ФРАКТАЛЬНІ ВЛАСТИВОСТІ ОДНОГО КЛАСУ ФУНКЦІЙ

І.І. ПРОДАН

Нехай $A = \{0,1\}$ — алфавіт, q_0 — фіксований число ($q_0 \in (0;1)$), $q_1 \equiv 1 - q_0$. Відомо [2], що для $\forall x \in [0;1]$ існує послідовність (α_n), $\alpha_n \in A$, що

$$x = \beta_{\alpha_1} + \sum_{k=2}^{\infty} (\beta_{\alpha_k} \prod_{j=1}^{k-1} q_{\alpha_j}) \equiv \Delta^{Q_2}_{\alpha_1\alpha_2\ldots\alpha_n\ldots},$$

де $\beta_{\alpha_k} = \alpha_k q_{1-\alpha_k}$, $k \in N$. Вираз $\Delta^{Q_2}_{\alpha_1\alpha_2\ldots\alpha_n\ldots}$ називається Q_2-зображенням числа x. Існують числа (Q_2-бінарні числа), що мають два зображення: $\Delta^{Q_2}_{\alpha_1\alpha_2\ldots\alpha_{n-1}0(1)} = \Delta^{Q_2}_{\alpha_1\alpha_2\ldots\alpha_{n-1}1(0)}$. Множина Q_2-бінарних чисел є зліченною. Решта чисел відрізка $[0;1]$ мають єдине зображення (Q_2-унарні). Далі розглядаються лише ті Q_2-зображення чисел, які містять нескінченну кількість одиниць. Згідно з цією домовленістю кожне Q_2-бінарне число має єдине зображення. Здійснивши перекодування Q_2-зображення чисел за правилом $\Delta^{Q_2}_{\underbrace{0\ldots0}_{a_1-1}1\underbrace{0\ldots0}_{a_2-1}1\ldots1\underbrace{0\ldots0}_{a_n-1}1\ldots} = \Delta^{q_0^\infty}_{a_1a_2\ldots a_n\ldots}$, $a_n \in N$, отримаємо нескінченно-символьне q_0^∞-зображення чисел інтервалу $(0;1]$ [2].

Об'єктом дослідження є функція f, означена рівністю:

$$f(x = \Delta^{q_0^\infty}_{a_1a_2\ldots a_n\ldots}) = \Delta^{q_0^\infty}_{b_1b_2\ldots b_n\ldots}, \text{ де } b_n = n + |a_n - a_{n+1}| \ \forall n \in N.$$

Функція f є неперервною на множині Q_2-унарних чисел і розривною в усіх Q_2-бінарних точках.

Теорема 1. *Множина значень функції f збігається з континуальною ніде не щільною множиною нульової міри Лебега*

$$C[q_0^\infty; V_n] = \{x = \Delta^{q_0^\infty}_{a_1a_2\ldots a_n\ldots}, a_n \in V_n \equiv \{n, n+1, n+2, \ldots\},\ n \in N\}.$$

У доповіді пропонуються результати дослідження структурних та фрактальних властивостей функції f.

Література

[1] Працьовитий М.В. Двосимвольні системи кодування дійсних чисел та їх застосування. — Київ: Наукова думка, 2022. – 316 с.

[2] Гончаренко Я.В., Лисенко І.М. Геометрія нескінченно-символьного q_0^∞-зображення дійсних чисел та її застосування у метричній теорії чисел // Наук. час. НПУ ім. М.П.Драгоманова. Серія 1. Фіз.-мат.науки. Київ: НПУ ім. М.П. Драгоманова. — 2013, № 15.— С. 100–118.

УДУ імені М.П. Драгоманова, Київ, Україна
Email address: samsungbrain2016@gmail.com