

КОНСИСТЕНТНІСТЬ ПЕРІОДОГРАМНИХ ОЦІНОК У ПОЛЬОВІЙ ТРИГОНОМЕТРИЧНІЙ МОДЕЛІ РЕГРЕСІЇ

О.В. ДИКИЙ, О.В. ІВАНОВ

Позначимо $\langle \varphi, t \rangle = \sum_{l=1}^M \varphi_l t_l$, $\|t\| = \sqrt{\langle t, t \rangle}$ для векторів $\varphi = (\varphi_1, \dots, \varphi_M)$, $t = (t_1, \dots, t_M)$, $M \geq 3$. Розглянемо модель спостережень

$$X(t) = A_0 \cos(\langle \varphi^0, t \rangle) + \varepsilon(t), \quad t \in [0, \infty]^M,$$

де $A_0 > 0$, $\varphi^0 \in \prod_{i=1}^M (\underline{\varphi}_i, \overline{\varphi}_i) = \Phi_M$, $0 < \underline{\varphi}_i, \overline{\varphi}_i < +\infty$, $i = \overline{1, M}$. Припу- скаємо, що φ_i^0 , $i = \overline{1, M}$ - різні числа, а випадковий шум ε задовольняє наступну умову.

Н. $\varepsilon = \varepsilon(t)$, $t \in \mathbb{R}^M$, — вибірково неперервне однорідне гауссівське по- ле з нульовим середнім та коваріаційною функцією $B(t) = \mathbb{E} \varepsilon(t) \varepsilon(0)$, $t \in \mathbb{R}^M$, причому виконується одне з припущень:

- (i) Поле ε є ізотропним та $B(t) = \tilde{B}(\|t\|) = L(\|t\|) / \|t\|^\alpha$, $\alpha \in (0, M - [\frac{M}{2}])$, з неспадною повільно змінною на нескінченності функцією L ;
- (ii) $B(\cdot) \in L_1(\mathbb{R}^M)$.

Означення 1. Періодограмною оцінкою параметра φ^0 будемо називати такий випадковий вектор $\varphi_T \in \Phi_M^C$, для якого

$$Q_T(\varphi_T) = \max_{\varphi \in \Phi_M^C} Q_T(\varphi),$$

$$Q_T(\varphi) = \left| 2T^{-M} \int_{[0, T]^M} X(t) e^{i\langle \varphi, t \rangle} dt \right|^2.$$

Оцінку амплітуди A_0 означимо за формулою $A_T = Q_T^{1/2}(\varphi_T)$.

У роботі [1] доведено наступний посилений закон великих чисел.

Лема 1. За умови **Н** при $T \rightarrow \infty$

$$\sup_{\varphi \in \mathbb{R}^M} T^{-M} \left| \int_{[0, T]^M} e^{-i\langle \varphi, t \rangle} \varepsilon(t) dt \right| \rightarrow 0 \text{ м.н.}$$

З використання цього факту ми доводимо наступні 3 твердження, причому друге впливає з першого, а третє з другого.

Теорема 1. *Якщо виконано умову $\mathbf{N}$, то $\varphi_T \rightarrow \varphi^0$ м.н., $T \rightarrow \infty$.*

Лема 2. *За умови $\mathbf{N}$: $A_T \rightarrow A_0$ м.н., $T \rightarrow \infty$.*

Теорема 2. *За умови $\mathbf{N}$: $T(\varphi_T - \varphi^0) \rightarrow 0$ м.н., $T \rightarrow \infty$.*

Сформульовані результати узагальнюють результати роботи [2] для випадку $M = 2$.

Отримані результати можуть бути використані в статистичному аналізі багатовимірних симетричних текстурованих поверхонь.

ЛІТЕРАТУРА

- [1] Dykyi, O.V., Ivanov, A.V. *Consistency of LSE for the many-dimensional symmetric textured surface parameters* // Modern Stoch. Theory Appl. — 2023. — 10(3). — С. 267–285.
- [2] Іванов, О.В., Лимар, О.В. *Асимптотичні властивості періодограмних оцінок параметрів тригонометричної моделі спостережень на площині* // Теорія ймовірностей та математична статистика. — 2019. — 2(101). — С. 115–133.

КПІ ім. Ігоря Сікорського, Київ, Україна
Email address: dykyiolexandr@gmail.com

КПІ ім. Ігоря Сікорського, Київ, Україна
Email address: alexntuu@gmail.com