«Стохастичний варіант задачі про наречену»

Авдєєнко Іван, ПМ-4
Науковий керівник: Наталія Юріївна Щестюк

Зміст

Постановка задачі CSP

Класичний варіант задачі про наречену

1. Існує фіксоване та відоме число **n** претендентів на одну позицію, яких можна розташувати в порядку якості.
2. Претенденти розглядаються послідовно у випадковому порядку.
3. Для кожного претендента **j** наречена може дізнатися лише відносний ранг претендента, тобто, наскільки цінний він є порівняно з **j - 1** раніше розглянутими претендентами.
4. Відхиленого претендента не можна повернути. Якщо досягнуто **n**-го претендента, його необхідно прийняти.
5. Наречена отримує винагороду в **1** за вибір претендента з абсолютним рангом 1 (тобто, найкращого претендента в загальному списку з **n** претендентів) та **0** в іншому випадку.

Оптимальна стратегія для CSP

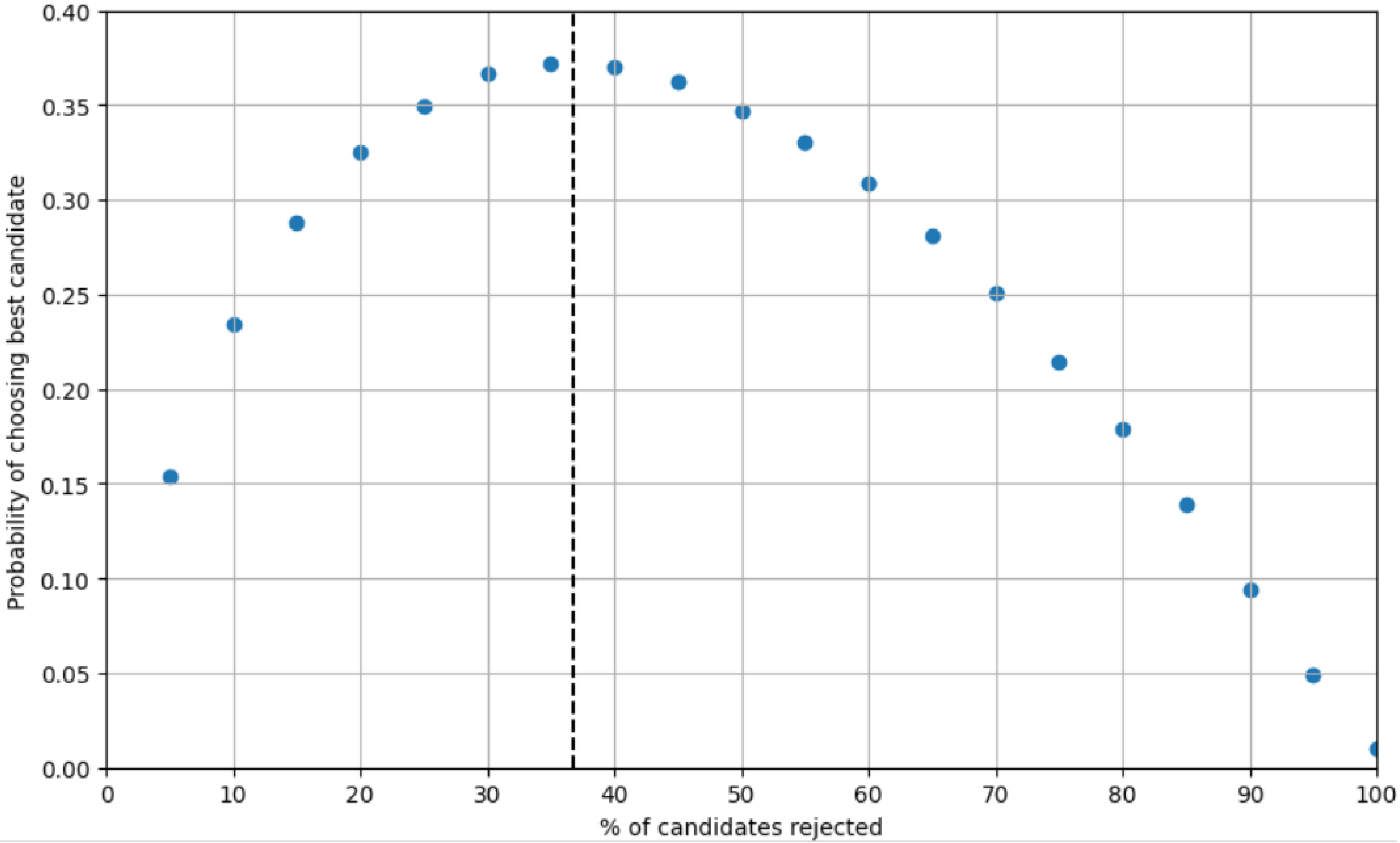
Наречена розглядає перших **t** кандидатів та завжди відхиляє їх, після чого приймає першого претендента з відносним рангом 1

У цьому випадку **t** буде збігатися до **n/e**, при $n \to \infty$

Для оптимальної стратегії максимальна йовірність успіху буде складати:

$1/e \approx 0.368 = 36.8\%$

Функція розподілу для CSP



Побудувавши графік ймовірності вибору найкращого кандидата за відсотком відхилення кандидатів можна спостерігати, що оптимальна стратегія знаходиться саме на рівні 1/e

Постановка задачі GSP

Внісши певні зміни в початкову умову отримаємо Загальний варіант задачі про наречену

Для цього потрібно замінити 5 пункт класичного варіанту на:

5. Наречена отримує винагороду **π(a)** за вибір претендента з абсолютним рангом **a**, де π(1) ⩾...⩾π(n).

Така умова є більш наближеною до життя, оскільки зазвичай ми можемо бути задоволені вибравши одного з найкращих кандидатів, а не абсолютного лідера.

Оптимальна стратегія для GSP

Оптимальна стратегія для GSP виглядає наступним чином:

Існують цілі числа **$t_1 \le t_2 \le ... \le t_m < n$** (порогові значення), якими оптимальна стратегія описується так:

- Наречена повинна пропустити перші **t_1** чоловік, не приймаючи жодного (тільки оцінюючи їх для майбутнього порівняння з рештою).
- Претенденту з номером від **$t_1 + 1$** до **t_2** вона дає згоду на шлюб якщо (і тільки якщо) він кращий за всі попередні.
- Претендента з номером від **$t_2 + 1$** до **t_3** вона вибирає, якщо він має відносний ранг 1 або 2, і т. д.
- Претендента з номером більше **t_m** вона вибирає, якщо він виявляється одним з **m** кращих серед минулих.

Стохастична модель вибору в задачі про наречену

- Окрім оптимальної стратегії в задачі про наречену, також існують стохастичні моделі для фіксації процесу прийняття рішень. Ці моделі включають невизначеність і випадковість у процес прийняття рішень, що дозволяє більш реалістично відобразити людську поведінку.
- Стохастичні моделі вибору в задачі про наречену дозволяють вивчати, як особи, які приймають рішення, зважують компроміс між потенційним виграшем від вибору кандидата з вищим рейтингом і ризиком, пов’язаним із таким вибором.
- Поєднуючи ідеї оптимальної стратегії та стохастичних моделей, можна отримати глибше розуміння процесу прийняття рішень і вивчити взаємодію між раціональним прийняттям рішень і поведінкою людини в умовах невизначеності.

Стохастична модель вибору в задачі про наречену

- Емпіричні дослідження задачі про наречену показують, що DM (ті, хто приймають рішення) виявляють упередженість до припинення пошуку занадто рано.
- Упередженість може виникати через внутрішні витрати на пошук: оскільки пошук вже за своєю суттю коштовний, дохід DM зростає з платою, яку вона отримує за вибір найкращого претендента, але зменшується залежно від часу, витраченого на пошук. Тому раннє припинення може бути результатом стратегії максимізації (чистого) доходу.
- Далі представлена проста стохастична модель пошуку в задачі про наречену і показуємо, що вона приводить до раннього припинення пошуку, навіть коли DM використовують порогові значення, які симетрично розподілені навколо оптимальних порогових значень.

Стохастична модель вибору в задачі про наречену

Ми припускаємо, що щільність ймовірності для вибраного порогу задана такою функцією:

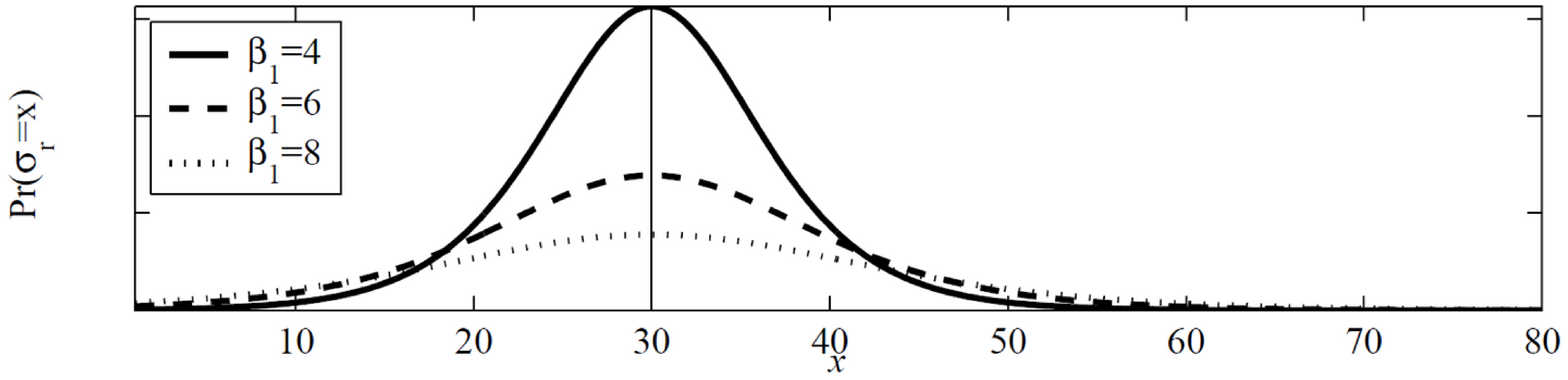
$$f\left(\sigma_r\right) = \frac{e^{-(\sigma_r - \mu_r)/\beta_r}}{\beta_r \left[1 + e^{-(\sigma_r - \mu_r)/\beta_r}\right]^2}$$

При умові досягнення, ймовірність вибору кандидата з відносним рангом r^j дорівнює:

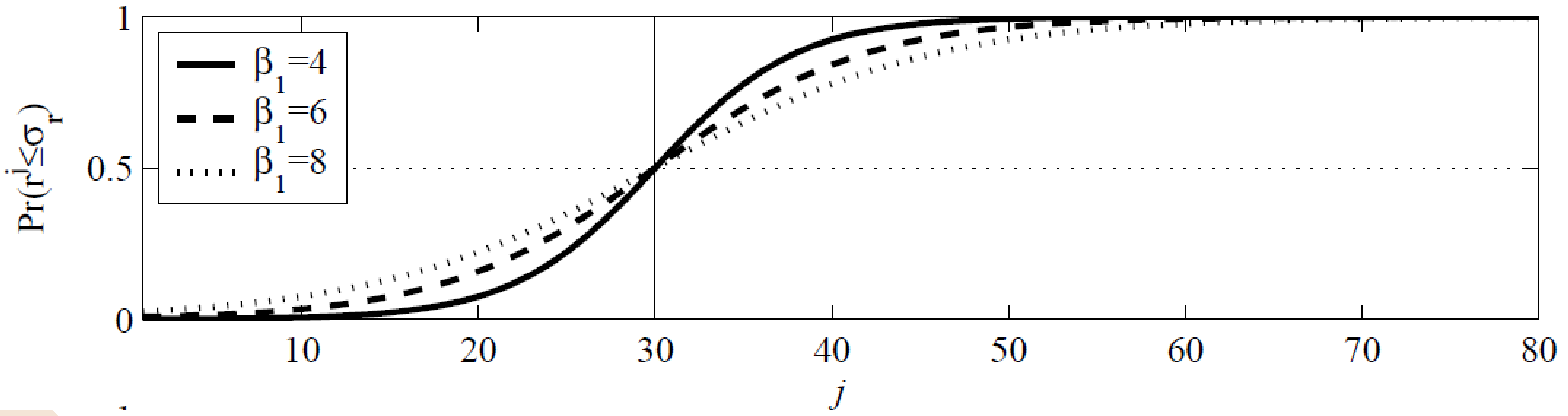
$$Pr\left(r^j \leq \sigma_r\right) = \frac{1}{1 + e^{-(j - \mu_r)/\beta_r}}$$

Стохастична модель вибору в задачі про наречену

Щільність розподілів порогів і відповідних ймовірностей зупинки у випадку n=80



Ймовірність вибору кандидата збільшується зі зростанням β, при j < μ1, і навпаки для j > μ1



Стохастична модель вибору в задачі про наречену

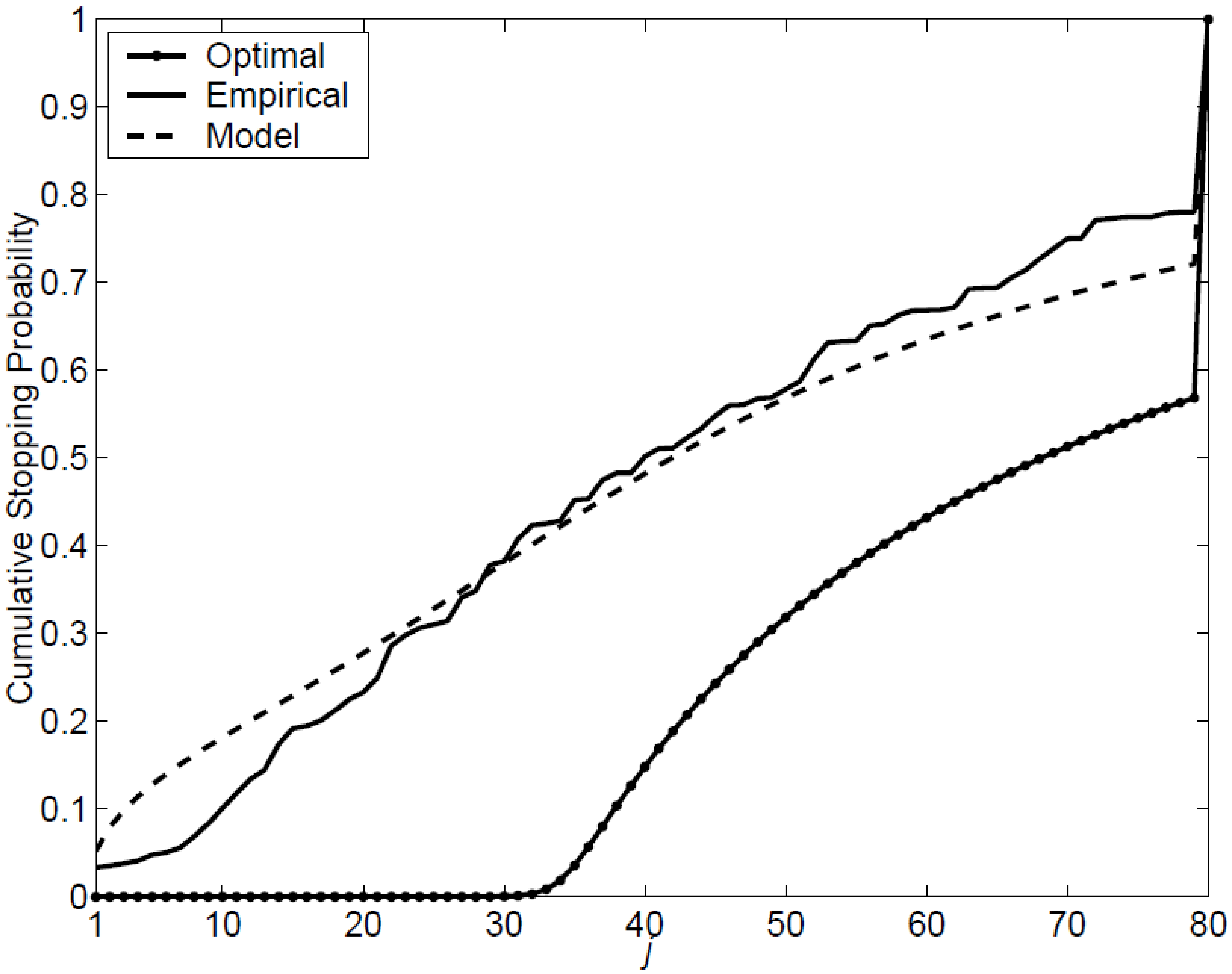
Ймовірність того, що наречена зупиняється на **(j < n)**-му кандидаті, при умові, що вона досягла його, дорівнює:

$$\hat{Q}^j = \sum_{r^j=1}^{j} \frac{1}{j} Pr\left(r^j \leq \sigma_r\right)$$

Підставляючи Q^j у наступну формулу, можемо обчислити очікувану позицію зупинки моделі

$$E(m) = 1 + \sum_{j=1}^{n-1} \left[\prod_{i=1}^{j} \left(1 - Q^i\right)\right]$$

Накопичувальні ймовірності зупинки для n=80



Висновок