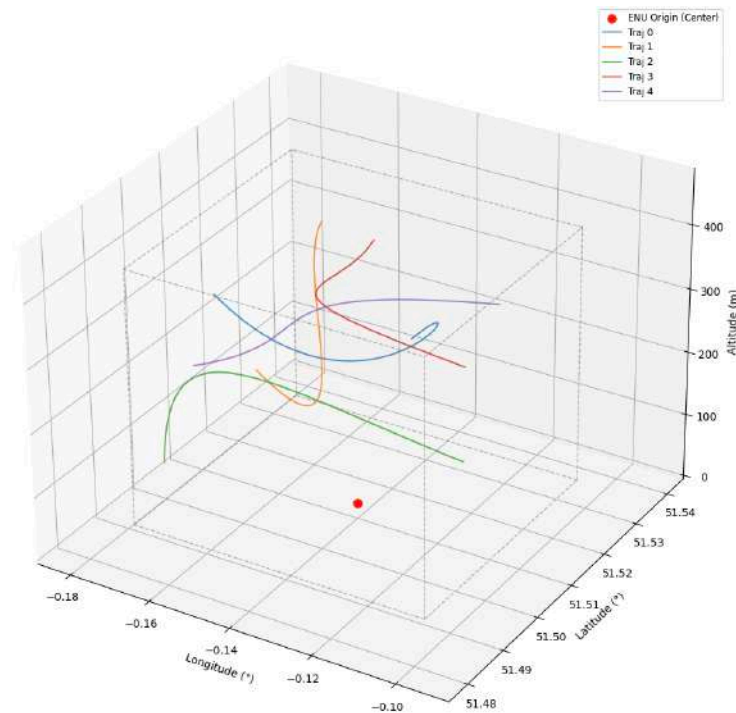


Рисунок 2.1.1 – Приклад згенерованої еталонної траєкторії об'єкта на основі кривої Безьє у тривимірному просторі

Далі, на кривій було рівномірно розміщено задану кількість опорних точок. Отримана послідовність таких опорних точок, що описують плавний, але варіативний маршрут, і слугувала еталонною траєкторією для подальшого етапу фізичного моделювання динаміки руху об'єкта. Такий підхід дозволив отримати різноманітні та непередбачувані траєкторії, що включають як плавні повороти, так і відносно прямолінійні ділянки, забезпечуючи репрезентативність даних.

2.1.2 Моделювання динаміки руху об'єктів з використанням фізичного рушія PyBullet

Еталонні траєкторії, отримані на попередньому етапі (див. 2.1.1) у вигляді послідовності опорних точок, слугували завданням для детального моделювання динаміки польоту. Для цього було використано фізичний рушій PyBullet. У якості об'єкта виступала модель квадрокоптера, завданням якого було послідовно пролетіти через усі опорні точки заданої

траєкторії, починаючи з першої та закінчуючи останньою. Якщо квадрокоптер успішно завершував проходження всього маршруту, дані його фактичного польоту (координати, швидкості в кожен момент часу) зберігалися для подальшого аналізу. У випадку ж невдачі – наприклад, якщо дрон втрачав керування, падав або не міг досягти наступної точки за відведений час – дана симуляція вважалася неуспішною, її результати відкидалися, і система переходила до наступної симуляції. Такий підхід дозволив не лише отримати реалістичні траєкторії, але й відфільтрувати ті початково згенеровані маршрути на основі кривих Безьє, які виявлялися фізично нездійсненними для моделі квадрокоптера. На рисунку 2.1.2 показано приклад початкової траєкторії, заданої кривою Безьє (пунктирна лінія), та фактичної траєкторії руху квадрокоптера (суцільна лінія), отриманої в результаті фізичної симуляції.

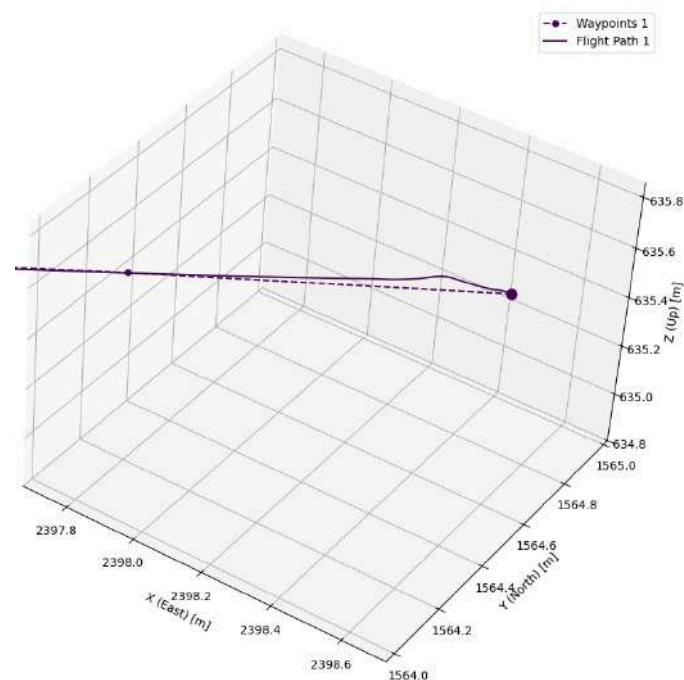


Рисунок 2.1.2 – Порівняння запланованої траєкторії на основі кривої Безьє (пунктирна лінія) та фактичної траєкторії руху квадрокоптера (суцільна лінія) за результатами фізичного моделювання в PyBullet

Саме дані фактичного, успішно змодельованого польоту об'єкта в середовищі PyBullet, що враховують динамічні обмеження та взаємодію, розглядаються в даній роботі як істинні траєкторії. Надалі саме з цими даними будуть порівнюватися оцінки стану, отримані за допомогою досліджуваних алгоритмів фільтрації.

2.1.3 Симуляція радарних вимірювань та моделювання похибок

Отримані на попередньому етапі істинні траєкторії руху об'єктів слугували основою для генерації даних, що імітують спостереження від мережі радарних систем.

Для кожної симульованої траєкторії об'єкта радари розміщувалися за наступним алгоритмом: обиралася випадкова опорна точка на істинній траєкторії об'єкта, і відносно неї, на випадковій відстані (в межах заданого мінімального та максимального зміщення) та за випадковим азимутом, визначалося положення радара. Висота кожного радара також обиралася випадково в межах визначеного діапазону. При розміщенні кількох радарів контролювалася мінімальна відстань між ними для забезпечення різноманітності точок спостереження. Серед параметрів, що налаштовувалися для кожної серії експериментів були максимальна кількість радарів, що одночасно спостерігають за об'єктом, їхня частота сканування та максимальний радіус виявлення.

У кожен момент часу, відповідно до частоти сканування кожного радара, перевірялося, чи знаходиться об'єкт в межах його радіуса виявлення. Якщо об'єкт це було так, радар генерував вимірювання його поточного положення. Це вимірювання формувалося шляхом взяття істинних координат об'єкта (x , y , z) та додавання до кожної з цих координат випадкової похибки.

Для імітації різних типів спотворень, властивих реальним сенсорам, використовувалися дві моделі шуму, детально описані в Розділі 1:

Гаусівський (нормальний) шум: до кожної координати (x , y , z) істинного положення об'єкта, виміряного конкретним радаром, додавалася випадкова величина, згенерована з нормального розподілу з нульовим середнім та заданим середньоквадратичним відхиленням (σ).

Шум на основі польоту Леві: для імітації рідкісних, але значних за амплітудою викидів (грубих похибок) в даних, до координат також міг додаватися шум, згенерований на основі розподілу Леві з параметром стійкості $\alpha = 1.5$.

Варто зазначити, що хоча система потенційно дозволяє одночасне накладання обох типів похибок, у даному дослідженні для чіткості аналізу Гаусівський шум та шум на основі польоту Леві застосовувалися до наборів даних окремо, формуючи різні експериментальні умови.

Таким чином, кожне радарне вимірювання в синтезованому наборі даних є результатом комплексного процесу, що враховує унікальне для кожної траєкторії позиціонування радарів, геометрію спостереження, обмеження сенсорів та стохастичну природу похибок. На рисунках 2.1.3 – 2.1.4 зображено приклад однієї з траєкторій польоту об'єкта (пунктирна лінія) разом із розташуванням радарів (трикутники) та їхніх вимірювань (точки).

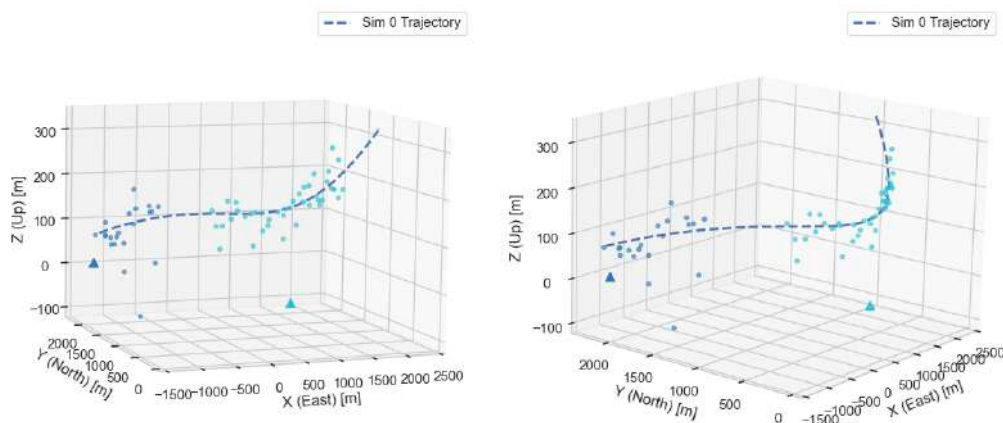


Рисунок 2.1.3 – Тривимірна схема спостереження об'єкта радарями та формування зашумлених вимірювань

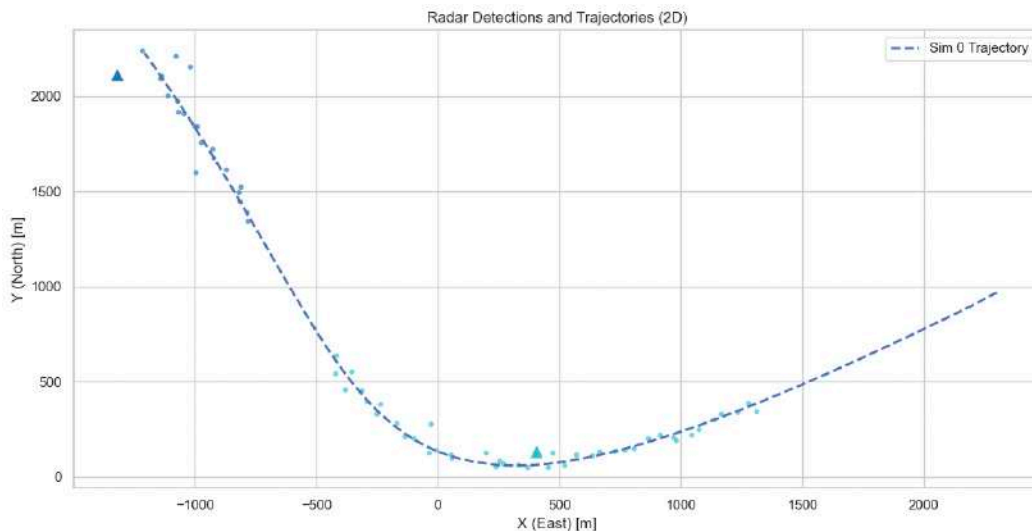


Рисунок 2.1.4 – Двовимірна схема спостереження об'єкта радарми та формування зашумлених вимірювань

Важливо зазначити, що для кожної окремої істинної траєкторії генерувався свій унікальний набір позицій радарів та проводилася відповідна симуляція сканування. Система моделювала відстеження лише одного об'єкта в один момент часу; одночасне відстеження кількох цілей виходить за рамки даного дослідження і є напрямком для майбутніх робіт.

2.1.4 Структура та характеристики синтезованих наборів даних

В результаті виконання описаних вище процедур генерації траєкторій (2.1.1), фізичного моделювання руху (2.1.2) та симуляції радарних вимірювань з накладанням похибок (2.1.3), було сформовано набори синтетичних даних, призначені для навчання та тестування алгоритмів фільтрації. Кожен такий набір для окремої траєкторії польоту включає два ключові компоненти. По-перше, це істинні дані про рух об'єкта – часові ряди, що містять точні координати (x, y, z) та компоненти швидкості в кожен дискретний момент часу, отримані на етапі фізичного моделювання. Ці дані слугують еталоном для оцінки якості роботи фільтрів. По-друге, це дані радарних вимірювань, які представляють собою часові ряди зашумлених вимірювань координат (x, y, z) об'єкта, отримані від змодельованих радарів,

кожне з яких супроводжується міткою часу, ідентифікатором радара та ідентифікатором симуляції. Залежно від експериментальної серії, ці вимірювання містять або Гаусівський шум, або шум на основі польоту Леві. Сформовані набори даних характеризуються різноманітністю траєкторій, а також реалістичним моделюванням процесу радарного спостереження, включаючи можливі пропуски даних (коли об'єкт поза зоною дії радарів) або накладання вимірювань кількох радарів (об'єкт у зоні дії кількох радарів). Це забезпечує надійну основу для дослідження поведінки та ефективності різних алгоритмів фільтрації в умовах, наближених до реальних.

2.2 Програмна реалізація досліджуваних фільтрів

Маючи у розпорядженні набори синтетичних даних, описані в попередньому підрозділі (2.1), наступним кроком є програмна реалізація алгоритмів фільтрації. Для дослідження було обрано декілька ключових фільтрів, теоретичні основи та математичний апарат яких детально розглянуто у Розділі 1. Зокрема, реалізовано фільтр ГН для моделі руху з постійним прискоренням, а також три варіанти фільтра Калмана: для моделей руху з постійною швидкістю (CV), постійним прискоренням (CA) та постійним ривком (CJ). У наступних підпунктах буде описано особливості реалізації кожного з цих фільтрів та ключові параметри, що підлягають налаштуванню.

2.2.1 Реалізація фільтра ГН з постійним прискоренням

Першим з реалізованих алгоритмів є фільтр ГН. Його програмна реалізація базується на класичній двокомпонентній структурі $\alpha - \beta$ фільтра, призначеній для рекурсивної оцінки поточного положення та швидкості об'єкта. Детальний опис математичного апарату та рівнянь прогнозування і корекції для $\alpha - \beta$ фільтра наведено у Розділі 1 (формули 1.14 – 1.17).

У програмній реалізації коефіцієнти фільтра α та β , що визначають ваги для корекції положення та швидкості відповідно, представлені параметрами g та h . Ці два параметри є основними для налаштування та оптимізації даного фільтра.

2.2.2 Реалізація фільтра Калмана для різних моделей руху

Фільтр Калмана, як потужний рекурсивний алгоритм, був реалізований для оцінки стану об'єкта, що рухається за трьома різними кінематичними моделями: CV, SA та CJ (див. 1.1.2). Загальна структура алгоритму фільтра Калмана, що включає етапи прогнозування та корекції (формули [1.18 – 1.24]), залишається незмінною. Адаптація до конкретної моделі руху досягається через відповідне визначення вектора стану системи та матриць, що описують її динаміку та процес вимірювання.

2.2.2.1 Визначення моделі системи

Для кожної моделі руху був визначений відповідний вектор стану x_k :

- CV: $x_k = [x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}]^T$
- SA: $x_k = [x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, \ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}]^T$
- CJ: $x_k = [x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, \ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}, \ddot{\ddot{x}}, \ddot{\ddot{y}}, \ddot{\ddot{z}}]^T$

Матриця переходу стану F_k будується на основі рівнянь кінематичної моделі, наведених у першому розділі (формули 1.3-1.4 для CV, 1.5-1.7 для SA, 1.8-1.11 для CJ). Вона залежить від часового інтервалу Δt між вимірюваннями і визначає як вектор стану змінюється з часом за відсутності шумів.

Оскільки вектор вимірювань z_k містить лише координати положення об'єкта, то матриця вимірювань H_k має відповідну структуру для перетворення у простір вимірювань вектор стану x_k . Для усіх трьох моделей руху (CV, SA, CJ) вона виділяє перші три компоненти з вектора стану. Для прикладу, для моделі CV матриця H_k виглядає наступним чином:

$$H_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

2.2.2.2 Визначення статистичних характеристик шумів

Визначення статистичних характеристик шумів: Важливим аспектом конфігурації фільтра Калмана є визначення коваріаційних матриць шумів. Матриця коваріації шуму вимірювань R характеризує точність сенсорних даних. Вона є діагональною, оскільки передбачається, що шуми вимірювань за різними координатами є незалежними. Значення на діагоналі відповідають дисперсіям шумів для кожної координати.

Матриця коваріації шуму процесу Q відображає невизначеність самої моделі руху, тобто наскільки реальний рух об'єкта може відхилитися від моделі руху (CV, SA або CJ) через невраховані фактори (наприклад, пориви вітру для дрона, маневри). Формування матриці Q є нетривіальною задачею; у даній роботі використовувався підхід, описаний в [11], де матриця Q розраховується на основі припущення про дискретний білий шум, що впливає на старші похідні стану (швидкість, прискорення або ривок залежно від моделі). Конкретні значення елементів матриці Q підбиралися в процесі оптимізації.

Таким чином, для кожної з моделей руху (CV, SA, CJ) фільтр Калмана конфігурується відповідними матрицями F_k , H_k , Q_k , R_k та початковим значенням P_0 , що дозволяє адаптувати його до специфіки очікуваної динаміки об'єкта та характеристик вимірювальної системи.

2.3 Методика оптимізації параметрів фільтрів

Ефективність роботи фільтрів ГН та Калмана значною мірою залежить від коректного вибору їхніх параметрів. Для фільтра ГН такими параметрами є коефіцієнти g та h , а для фільтра Калмана – елементи коваріаційних матриць шумів процесу Q та вимірювань R . Хоча деякі з цих параметрів можуть бути оцінені на основі апріорних знань про систему (наприклад, характеристики сенсорів для R), точне налаштування, особливо для матриці Q , часто вимагає емпіричного підходу. Неоптимальний вибір параметрів може призвести до погіршення якості фільтрації: занадто малі значення можуть зробити фільтр повільним та нечутливим до змін у русі об'єкта, тоді як занадто великі – призвести до надмірної реакції на шум у вимірюваннях.

Тому для досягнення найкращої можливої продуктивності фільтрів у рамках даного дослідження було застосовано методику оптимізації їхніх параметрів.

2.3.1 Розподіл даних на навчальну та тестову вибірки

Для об'єктивної оцінки та запобігання перенавчанню фільтрів, весь набір згенерованих синтетичних траєкторій, описаних у підрозділі 2.1, було розділено на дві незалежні підмножини: навчальну (або оптимізаційну) та тестову. Навчальна вибірка використовувалася безпосередньо в процесі пошуку оптимальних параметрів для кожного з досліджуваних фільтрів – ГН та Калмана з різними моделями руху. Саме на основі результатів роботи фільтрів на цих даних відбувалася ітеративна зміна параметрів з метою мінімізації обраної функції втрат, що детальніше описано у наступних підпунктах.

Тестова вибірка, натомість, не брала жодної участі в процесі оптимізації. Вона слугувала для фінальної, незалежної оцінки якості роботи фільтрів вже після того, як їхні параметри були підібрані на навчальній

вибірці. Результати, отримані на тестовій вибірці, дозволяють зробити обґрунтований висновок про здатність фільтрів узагальнювати свою ефективність на нових, раніше не бачених даних. Це є критично важливим для оцінки їхньої практичної придатності та надійності.

2.3.2 Процедура пошуку оптимальних параметрів

Після розподілу даних на навчальну та тестову вибірки, для кожної комбінації "фільтр - модель руху - тип шуму" було запущено процедуру пошуку оптимальних параметрів. Цей процес мав на меті знайти такі значення параметрів фільтра, які б мінімізували середню похибку фільтрації на траєкторіях з навчальної вибірки.

Для фільтра ГН з постійним прискоренням оптимізувалися коефіцієнти g та h . Для фільтрів Калмана (CV, CA, CJ) оптимізації підлягали ключові елементи матриць коваріації шумів процесу Q та вимірювань R . Важливо зазначити, що хоча матриця R може визначатися апріорно на основі відомих характеристик сенсорів, у даному дослідженні діагональні елементи матриці R (що відповідають дисперсіям шумів вимірювань за кожною координатою) також підбиралися в ході оптимізації.

Процедура пошуку оптимальних параметрів ґрунтувалася на ітеративному переборі значень з попередньо визначеного діапазону для кожного параметра, що оптимізується. Для кожної комбінації параметрів фільтр застосовувався до всіх траєкторій навчальної вибірки, після чого розраховувалася усереднена метрика якості (описана в 2.3.3). Комбінація параметрів, що забезпечувала найкраще значення метрики на навчальній вибірці, вважалася оптимальною для даного фільтра та умов.

2.3.3 Функція метрики для оцінки фільтрації

Для кількісної оцінки якості роботи фільтрів та керування процесом оптимізації їхніх параметрів використовувалася метрика RMSE (формула 1.25) між істинним положенням об'єкта та його оцінкою, отриманою за

допомогою фільтра. Вибір RMSE як основної метрики обумовлений її поширеністю в задачах відстеження та тим, що вона сильніше штрафує великі відхилення, що сприяє досягненню вищої точності фільтрації. Усереднене значення RMSE по всіх траєкторіях навчальної вибірки слугувало цільовою функцією, яку необхідно було мінімізувати в процесі пошуку оптимальних параметрів фільтрів. Для ширшого розуміння якості фільтрації метрика MAE (формула 1.26) також рахувалася, але не була цільовою.

2.3.4 Оптимізація параметрів попередньої обробки методом ковзного середнього

Окрім оптимізації параметрів самих фільтрів ГН та Калмана, досліджувався вплив попередньої обробки вхідних зашумлених даних методом ковзного середнього. Такий підхід особливо актуальний при роботі з негаусівськими типами шумів, наприклад, шумом на основі польоту Леві, який характеризується наявністю значних викидів. Фільтр Калмана, розроблений в припущенні гаусівського характеру шумів, може бути чутливим до таких викидів у даних вимірювання, що призводить до погіршення якості оцінювання. Метод ковзного середнього, застосований як етап попередньої обробки, має на меті згладити ці викиди та зменшити їхній вплив на основний фільтр, потенційно покращуючи загальну точність.

Ефективність методу ковзного середнього залежить не лише від розміру вікна (кількості послідовних вимірювань, що враховуються), але й від вагових коефіцієнтів, що застосовуються до значень всередині цього вікна. Різні схеми зважування (наприклад, просте усереднення, де всі ваги однакові, або експоненційне зважування, де новіші дані мають більшу вагу) можуть по-різному впливати на результат згладжування.

Тому, оптимальні параметри для попередньої обробки – як розмір вікна, так і схема зважування – визначалися емпірично на навчальній вибірці. Процедура полягала в переборі різних конфігурацій ковзного

середнього. Цей підхід дозволив підібрати такі параметри згладжування, які найкращим чином знижують негативний вплив викидів у даних, особливо при роботі з негаусівським шумом, перед подачею даних на основний алгоритм фільтрації.

2.4 Висновки

Даний розділ присвячено створенню інструментарію та підготовці даних для подальшого експериментального аналізу алгоритмів фільтрації. Було розроблено підхід до генерації синтетичних траєкторій, що поєднує математичне моделювання на основі кривих Безьє з фізичною симуляцією руху квадрокоптера. Цей підхід дозволив отримати реалістичні дані, які потім були зашумлені з використанням як Гаусівської моделі, так і моделі на основі польоту Леві, імітуючи вимірювання радарних систем.

Далі, було здійснено програмну реалізацію досліджуваних фільтрів: фільтра ГН та фільтра Калмана, адаптованого для трьох різних моделей руху (CV, CA, CJ). Для забезпечення максимальної ефективності цих фільтрів було застосовано методику їхньої параметричної оптимізації. Ключовою метрикою оптимізації було використано середнє значення RMSE на навчальній вибірці.

Таким чином, завершення розробки інструментів, описаних у цьому розділі, дозволяє перейти до порівняльного дослідження ефективності алгоритмів фільтрації.

3. ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ ФІЛЬТРІВ ТА АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ

Цей розділ присвячений безпосередньому експериментальному дослідженню ефективності розроблених фільтрів на підготовлених наборах даних. Тут буде представлено план експериментів, наведено та проаналізовано отримані кількісні та якісні результати, що дозволить зробити обґрунтовані висновки щодо переваг та недоліків кожного з підходів у різних умовах, зокрема при обробці даних з різними типами шумів.

3.1 План та умови експериментального дослідження

Метою даного експериментального дослідження є всебічна оцінка та порівняння ефективності фільтра GH та фільтра Калмана з різними моделями руху (CV, CA, CJ) в задачі відстеження траєкторій рухомих об'єктів. Дослідження базується на аналізі синтетичних наборів даних, процес генерації яких детально описано у Розділі 2.1.

Для експериментів було використано 133 успішно згенеровані унікальні траєкторії руху. Кожна істинна траєкторія супроводжувалася двома варіантами зашумлених вимірювань: перший – з використанням адитивного білого Гаусового шуму, другий – з використанням шуму, що моделюється на основі розподілу Леві, для імітації наявності аномальних викидів у даних. Симуляції проводилися у просторі розміром 5 км x 5 км із максимальною висотою 400 м, а середня швидкість руху об'єкта під час руху становила близько 50 м/с. Згідно конфігурації кожна траєкторія сканувалася максимум двома радарми з частотою сканування 1 Гц та максимальною дистанцією виявлення 1 км.

Згенерований набір даних для кожного типу шуму було розділено на навчальну та тестову вибірки у співвідношенні 30% на 70%. Такий розподіл

було обрано з урахуванням обмежень обчислювальних ресурсів, необхідних для оптимізації параметрів фільтрів, що передбачає перебір значної кількості комбінацій. Навчальна вибірка використовувалася для оптимізації параметрів фільтрів, тоді як тестова вибірка слугувала для незалежної оцінки їхньої узагальнюючої здатності та кінцевої ефективності.

Оцінка якості роботи фільтрів проводилася на основі наступних метрик RMSE та MAE окремо для позиції і окремо для швидкості об'єкта.

Результати експериментів будуть представлені у вигляді таблиць з оптимальними параметрами та узагальненими значеннями метрик, а також графіків (стовпчастих діаграм), що наочно демонструють порівняльну ефективність досліджуваних фільтрів за кожною з метрик як на навчальній, так і на тестовій вибірках для обох типів шумів. Додатково буде проведено якісний аналіз на основі візуалізацій окремих прикладів відфільтрованих траєкторій.

3.2 Представлення оптимальних параметрів фільтрів

Перед тим, як перейти до аналізу ефективності фільтрів, важливо представити оптимальні набори параметрів, які були визначені для кожного з них у процесі, описаному в Розділі 2.3. Ці параметри були підібрані шляхом мінімізації RMSE на навчальній вибірці для кожного типу шуму. Отримані значення параметрів надалі використовувалися для оцінки продуктивності фільтрів на тестових даних.

3.2.1 Оптимальні параметри для фільтра GN

Для фільтра GN були визначені наступні оптимальні значення коефіцієнтів g (для згладжування положення) та h (для згладжування швидкості), а також параметри попередньої обробки методом ковзного середнього з використанням експоненційного розподілу ваг:

Таблиця 3.1 – Оптимальні параметри фільтра ГН для даних з Гаусівським шумом

| Параметр | Значення |
|----------------------------------|-----------------|
| Коефіцієнт g | ≈ 0.737 |
| Коефіцієнт h | ≈ 0.316 |
| Розмір вікна ковзного середнього | 2 |
| α ковзного середнього | 0.03 |

Таблиця 3.2 – Оптимальні параметри фільтра ГН для даних з шумом Леві

| Параметр | Значення |
|----------------------------------|-----------------|
| Коефіцієнт g | ≈ 0.490 |
| Коефіцієнт h | ≈ 0.163 |
| Розмір вікна ковзного середнього | 13 |
| α ковзного середнього | 0.05 |

Як видно з таблиць, оптимальні значення коефіцієнтів g та h відрізняються для різних типів шуму. Так, коефіцієнт g більший при накладанні гаусівського шуму, що свідчить про те, що фільтр «довіряє» вимірюванням більше при застосуванні гаусівського шуму, ніж шуму на основі польоту Леві. Також відрізняються оптимальні параметри для попередньої обробки: для даних з шумом Леві використовується значно більше вікно ковзного середнього та інший коефіцієнт згладжування α , що спрямовано на ефективніше згладжування аномальних викидів.

3.2.2 Оптимальні параметри для фільтра Калмана

Для фільтрів Калмана, реалізованих з трьома різними моделями руху також були визначені оптимальні параметри. Ці параметри включають елементи діагональної матриці коваріації шуму вимірювань R (що відповідають дисперсіям шумів по осях X, Y, Z), скалярний параметр σ_q , що використовується для формування матриці коваріації шуму процесу Q , та

значення початкової матриці коваріації помилки оцінки P , яке для всіх експериментів було встановлено як $P = 10000 \cdot I$, де I – одинична матриця відповідної розмірності. Також наведено параметри попередньої обробки сигналів вимірювань методом ковзного середнього.

Таблиця 3.3 – Оптимальні параметри фільтра ГН для даних з шумом Леві

| Фільтр | R (діагональ R_x, R_y, R_z) | σ_q | Вікно ковз. сер. | α ковз.сер. |
|--------|--|-----------------|------------------|--------------------|
| KF_CV | $[9 \cdot 10^{-10}, 1.5 \cdot 10^{-9}, 2 \cdot 10^{-4}]$ | ≈ 0.003 | 2 | 0.05 |
| KF_CA | $[0.435, 0.725, 96658.6]$ | ≈ 0.574 | 10 | 0.01 |
| KF_CJ | $[0.008, 0.013, 1771.7]$ | ≈ 0.008 | 8 | 0.001 |

Таблиця 3.4 – Оптимальні параметри фільтрів Калмана для даних з шумом Леві

| Фільтр | R (діагональ R_x, R_y, R_z) | σ_q | Вікно ковз. сер. | α ковз.сер. |
|--------|--|-----------------|------------------|--------------------|
| KF_CV | $[1.27 \cdot 10^{-4}, 6.33 \cdot 10^{-5}, 2.53 \cdot 10^{-4}]$ | ≈ 0.006 | 3 | 0.3 |
| KF_CA | $[52233.5, 26116.7, 104466.9]$ | ≈ 4.833 | 13 | 0.05 |
| KF_CJ | $[52233.5, 26116.7, 104466.9]$ | ≈ 1.274 | 12 | 0.05 |

Аналіз таблиць показує, що оптимальні значення елементів матриці R та параметра σ_q суттєво відрізняються не тільки для різних моделей руху (CV, CA, CJ), але й для різних типів шуму. Це вказує на високу чутливість фільтра Калмана до правильного налаштування статистичних характеристик шумів. Параметри попередньої обробки також адаптуються до типу шуму, зокрема, для даних з шумом Леві спостерігаються більші вікна ковзного середнього, що зменшує вплив викидів перед подачею даних на фільтр.

3.3 Аналіз ефективності фільтрів на даних з Гаусівським шумом

Ефективність фільтрів оцінювалася на даних з Гаусівським шумом як на навчальній, так і на тестовій вибірках. Це дозволяє оцінити їхню здатність до узагальнення на нових, раніше не бачених даних. Результати для обох вибірок представлені в Таблиці 3.5:

Таблиця 3.5 – Результати фільтрації на навчальній та тестовій вибірках (Гаусівський шум)

| Метрика | Без фільтра | GH | KF_CV | KF_CA | KF_CJ |
|-----------------------|-------------|--------------|---------|--------------|--------|
| Position RMSE (Train) | 12.567 | 11.552 | 15.087 | 9.695 | 12.293 |
| Position RMSE (Test) | 12.512 | 11.437 | 16.929 | 9.885 | 12.052 |
| Position MAE (Train) | 10.007 | 8.584 | 11.787 | 7.672 | 9.658 |
| Position MAE (Test) | 9.930 | 8.420 | 12.099 | 7.867 | 9.465 |
| Velocity RMSE (Train) | 24.013 | 8.395 | 451.977 | 8.830 | 13.116 |
| Velocity RMSE (Test) | 24.042 | 8.259 | 433.265 | 8.748 | 12.775 |
| Velocity MAE (Train) | 22.125 | 5.412 | 317.751 | 6.350 | 8.727 |
| Velocity MAE (Test) | 22.327 | 5.230 | 300.787 | 6.348 | 8.473 |

Окрім цього, на рисунку 3.3.1 представлено діаграму розподілу середніх похибок на тестовому наборі даних:

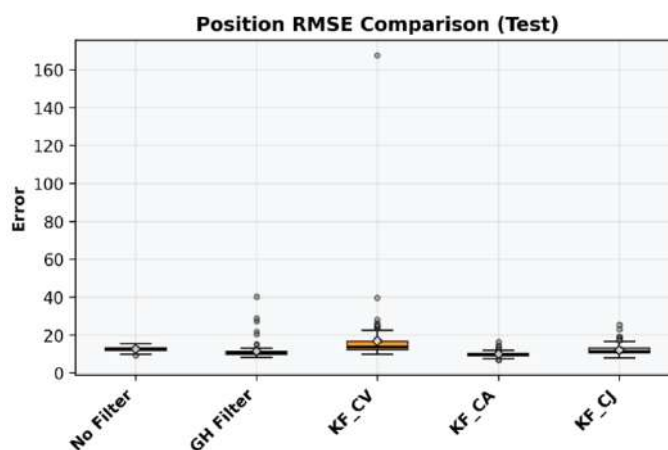


Рисунок 3.3.1 – Діаграма розподілу похибок положення за метрикою RMSE на тестовому наборі даних (Гаусівський шум)

Однак, оскільки фільтр KF_CV мав значно гірші оцінки під час експериментів, у наступних діаграмах його буде вилучено для кращого розуміння відмінностей між фільтрами, які показали себе краще.

На рисунку 3.3.2 наведено діаграму розподілу похибок швидкості на тестовому наборі даних:

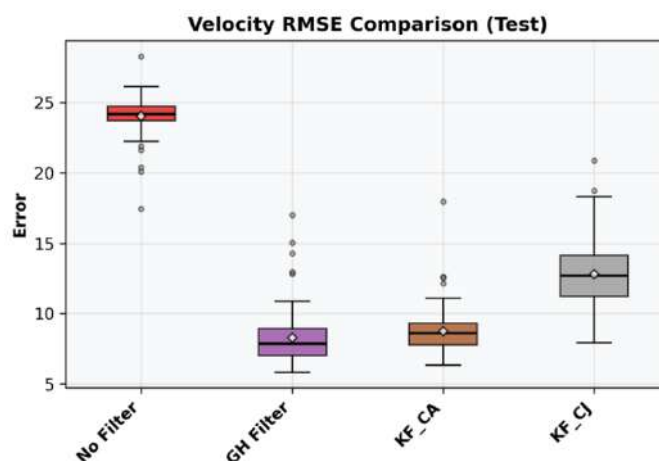


Рисунок 3.3.2 – Діаграма розподілу похибок швидкості за метрикою RMSE на тестовому наборі даних (Гаусівський шум)

3.3.1 Аналіз оцінки положення

Фільтр Калмана з моделлю постійного прискорення (KF_CA) продемонстрував найкращу точність в оцінці положення об'єкта як на навчальній, так і на тестовій вибірці. Незначне погіршення метрик на тестовій вибірці порівняно з навчальною є очікуваним і свідчить про добру узагальнюючу здатність моделі.

Фільтр GH також показав стабільні результати, покращуючи точність порівняно з вихідними даними ("Без фільтра") і маючи близькі значення метрик на обох вибірках.

Фільтр Калмана з моделлю постійної швидкості (KF_CV) показав найгірші результати, причому його ефективність виявилася нижчою, ніж у випадку відсутності фільтрації. Це вказує на те, що дана модель руху є неадекватною для опису динаміки симульованих об'єктів.

Фільтр Калмана з моделлю постійного ривка (KF_CJ) на тестовій вибірці показав покращення порівняно з навчальною, і його точність виявилася кращою, ніж у KF_CV, але гіршою, ніж у GH та KF_SA.

3.3.2 Аналіз оцінки швидкості

В оцінці швидкості найкращі та дуже стабільні результати на обох вибірках продемонстрував фільтр GH. Це вказує на його ефективність для задач, де точна оцінка швидкості є пріоритетною.

Фільтр KF_SA також показав хороші та стабільні результати в оцінці швидкості, лише незначно поступаючись фільтру GH на тестовій вибірці.

Фільтр KF_CV знову мав дуже високі похибки в оцінці швидкості, підтверджуючи свою невідповідність.

Фільтр KF_CJ мав вищі помилки швидкості порівняно з GH та KF_SA, але його результати на тестовій вибірці також були стабільними (навіть дещо кращими, ніж на навчальній).

3.3.3 Висновки для Гаусівського шуму

Фільтр KF_SA є найкращим компромісом для оцінки положення об'єкта, у той час як фільтр GH є найкращим для оцінки швидкості. Всі фільтри (окрім KF_CV) показали добру узагальнюючу здатність, оскільки результати на тестовій вибірці близькі до результатів на навчальній, або навіть дещо кращі, що свідчить про відсутність значного перенавчання. Також експерименти показали, що модель руху з постійною швидкістю (KF_CV) виявилася непридатною для даного типу траєкторій та умов.

3.4 Аналіз ефективності фільтрів на даних з шумом Леві

Проведемо аналіз ефективності досліджуваних фільтрів на даних, що містять шум, змодельований на основі розподілу Леві. Цей тип шуму характеризується наявністю аномальних викидів, що становить особливий виклик для алгоритмів фільтрації. Результати оцінки ефективності фільтрів

на навчальній та тестовій вибірках для цього типу шуму представлені в Таблиці 3.6:

Таблиця 3.6 – Результати фільтрації на навчальній та тестовій вибірках (шум польоту Леві)

| Метрика | Без фільтру | GH | KF_CV | KF_CA | KF_CJ |
|-----------------------|-------------|---------------|---------|---------------|--------|
| Position RMSE (Train) | 39.439 | 29.230 | 33.845 | 27.277 | 29.608 |
| Position RMSE (Test) | 41.798 | 31.499 | 35.511 | 29.365 | 31.439 |
| Position MAE (Train) | 20.444 | 17.886 | 20.481 | 18.082 | 19.132 |
| Position MAE (Test) | 20.449 | 18.396 | 20.397 | 19.008 | 19.797 |
| Velocity RMSE (Train) | 24.013 | 12.384 | 474.622 | 13.244 | 18.477 |
| Velocity RMSE (Test) | 24.042 | 13.075 | 459.790 | 14.161 | 19.585 |
| Velocity MAE (Train) | 22.125 | 7.570 | 334.961 | 8.871 | 12.410 |
| Velocity MAE (Test) | 22.327 | 7.675 | 313.543 | 9.269 | 12.927 |

На рисунках 3.3.3 – 3.3.6 представлені діаграми розподілу похибок на тестовому наборі даних для даного типу шуму (для діаграм розподілу похибок швидкостей, KF_CV приховано):

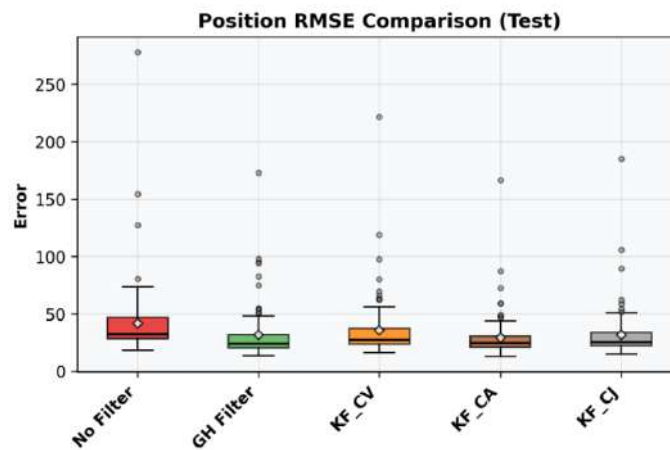


Рисунок 3.3.3 – Діаграма розподілу похибок положення за метрикою RMSE на тестовому наборі даних (шум польоту Леві)

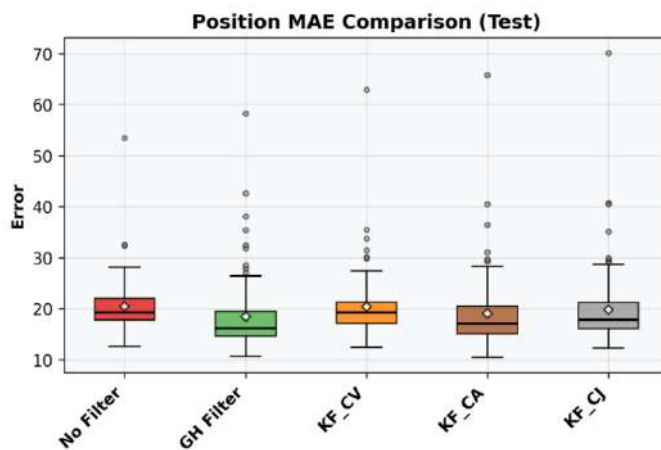


Рисунок 3.3.4 – Діаграма розподілу похибок положення за метрикою MAE на тестовому наборі даних (шум польоту Леві)

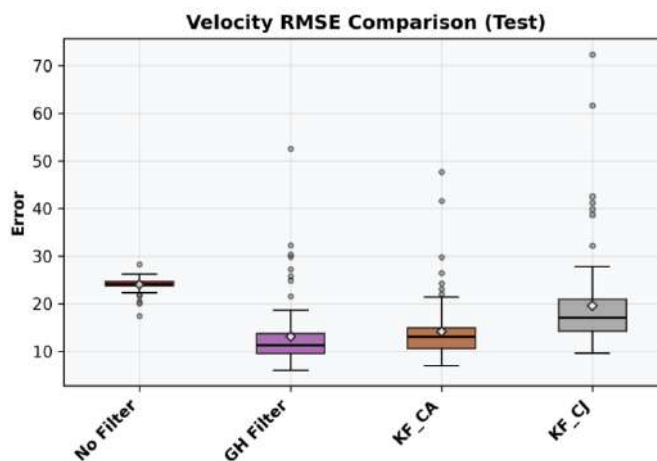


Рисунок 3.3.5 – Діаграма розподілу похибок швидкості за метрикою RMSE на тестовому наборі даних (шум польоту Леві)

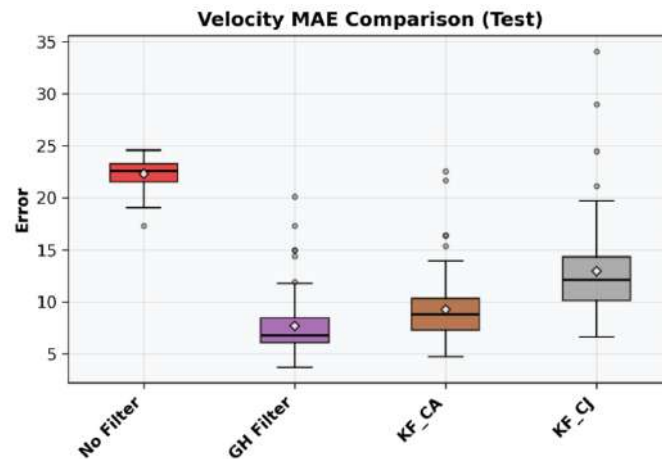


Рисунок 3.3.6 – Діаграма розподілу похибок швидкості за метрикою MAE на тестовому наборі даних (шум польоту Леві)

3.4.1 Аналіз оцінки положення

При обробці даних з шумом Леві, найкращі результати за метрикою Position RMSE як на навчальній, так і на тестовій вибірках демонструє фільтр KF_CA. Це свідчить про його відносну стійкість до викидів при оцінці середньоквадратичної помилки. Однак, за метрикою Position MAE, яка менш чутлива до великих викидів, найкращі показники має фільтр GH. Це вказує на те, що хоча KF_CA може краще "в середньому" справлятися з великими похибками (що впливають на RMSE), фільтр GH дає меншу середню абсолютну помилку, що може бути перевагою в деяких застосуваннях. Фільтр KF_CV знову показує слабкі результати, хоча й дещо кращі, ніж при Гаусівському шумі, але все одно значно поступається іншим фільтрам. KF_CJ показує результати, порівняні з GH за RMSE, але гірші за MAE. Усі фільтри демонструють певне погіршення метрик на тестовій вибірці порівняно з навчальною, що очікувано для більш складного типу шуму.

3.4.2 Аналіз оцінки швидкості

В оцінці швидкості на даних з шумом Леві безумовним лідером є фільтр GH, який показує найкращі значення за обома метриками (Velocity

RMSE та Velocity MAE) і на навчальній, і на тестовій вибірках. Наприклад, Velocity MAE на тестовій вибірці становить 7.67478, що значно краще, ніж у інших фільтрів. Це підтверджує його стійкість та ефективність в оцінці швидкості навіть за наявності значних викидів у вимірюваннях положення. Фільтр KF_CA посідає друге місце за точністю оцінки швидкості, значно поступаючись GH, але випереджаючи KF_CJ та KF_CV. Фільтр KF_CV, як і раніше, демонструє дуже високі помилки.

3.4.3 Висновки для шуму на основі польоту Леві

Фільтр KF_CA є найкращим для мінімізації середньоквадратичної помилки положення (Position RMSE), у той час як фільтр GH є найкращим для мінімізації середньої абсолютної помилки положення (Position MAE) та для оцінки швидкості за обома метриками (Velocity RMSE, Velocity MAE).

Наявність шуму Леві суттєво ускладнює задачу фільтрації, що видно із загального зростання значень похибок для всіх фільтрів порівняно з даними з Гаусівським шумом.

Фільтри демонструють прийнятну узагальнюючу здатність, хоча розрив між навчальною та тестовою вибірками дещо більший, ніж для Гаусівського шуму.

3.5 Загальне обговорення та інтерпретація результатів

Проведений експериментальний аналіз показав відмінності в ефективності розглянутих фільтрів в залежності від характеристик шуму у даних.

При обробці даних із Гаусівським шумом фільтр Калмана з моделлю постійного прискорення продемонстрував найкращу точність оцінки положення за обома метриками (RMSE та MAE). Це свідчить про те, що при нормальному розподілі похибок у вимірюваннях, ця модель руху та підхід фільтра Калмана дозволяють найточніше відновити траєкторію. Фільтр GH

також показав хороші результати, незначно поступаючись KF_SA, що є неочікуваним, враховуючи його простоту.

Шум на основі розподілу Леві, що характеризується наявністю аномальних викидів, суттєво змінив картину. Хоча KF_SA все ще показував найкращі результати за метрикою Position RMSE (яка сильно штрафує за великі помилки), за метрикою Position MAE (менш чутливою до викидів) найкращим виявився фільтр ГН. Це вказує на те, що фільтр ГН, маючи простішу структуру та меншу кількість параметрів для налаштування, може бути більш стійким до окремих великих викидів з точки зору середньої абсолютної помилки. Значення помилок для всіх фільтрів очікувано зросли при переході до шуму Леві, що підкреслює складність задачі фільтрації в таких умовах.

В аспекті оцінки швидкості фільтр ГН виявився безумовним лідером за обома метриками (Velocity RMSE та Velocity MAE) і для Гаусівського шуму, і, що особливо важливо, для шуму Леві. Його перевага над фільтрами Калмана була значною, особливо при обробці даних з викидами. Це в першу чергу пов'язано з тим, що рівняння фільтра Калмана спираються на припущення щодо нормального розподілу шуму.

Більшість фільтрів (за винятком KF_CV) показали хорошу узагальнюючу здатність, оскільки результати на тестових вибірках були близькі до результатів на навчальних. Це свідчить про те, що знайдені оптимальні параметри не призвели до значного перенавчання. Однак, при переході від Гаусівського шуму до шуму Леві, стабільність результатів дещо знизилася, що є природним для більш складних умов. Фільтр ГН продемонстрував високу стійкість, особливо в оцінці швидкості та за метрикою MAE для положення при шумі Леві.

Вибір кінематичної моделі руху має вирішальне значення для ефективності фільтра Калмана. Як показали експерименти, модель з постійною швидкістю (KF_CV) виявилася абсолютно невідповідною для

опису динаміки досліджуваних траєкторій, що призводило до значно гірших результатів порівняно з іншими підходами, а іноді навіть до погіршення якості даних порівняно з нефільтрованими вимірюваннями. Модель з постійним прискоренням (KF_CA) продемонструвала найкращу ефективність серед фільтрів Калмана в оцінці положення об'єкта для обох типів шуму, що свідчить про те, що прискорення є важливою компонентою руху в згенерованих даних. Модель з постійним ривком (KF_CJ), хоча теоретично і є більш складною та здатною описувати більш різкі маневри, на практиці не показала суттєвих переваг над KF_CA в оцінці положення, а в оцінці швидкості поступалася як KF_CA, так і фільтру ГН. Це може свідчити про те, що або ривок не є домінуючою характеристикою змодельованих траєкторій, або налаштування більш складної моделі KF_CJ вимагає ще точнішого підбору параметрів матриць коваріації, що не завжди вдається досягти, особливо за наявності складних шумів. Таким чином, для даної задачі та набору даних модель KF_CA виявилася найбільш збалансованою та ефективною серед розглянутих моделей фільтра Калмана.

3.6 Висновки до розділу 3

Проведене в даному розділі експериментальне дослідження ефективності фільтра ГН та трьох конфігурацій фільтра Калмана (з моделями руху CV, CA, CJ) на синтетичних даних з Гаусівським шумом та шумом на основі розподілу Леві дозволило зробити низку важливих висновків. Було встановлено, що вибір кінематичної моделі руху є критичним для ефективності фільтра Калмана: модель з постійним прискоренням (KF_CA) виявилася найбільш придатною для точної оцінки положення об'єкта в умовах обох типів досліджуваних шумів. На противагу цьому, модель з постійною швидкістю (KF_CV) продемонструвала неадекватність для даної задачі, тоді як складніша модель з постійним ривком (KF_CJ) не показала значних переваг над KF_CA.

Варто також відзначити високу ефективність фільтра GN в оцінці швидкості об'єкта. Для обох типів шуму цей відносно простий фільтр забезпечив найкращу точність визначення швидкісних характеристик, випереджаючи фільтри Калмана. Дослідження також виявило різну чутливість фільтрів до характеристик шуму. Якщо при Гаусівському шумі фільтр KF_CA був беззаперечним лідером в оцінці положення, то за наявності аномальних викидів у шумі Леві фільтр GN показав кращі результати за метрикою середньої абсолютної похибки (MAE) для положення. Це свідчить про його більшу стійкість до окремих значних відхилень, хоча KF_CA залишався кращим за метрикою середньоквадратичної похибки (RMSE), яка сильніше реагує на великі помилки. Важливість адаптації параметрів попередньої обробки, зокрема ковзного середнього, була підтверджена через використання оптимально підібраних налаштувань, що особливо актуально для даних з шумом Леві, де адекватне згладжування допомагало зменшити вплив викидів. Більшість досліджених фільтрів, за винятком невідповідного KF_CV, продемонстрували хорошу узагальнюючу здатність, показуючи стабільні та близькі результати на навчальній та тестовій вибірках.

Таким чином, експериментальне дослідження підкреслило, що не існує єдиного універсально найкращого фільтра для всіх можливих умов та аспектів оцінки. Оптимальний вибір залежить від специфіки даних, зокрема типу шуму, динамічних характеристик відстежуваного об'єкта та пріоритетних метрик якості – чи то точність оцінки положення, чи точність оцінки швидкості. Фільтр GN проявив себе як просте, стійке та ефективне рішення, особливо для оцінки швидкості, тоді як правильно налаштований фільтр Калмана, зокрема з моделлю постійного прискорення, може забезпечити вищу точність в оцінці траєкторії положення об'єкта.

ВИСНОВКИ

У даній магістерській дипломній роботі було проведено дослідження та порівняльний аналіз ефективності алгоритмів фільтрації даних для задач відстеження рухомих об'єктів. Основну увагу було приділено двом типам фільтрів: фільтру ГН (Alpha-Beta) та різним конфігураціям фільтра Калмана, що використовують моделі руху з постійною швидкістю, постійним прискоренням та постійним ривком.

Для досягнення поставленої мети було розроблено систему для генерації синтетичних даних, які були використані для подальшої оцінки фільтрів. Ця система включає етап формування траєкторій за допомогою кривих Безьє, їх подальшу фізичну симуляцію та валідацію з використанням рушія `PyBullet` для забезпечення реалістичності руху об'єкта. Однією з особливостей дослідження є деталізована симуляція процесу радарного сканування, що враховує їхнє випадкове розташування відносно траєкторій об'єктів спостереження та обмежений радіус дії. Далі, було змодельовано два типи вимірювального шуму: класичного Гаусівського та шуму на основі польоту Леві, який імітує наявність аномальних викидів у даних.

Проведене експериментальне дослідження на згенерованому наборі даних дозволило отримати низку важливих результатів. Встановлено, що вибір кінематичної моделі руху є критичним для ефективності фільтра Калмана: модель з постійним прискоренням (`KF_CA`) продемонструвала найкращу точність в оцінці положення об'єкта для обох типів шуму. Натомість модель з постійною швидкістю (`KF_CV`) виявилася неадекватною для опису динаміки досліджуваних траєкторій, а більш складна модель з постійним ривком (`KF_CJ`) не показала переваг над `KF_CA` в даній задачі. Фільтр ГН виявився ефективним та стійким, особливо в оцінці швидкості об'єкта, де він перевершив усі конфігурації фільтра Калмана для обох типів шуму. Також фільтр ГН продемонстрував кращу

стійкість за метрикою MAE при оцінці положення в умовах шуму Леві, що вказує на його переваги при наявності значних викидів, якщо пріоритетом є мінімізація середньої абсолютної помилки.

Наукова новизна роботи полягає у здійсненні розширеного порівняльного аналізу фільтра GN та фільтрів Калмана (включаючи модель KF_CJ, яка рідше розглядається в подібних дослідженнях) в умовах різних статистичних характеристик шуму, зокрема шуму Леві. Також новизною є запропонована комплексна методика генерації реалістичних тривимірних траєкторій та зашумлених вимірювань, що забезпечує надійний інструментарій для тестування та валідації алгоритмів фільтрації.

Отримані результати мають практичне значення, надаючи рекомендації щодо вибору та налаштування алгоритмів фільтрації для систем відстеження рухомих об'єктів залежно від характеристик вимірювальних даних та пріоритетних показників точності. Робота також підкреслює важливість адекватного моделювання руху та шумів для досягнення високої ефективності фільтрації.

ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

Проведене дослідження відкриває низку перспективних напрямків для подальшої роботи та поглиблення аналізу в галузі фільтрації даних для систем відстеження рухомих об'єктів. Незважаючи на отримані результати, існуючі обмеження формують підґрунтя для майбутніх досліджень.

Одним із ключових напрямків є розширення розробленої системи та досліджуваних алгоритмів для фільтрації декількох цілей одночасно. Це ставить перед дослідниками значно складнішу задачу, оскільки виникає проблема асоціації даних – необхідність правильно визначити, які саме вимірювання належать кожній з відстежуваних цілей, особливо в умовах їх можливого зближення або перетину траєкторій.

По-друге, доцільним є порівняння ефективності з ширшим спектром алгоритмів фільтрації. Це включає дослідження інших модифікацій фільтра Калмана, спеціально розроблених для підвищення стійкості до викидів та негаусівських шумів. Також перспективним є порівняння з іншими класами фільтрів, такими як більш складні версії фільтрів ГН (наприклад, ГНК-фільтри, що враховують ривок), частинкові фільтри (Particle Filters), які можуть ефективно працювати з нелінійними моделями та негаусівськими розподілами, а також сучасні підходи на основі машинного навчання (наприклад, рекурентні нейронні мережі типу LSTM або Transformer) для задач фільтрації та прогнозування. Дослідження адаптивних фільтрів, здатних динамічно змінювати свої параметри залежно від поточної ситуації та характеристик шуму, також є актуальним.

Третім важливим напрямком є створення та розширення корпусу даних. Хоча розроблена методика генерації синтетичних даних є гнучкою та потужною, валідація отриманих висновків на великих та різноманітних наборах реальних експериментальних даних є необхідною. Крім того, створення стандартизованих, загальнодоступних наборів даних для задач

фільтрації траєкторій та симуляції радарного сканування могло б суттєво сприяти розвитку галузі та полегшити порівняння нових алгоритмів.

Нарешті, четвертою перспективою є розширення функціональності системи для вирішення суміжних задач, таких як передбачення (прогнозування) траєкторії руху об'єктів на значний часовий горизонт та розробка алгоритмів для перехоплення цілей. Це вимагатиме не тільки точної поточної оцінки стану об'єкта, але й надійних моделей прогнозування його майбутньої поведінки, що може базуватися як на класичних кінематичних моделях, так і на методах машинного навчання.

Реалізація цих напрямків дозволить не тільки поглибити теоретичні знання в галузі фільтрації, але й розробити більш досконалі та надійні практичні системи відстеження та управління рухомими об'єктами.

ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. M. Vinaykumar, R. K. Jatoth. Performance evaluation of Alpha-Beta and Kalman filter for object tracking / M. Vinaykumar, R. K. Jatoth. 2014 International Conference on Contemporary Computing and Informatics (IC3I). 2014. P. 829–833.
2. K. Saho. Kalman Filter for Moving Object Tracking: Performance Analysis and Filter Design / K. Saho. Kalman Filter. IntechOpen, 2018.
3. S. M. Sahoo, S. Sarkar, H. K. Ratha, M. M. Kuber. Performance comparison of α - β - γ filter and Kalman filter for tracking targets using radar measurements / S. M. Sahoo та ін. International Journal of Advanced Research in Electrical, Electronics and Instrumentation Engineering. 2013. Vol. 2, Iss. 10. P. 4967–4973.
4. M. R. Gandhi, L. Mili. Robust Kalman Filter Based on a Generalized Maximum-Likelihood-Type Estimator / M. R. Gandhi, L. Mili. IEEE Transactions on Signal Processing. 2010. Vol. 58, Iss. 5. P. 2509–2521.
5. G. Jia, Y. Huang, M. Bai, Y. Zhang. A Novel Robust Kalman Filter With Non-stationary Heavy-tailed Measurement Noise / G. Jia та ін. IFAC-PapersOnLine (21st IFAC World Congress). 2020. Vol. 53, Iss. 2. P. 5000–5005.
6. B. Chen, X. Liu, H. Zhao, J. C. Principe. Maximum correntropy Kalman filter / B. Chen та ін. Automatica. 2017. Vol. 76. P. 91–99.
7. Kalman, R. E. "A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems." Transactions of the ASME – Journal of Basic Engineering, vol. 82, no. 1, 1960, pp. 35–45.
8. Eli Brookner. Tracking and Kalman Filtering Made Easy / E. Brookner. Wiley-Interscience, 1998. 522 p.
9. D. C. Montgomery, G. C. Runger. Applied Statistics and Probability for Engineers / D. C. Montgomery, G. C. Runger. John Wiley & Sons, 2014. 912 p.
10. A. V. Chechkin, R. Metzler, J. Klafter, V. Yu. Gonchar. Lévy Statistics and Anomalous Transport: Lévy Flights and Subdiffusion / A. V. Chechkin та ін. Anomalous Transport: Foundations and Applications. Wiley-VCH, 2008. P. 129–162.
11. R. R. Labbe Jr. Kalman and Bayesian Filters in Python / R. R. Labbe Jr. Self-published, 2020. URL: <https://github.com/rlabbe/Kalman-and-Bayesian-Filters-in-Python> (дата звернення: 27.05.2025).
12. Junaid Khan, Muhammad Fayaz, Umar Zaman, Eunkyu Lee, Awatef Salim Balobaid, Muhammad Bilal, Kyungsup Kim. Optimizing alpha–beta filter for enhanced predictions accuracy in industrial applications using Mamdani fuzzy inference system / J. Khan та ін. ISA Transactions. 2020. Vol. 99. P. 240–251.

13. Ali Hussein Hasan Alrikabi, Aleksandr N. Grachev. Adaptive α - β -filter for Target Tracking Using Real Time Genetic Algorithm / A. H. H. Alrikabi, A. N. Grachev. International Journal of Computer Applications. 2013. Vol. 76, Iss. 15. P. 1–7.
14. Pierre E. Bézier. How Renault Uses Numerical Control for Car Body Design and Tooling / P. E. Bézier. SAE Technical Paper 680010. Society of Automotive Engineers, 1968. 6 p. DOI: 10.4271/680010.