

Міністерство освіти і науки України
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «КИЄВО-МОГИЛЯНСЬКА АКАДЕМІЯ»
Кафедра мультимедійних систем

**МОДЕЛЮВАННЯ СКЛАДНИХ ПРОЦЕСІВ
ЗА ДОПОМОГОЮ КЛІТИННИХ АВТОМАТІВ**

**Текстова частина до курсової роботи
за спеціальністю „Системний аналіз” 124**

Керівник курсової роботи

к.ф.-м.н., доц. Жежерун О.П.

(підпис)

“ ____ ” _____ 2022 р.

Виконав студент Кривошея М.І.

“ ____ ” _____ 2022 р.

Київ 2022

Міністерство освіти і науки України
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «КИЄВО-МОГИЛЯНСЬКА АКАДЕМІЯ»
Кафедра мультимедійних систем факультету інформатики

ЗАТВЕРДЖУЮ
Зав.кафедри мультимедійних
систем, к.ф.-м.н., доц.
_____ О. П. Жежерун
„____” _____ 2021 р.

ІНДИВІДУАЛЬНЕ ЗАВДАННЯ
на курсову роботу

студенту Кривошеї Михайлу Ігоровичу факультету інформатики 1-го курсу
магістратури

ТЕМА Моделювання складних процесів за допомогою клітинних автоматів

Зміст ТЧ до курсової роботи:

Індивідуальне завдання

Вступ

1. Задача моделювання в системному аналізі.
2. Огляд прикладів моделювання складних процесів за допомогою КА різних типів.
3. Розробка на основі КА алгоритму для моделювання окремих процесів при вивченні трикутників та програмна реалізація цього алгоритму.

Висновки

Список літератури

Додатки (за необхідністю)

Дата видачі „____” _____ 2021 р. Керівник _____
(підпис)

Завдання отримав _____
(підпис)

Календарний план виконання курсової роботи

Тема: Моделювання складних процесів за допомогою клітинних автоматів

Календарний план виконання роботи:

№ п/п	Назва етапу курсового проекту (роботи)	Термін виконання етапу	Примітка
1.	Отримання завдання на курсову роботу	01.11.2021	
2.	Огляд технічної літератури за темою роботи	До 30.11.2021	
3.	З'ясування суті задачі моделювання в системному аналізі	До 15.12.2021	
4.	Виконання огляду теоретичних основ щодо КА як засобу моделювання складних процесів, з'ясування суті КА-моделювання складних процесів	До 31.12.2021	
5.	Розгляд прикладів застосування КА різних типів для моделювання складних процесів.	До 27.01.2022	
6.	Огляд існуючих розробок для моделювання складових освітнього процесу	До 10.02.2022	
7.	Розробка алгоритму на основі КА для моделювання окремих процесів при вивченні трикутників	До 17.03.2022	
8.	Програмування розробленого алгоритму	До 28.03.2022	
9.	Застосування розробленого алгоритму	До 14.04.2022	
10.	Перевірка моделі на адекватність та спроможність щодо оптимізації певних етапів навчального процесу	До 26.04.2022	
11.	Написання пояснювальної роботи	До 03.05.2022	
12.	Створення слайдів для доповіді та написання доповіді	До 05.05.2022	
13.	Аналіз отриманих результатів з керівником, написання доповіді та попередній захист курсової роботи	До 10.05.2022	
14.	Корегування роботи за результатами попереднього захисту	До 26.05.2022	
15.	Остаточне оформлення пояснювальної роботи та слайдів	До 31.05.2022	
16.	Захист курсової роботи	15.06.2022	

Студент _____ М. І.Кривошея

Керівник _____ О.П.Жежерун

“ _____ ” _____

ЗМІСТ

Анотація	4
Перелік прийнятих скорочень, умовних позначень та термінів	5
Вступ.....	6
РОЗДІЛ 1 Задача моделювання в системному аналізі та клітинний автомат як приклад засобів її розв'язання.....	8
1.1 Сутність задач моделювання	8
1.2 Моделювання в системному аналізі	11
1.3 Клітинний автомат як засіб моделювання складних процесів....	15
1.4 Постановка задачі курсової роботи.....	17
1.5 Висновки до розділу 1.....	18
РОЗДІЛ 2 Огляд прикладів КА-моделювання складних процесів.....	19
2.1 Застосування типових КА для моделювання процесів з багатьма складовими (на прикладі руху пішохода).....	19
2.2 Метод асинхронних клітинних автоматів для моделювання теплових процесів (на прикладі моделювання процесу кристалізації сплавів).....	25
2.3 Багаторівневі КА, моделювання процесів за їх допомогою.....	30
2.4 Метод рухомих КА для моделювання процесів (на прикладі моделювання динаміки поведінки елементарних багатоклітинних організмів).....	33
2.5 Перспективи використання КА-моделювання динамічних процесів у медицині.....	34
2.6 Висновки до розділу 2.....	35
РОЗДІЛ 3 Розробка на основі клітинних автоматів ПП для моделювання окремих етапів навчального процесу при вивченні трикутників.....	36
3.1 Аналіз предметної області.....	36
3.1.1 Аналіз сучасного стану питання.....	36

3.1.2 Огляд існуючих розробок.....	37
3.2 Теоретичні відомості щодо алгоритму реалізації КА.....	42
3.3 Опис реалізації програмного продукту.....	42
3.3.1 Опис алгоритму.....	42
3.3.2 Мова та середовище програмування.....	46
3.3.3 Етапи розробки програми та опис її перспектив	47
3.3.4 Тестування програми.....	47
3.4 Опис перевірки моделі на адекватність та спроможність щодо оптимізації певних етапів навчального процесу	53
3.5 Висновки до розділу 3.....	62
Висновки по роботі.....	63
Список літератури.....	65

АНОТАЦІЯ

курсової роботи Кривошеї Михайла Ігоровича

на тему “Моделювання складних процесів за допомогою клітинних автоматів”

З'ясування суті задачі моделювання в системному аналізі та опанування методом клітинних автоматів для її розв'язання є метою даної роботи.

В ході виконання роботи було розкрито суть задачі моделювання в системному аналізі та розглянуто клітинний автомат як засіб моделювання складних процесів. Здійснено огляд прикладів моделювання складних процесів за допомогою клітинних автоматів різних типів. Вказано переваги та застереження щодо цього методу при розв'язуванні конкретизованих задач.

З огляду на це, на основі клітинних автоматів було розроблено алгоритм для моделювання окремих етапів навчального процесу при вивченні трикутників. Створено програмний продукт, що реалізує цей алгоритм.

Ключові слова: клітинний автомат, моделювання, клітинно - автоматна модель, процес.

Розмір текстової частини до курсової роботи 67 сторінок. Робота містить рисунків – 31, таблиць – 4.

ПЕРЕЛІК ПРИЙНЯТИХ СКОРОЧЕНЬ, УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ ТА ТЕРМІНІВ

ГМТ — геометричне місце точок

ЗНО — зовнішнє незалежне оцінювання

КА — клітинний автомат

КА-моделювання — моделювання за допомогою клітинних автоматів

КМА — клітинний метаавтомат

НМТ — національний мультимедійний тест

ПЗ — програмний засіб

ПП — програмний продукт

СА — системний аналіз

API (Application Programming Interface) – інтерфейс програмування

C + + – мова програмування

DG (Dynamic Geometry) — програмний пакет динамічної геометрії

GeoGebra — комп'ютерна програма для вивчення геометрії

GRAN1(Graphic Analysis 1) — програмно-методичний комплекс для вивчення алгебри та початків аналізу

GRAN — 2D (Graphic Analysis — 2 – Dimension) — програмно-методичний комплекс для виконання побудов на площині

Nvidia cuda (NCompute Unified Device Architecture) – програмно – апаратна архітектура паралельних обчислень

Open CV (Open Source Computer Vision Library) – бібліотека програмного забезпечення

STL (Standart Template Library) - стандартна бібліотека шаблонів

TEST-W2 exe — програма для створення тестів

Visual Studio – інтегроване середовище розробки програмного забезпечення

ВСТУП

Стрімкий розвиток сучасного світу зумовлює нові вимоги до систем аналізу та побудови моделей складних процесів. Нагальною стає потреба в таких моделях, які б забезпечували можливість автоматичного аналізу й прогнозування розвитку процесів для оцінки оптимальності рішень щодо керування ними. Це в свою чергу вимагає більш потужних засобів моделювання, причому складність цих засобів не повинна зростати по мірі ускладнення процесів, які моделюються. Практично не існує процесів, які не можна було б змодельовати за допомогою КА [1]. З огляду на те, що моделі, які ґрунтуються на КА є абсолютно сумісними з алгоритмічними методами розв'язування задач, гнучкими та дуже зручними при апаратній реалізації, використання КА є перспективним напрямком щодо моделювання складних процесів.

Наразі перед людством постає дедалі більше викликів. Світові пандемії, війна, мільйони вимушених емігрантів, у тому числі й здобувачів освіти, — все це додаткові, часто непередбачувані причини, що загострюють проблеми в організації різних складових навчального процесу, складність якого зумовлюється низкою об'єктивних та суб'єктивних чинників. Критично низькі результати ЗНО з математики за попередні роки, спричинена війною заміна ЗНО на національний мультимедійний тест (НМТ) — теж вагомі виклики, на які потрібно знаходити відповіді. Внаслідок цього математичне моделювання дедалі більше стає невід'ємною складовою освітньої галузі.

З огляду на вищесказане, тема курсової роботи є актуальною.

Метою даної роботи є з'ясування суті задачі моделювання в системному аналізі та опанування методом клітинних автоматів для її розв'язання.

Об'єкт дослідження — задача моделювання в системному аналізі.

Предмет дослідження — КА як засіб моделювання складних процесів.

Завдання дослідження:

1. Розкрити суть моделювання в системному аналізі.

2. Здійснити огляд прикладів моделювання складних процесів за допомогою клітинних автоматів.

3. На основі КА розробити програмний продукт для моделювання окремих етапів навчального процесу при вивченні трикутників.

Практичне значення одержаних результатів — розроблений програмний продукт може слугувати для організації контролю та самоконтролю в процесі вивчення основ планіметрії, усуненню прогалин у знаннях; буде корисним при підготовці до ЗНО та НМТ; може використовуватися учнями, вчителями математики, а також студентами та викладачами фізико-математичних факультетів педагогічних університетів на заняттях з методики навчання геометрії.

Використане програмне забезпечення — C++.

Структура роботи: вступ, три розділи, висновки, список літератури.

У першому розділі розкрито суть задачі щодо створення моделі в системному аналізі та розглянуто КА як засіб моделювання.

У другому розділі здійснено огляд прикладів моделювання складних процесів на основі КА різних типів.

Третій розділ присвячений опису розробки ПП на основі КА для моделювання окремих етапів навчального процесу при вивченні трикутників.

РОЗДІЛ 1. ЗАДАЧА МОДЕЛЮВАННЯ В СИСТЕМНОМУ АНАЛІЗІ ТА КЛІТИННИЙ АВТОМАТ ЯК ПРИКЛАД ЗАСОБІВ ЇЇ РОЗВ'ЯЗАННЯ

1.1 Сутність задач моделювання

Під моделюванням розуміють опис певного об'єкта. В якості об'єкта моделювання можуть розглядатися також системи об'єктів та процеси.

Серед різноманітних способів пізнання моделювання вирізняється насамперед тим, що слугує для розв'язання тих задач, що за наявних умов (обставин) є нерозв'язними на об'єкті. В цьому його перевага. За умови відсутності існування самого об'єкту або його недоступності моделювання залишається чи не єдиним способом пізнання.

Суть методу моделювання полягає в заміні певного об'єкту іншим, але таким, властивості якого аналогічні. Суттєво, що об'єкт-замінник має бути таким, щоб його дослідження було більш вигідним з певних міркувань. З огляду на аналогії між самим об'єктом та його замінником, при дослідженні висувуються гіпотези. Їх істинність вимагає обов'язкової перевірки шляхом експерименту. Аналогія між об'єктом та його моделлю може бути різних рівнів. При розв'язанні практичних задачах модель не може стати тотожною до об'єкта. Такого рівня аналогії сягнути неможливо. Якби це було можливим, то процес моделювання втратив би сенс. Проте, недопустимим є значне спрощення моделі. Оскільки при значному спрощенні втрачається відповідність між моделлю та досліджуваним об'єктом, тому при моделюванні слід прагнути забезпечувати належний рівень аналогії між об'єктом та моделлю. Лише за такої умови моделювання слугуватиме осмисленню та опису причинно-наслідкових зв'язків процесу або системи, а також імітації та прогнозуванню розвитку процесу.

Успішне розв'язання задач моделювання є плідним підґрунтям для розвитку цивілізації. З плином часу, здавалося б неймовірно, здобуваючи

математичні обґрунтування, стає цілком збагненим. Вже настав час моделювання тих процесів, які на рис. 1.1 позначені знаком питання.

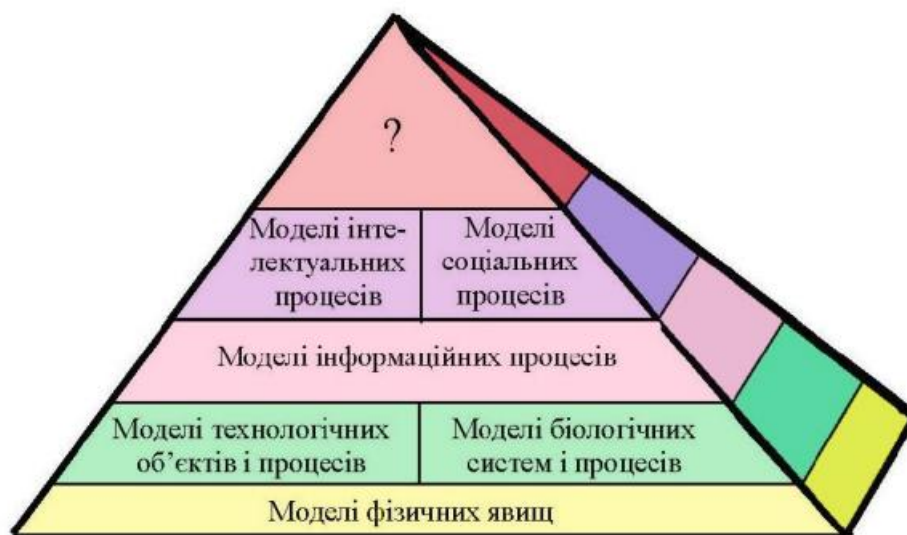


Рисунок 1.1 — Історична ієрархія моделей [2]

Формулювання задачі щодо моделювання зазнало змін, - від отримання моделі у вигляді формули, до алгоритмічної форми моделювання.

Для моделей, що відповідають верхнім рівням піраміди на рис. 1.1, характерною є невизначеність. Тому для них здебільшого використовують певні евристичні правила й вони не можуть тлумачитися як класичні алгоритмічні моделі.

Викликом сьогодення є саме алгоритмічна форма моделювання. Це зумовлюється тим, що вона є зручною для перетворення на програмний продукт.

Суть розв'язання задачі моделювання полягає у відображенні об'єкта на множину його описів.

Нехай об'єкт O та модель M (множина його описів) мають відповідно набори (множини) характеристик: $O\{X\}$, $M\{Y\}$. Встановлення відповідності між елементами множин $\{X\}$ та $\{Y\}$: $x_i \leftrightarrow y_j$, де $i \in [1, \dots, n]$, $j \in [1, \dots, m]$ і є моделюванням [2].

Як правило, об'єкт, щодо мети моделювання, має ряд несуттєвих характеристик. З огляду на це, модель зазвичай будується у вигляді спрощеного опису. Цим зумовлюється відсутність повної відповідності між об'єктом O та його моделлю M . Тому суть задачі моделювання слід дещо уточнити: для даного об'єкта O та його моделі M потрібно відповідно виписати лише суттєві, з огляду на мету моделювання, множини характеристик та саме між ними встановити таку відповідність, як вказано вище. За таких умов запропонований опис із достатньою точністю відображатиме об'єкт з урахуванням мети моделювання.

Схематично це можна зобразити наступним чином:

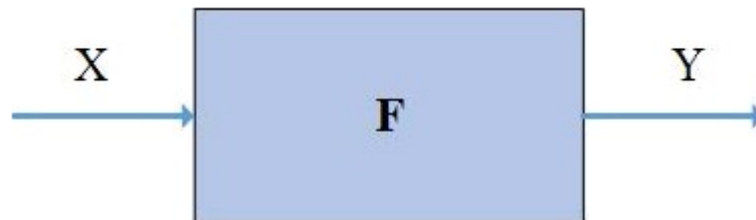


Рисунок 1.2 — Спрощена схема об'єкта моделювання [2]

Задачу отримання результатів моделювання можна відобразити за допомогою наступної формули:

$$\theta_y = F[\theta_x]. \quad (1.1)$$

У формулі (1.1) θ_y позначає множину характеристик, які описують стан системи (це за суттю є модель стану), $Y = \{y_1, \dots, y_m\}$;

θ_x позначає множину характеристик, які описують вхідні впливи та (це є власне моделлю впливів), $X = \{x_1, \dots, x_n\}$;

F позначає функціонал перетворення і за суттю є моделлю системи.

За умови, що F — це рівняння, яке задає перетворення приладів, для відображенням задачі знаходження параметрів стану об'єкта, з огляду на показники вимірювальних приладів, може слугувати формула:

$$\theta_x = F^{-1}[\theta_y]. \quad (1.2)$$

Суть задачі ідентифікації полягає у визначенні моделі об'єкта F . Вона є наслідком застосування процедури ідентифікації A на основі даних $[\theta_x, \theta_y]$, які є експериментальними. Цю задачу відображає наступна формула:

$$F = A[\theta_x, \theta_y]. \quad (1.3)$$

Вищевказані три формули наведені в роботі [2].

Кожна модель має так званий цикл свого існування, що складається з наступних етапів:

- 1) вибір виду моделі;
- 2) ідентифікація об'єкта моделювання (суть цього етапу полягає у встановленні однозначної відповідності між моделлю M та об'єктом O моделювання);
- 3) як наслідок виконання всіх перетворень, отримання результатів моделювання;
- 4) застосування результатів розв'язання задачі щодо моделювання.

Фактично вже на етапі ідентифікації отримується модель, проте впродовж виконання кожного з етапів можуть виникати обставини, за яких необхідним є повернення до попередніх етапів та внесення коректив. Саме тому мова йде про цикл.

1.2 Моделювання в системному аналізі

В системному аналізі моделювання використовується з метою дослідження об'єктів, проектування нових систем та організації управління (керування). В основі алгоритму діяльності дослідника при цьому є наступне: моделювання з метою прогнозування наслідків дослідження. Результат моделювання має:

- 1) відображати властивості об'єкту;
- 2) формувати вимоги на предмет того, що потрібно досягнути (бажаного стану).

Такі моделі в СА до прикладу слугують засобами, що допомагають:

- 1) знаходити оптимальні розв'язання поставлених задач;
- 2) забезпечувати оптимальність не лише організації процесів, але й керування ними.

Характеристики моделі виписуються з огляду на реальний об'єкт (процес, систему). Серед них наступні: скінченність (повнота), складність (спрощеність), точність (наближеність) [3]. Щодо першої характеристики, дійсно в моделі можна відобразити лише скінчену кількість відношень. Стосовно другої характеристики доцільно послатися на принцип Леза Оккама, згідно якого: “Серед двох адекватних моделей, простіша є ближчою до дійсності”. Цілком зрозуміло, що побудова простої моделі для складного процесу — бажана мета, однак вона далеко не завжди є досяжною. Щодо перевірки третьої з характеристик моделі, то в цьому випадку достатньо співставити властивості оригіналу з властивостями, що отримані згідно моделі.

Для реалізації задачі щодо моделювання необхідно забезпечити адекватність побудованої моделі. Модель вважається адекватною до об'єкту за умови слугування результатів моделювання прогнозуванню поведінки реального об'єкта [3].

Перевірка моделі на адекватність відбувається в процесі експерименту. Саме ця перевірка дає можливість оцінити рівень виконання вимог щодо повноти та точності, а це є необхідною умовою для досягнення мети моделювання. З огляду на введення міри адекватності, експериментальним шляхом перевіряється ступінь адекватності моделі. Зрозуміло, що зазвичай має місце допустимий компроміс. Однак здатність моделі відображати основні аспекти протікання процесу та його властивості — вимога, виконання якої з необхідністю потрібно забезпечити.

Процес моделювання починається з усвідомлення суті об'єкту О моделювання. При цьому усвідомленні кожному елементу об'єкта ставиться у відповідність один елемент сформульованої системи знань, яка відображає суть О (зауважимо, що протилежної відповідності не існує). Таке відображення називають гомоморфним. Суть наступного етапу — в отриманні системи

уявлень про модель об'єкта. Тут теж має місце гомоморфне відображення. Після цього задають ізоморфізм між системою уявлень про модель об'єкта та моделлю об'єкта, який моделюється. При такому ізоморфізмі — взаємно однозначному відображенні — у відповідність кожному елементу однієї системи співставляється єдиний елемент іншої системи — моделі об'єкта. Зрозуміло, що цим зумовлюється можливість існування оберненого відображення.

Загалом кажучи, між об'єктом O та його моделлю M існує відображення, що є гомоморфізмом, а отже для кожного об'єкта може існувати множина моделей і для процесу моделювання характерна ітераційність.

Засади класифікації моделей у СА викладені в роботі [3]. Класифікація здійснюється з огляду на наступні чинники: у який спосіб описується невизначеність; як відбувається врахування інерційності; якою є форма представлення властивостей об'єкту; властивості областей щодо зміни параметрів та змінних; у який спосіб задаються відношення між змінними та параметрами; на чому акцентується дослідження об'єкту; призначення моделі.

Зрозуміло, що при взаємодії із зовнішнім середовищем об'єкт може проявляти деякі властивості. Якщо при моделюванні визначальним є дослідження саме таких властивостей, то розглядають моделі так званої чорної скриньки. Це є моделі типу “вхід-вихід”. Вони використовуються й у випадку ізолюваності. Недоліком їх є те, що вони не забезпечують повну ідентифікацію всіх властивостей. За умови, що насамперед досліджується внутрішня будова об'єкту, розглядають модель структури. У моделі структури сукупність елементів та зв'язків між ними відображається як така, що є відносно незмінною.

З огляду на властивості областей зміни параметрів і змінних, вирізняють неперервні, дискретні, дискретно-неперервні моделі. Відповідно в перших елементи моделі є неперервними. В других — змінні та параметри набувають значень з дискретних множин.

У відповідності до опису невизначеності вирізняють наступні моделі: детерміновані, стохастичні, теоретико-множинні; вважаються певним ідеалом детерміновані моделі, які не містять невизначеності [3]. Оскільки кожна модель є наближеною, то навіть за умови відсутності існування якихось стохастичних (випадкових) процесів або за умови непередбачуваності, будь-яка реальна модель характеризується певною мірою невизначеності. Задання параметрів та змінних у вигляді випадкових величин є цілком природнім для стохастичних моделей. Для теоретико-множинних моделей має місце подання параметрів і змінних здебільшого як множини гарантованих, допустимих значень, рідше як інтервалів можливих значень або так званих функціональних коридорів.

З огляду на фактор часу розрізняють моделі динамічні та статичні. Припущення щодо відсутності перехідного процесу (система миттєво реагує на будь-яке збурення) характерне для статичних моделей. Для їх опису використовуються алгебраїчні рівняння. За умови розгляду статичної моделі як такої, що відображає специфічну динаміку, - а саме — у фіксований момент часу, доцільною є побудова послідовності таких моделей. Використовуючи її, можна моделювати динамічний процес. У такому випадку в якості алгебраїчних рівнянь доречними для опису є рекурентні співвідношення. При моделюванні виникає потреба врахування фактору інерції процесу. В такому випадку використовують динамічні моделі. В переважній більшості вони описуються за допомогою диференціальних рівнянь по змінній часу.

Поділ на лінійні та нелінійні моделі відбувається з огляду на спосіб задання в ній залежностей між параметрами та змінними. Для моделювання простих об'єктів або значного спрощення об'єктів використовують лінійні моделі. В СА особливе місце посідає знакове моделювання. Його суть полягає в створенні деякого логічного об'єкту на заміну реальному. Всі властивості об'єкту моделювання описуються за допомогою лише формальної мови на основі використання знаків і символів. Це гарантовано унеможлиблює подвійне тлумачення опису. Одним з прикладів такого моделювання є математичне. При аналітичному математичному моделюванні об'єкт описується як

співвідношення між інтегральними, диференціальними й алгебраїчними виразами. У випадку імітаційного математичного моделювання реалізують модель засобом використання певного алгоритму. Саме їм останнім часом надається перевага.

1.3 Клітинні автомати як засіб моделювання складних процесів

При традиційному підході щодо опису багатьох складних процесів, першочергово інтелектуальних, соціальних, інформаційних, використання диференціальних та інтегральних рівнянь і відповідно їх систем щодалі все більше викликає застережень [2]. Відсутні чіткі критерії того, в якому випадку краще спрацює той чи інший метод.

З огляду на поєднання відносної простоти з великим потенціалом можливостей щодо опису сукупності багатьох взаємопов'язаних між собою однорідних об'єктів клітинні автомати стають все більш запотребуваними для розв'язання конкретизованих задач моделювання складних процесів. Наріжними характеристиками структури КА є дискретність простору та часу. Завдяки їм з'являється можливість уникати використання складних за суттю та громіздких за обсягом математичних описів при моделюванні складних процесів. Проте досі залишається недостатньо розробленим теоретичне підґрунтя щодо практичного моделювання на основі КА. Недостатньо вивченими є питання збіжності обчислювальних експериментів, питання стійкості отриманих результатів [4].

КА можна розглядати як дискретну систему пов'язаних між собою ідентичних клітинок. Система є динамічною. Клітинки утворюють решітку автомата.

Стосовно класичного (типового) клітинного автомата мають місце припущення про регулярність та динаміку, а саме відповідно:

- 1) дискретність і простору, і часу, і станів клітин ;
- 2) покроковість правил, локальність околу.

Позначатимемо $Zd - d$ - вимірну решітку. Нехай S – скінчена множина станів окремої клітинки, що є елементом решітки, $s_i \in S$ — стан i -ої клітинки. Сукупність станів усіх клітинок у певний момент часу називатимемо конфігурацією решітки. За умови розгляду всіх можливих конфігурацій матимемо простір C конфігурацій. Дискретний час позначимо $T = \{0, 1, 2, \dots\}$, а конфігурацію в момент часу t ($t \in T$) позначимо $C(t)$.

З огляду на ці позначення локальне правило щодо перетворення T_k , яке переводить клітинку зі стану $s_k(t)$ у стан $s_k(t+1)$ записується в наступний спосіб:

$$s_i(t+1) = T(N_i(t), R) = T(\{s_i(t)\}, R), \quad (1.4)$$

де N_k - деякий визначений окіл точки k на решітці Zd , $\{s_k(t)\}$ - множина станів клітин з цього околу, R — деякі визначені параметри правил, які задають це перетворення [5].

Результат такого перетворення залежить лише від станів клітин у межах, що визначаються околом. Сукупність усіх локальних перетворень T_k визначає глобальне перетворення G на просторі конфігурацій C :

$$C(t+1) = G(C(t)). \quad (1.5)$$

Моменту часу $t = 0$ відповідають початкові умови конфігурації $C(0)$, які є заданими, а множина всіх локальних перетворень визначає клітинний автомат на розглядуваній решітці з відповідним простором станів.

Кожна клітинка являє собою завершений автомат. Його стан визначається станом сусідніх клітинок та власне безпосередньо його станом.

При використанні КА як засобу моделювання обов'язкові для врахування наступні його особливості:

- однорідність решітки (на будь-яку клітинку поля автомата може діяти лише правило, що належить до набору правил даного КА);
- дискретність часу (час у КА плине дискретними кроками, на кожному з яких може відбуватися лише зміна стану поля клітинок);
- сталість (незмінність) кроку у часі;

- стаціонарність (набір правил КА є незмінним у часі, залишається одним і тим же впродовж всього процесу роботи КА);
- наявність у множині станів клітинки інформації про те доступна ця клітинка чи є перешкодою;
- одночасність або паралельність зміни станів усіх клітинок;
- локальність (утворення околу множиною “сусідів”, а не клітинок, обраних у довільний спосіб; стан окремої клітинки на наступному кроці визначається лише на основі стану її сусідства у спосіб застосування відповідного правила), нелокальні взаємодії спостерігаються як виняток;
- кінцевість (кількість станів кожної клітинки кінцева та належить до одного й того ж набору станів) [1,6,7].

1.4 Постановка задачі курсової роботи

Традиційно в СА моделювання широко використовують при розв'язанні задач оптимізації та управління (керування). Проте, останнім часом актуальними стають задачі щодо моделювання тих процесів, які зумовлюються пандеміями та війнами. Обидва ці чинники перед навчальним процесом поставили ряд викликів, часом докорінно змінивши традиційний його плин. Для учнів та студентів цей процес багато в чому вимушено перетворюється на самоосвіту. Виникають проблеми з самоконтролем, діагностикою адекватності розуміння вивченого та самооцінкою рівня навченості, виявлення прогалин у знаннях, тощо. В закладах загальної середньої освіти предметом з найвищим коефіцієнтом складності є геометрія, що зумовлює складність процесу її опанування. Задачі щодо створення моделей інтелектуальних процесів — одні серед найскладніших в моделюванні. Метод КА є успішним для розв'язування конкретизованих задач моделювання.

Ось чому постає задача змодельовати за допомогою КА певні етапи навчального процесу при вивченні основ планіметрії, зокрема теми “Трикутник”.

1.5 Висновки до розділу 1

У цьому розділі розкрито суть задачі моделювання, описано “життєвий цикл” моделі; розглянуто вимоги щодо моделювання в системному аналізі та основні характеристики моделі, вказано засади класифікації моделей; описано характеристичні особливості КА, якими слід керуватися при апаратній реалізації; здійснено постановку задачі курсової роботи.

РОЗДІЛ 2. ОГЛЯД ПРИКЛАДІВ КА-МОДЕЛЮВАННЯ СКЛАДНИХ ПРОЦЕСІВ

2.1 Застосування типових КА для моделювання процесів з багатьма складовими (на прикладі моделювання руху пішохода)

З огляду прискорення процесів урбанізації, прогнозування руху пішоходів набуває великого значення. Особливо гостро проблема постає у надзвичайних ситуаціях. Наразі в умовах війни це є особливо актуально. Оптимальна модель повинна бути спроможною відобразити всі аспекти, які притамані руху натовпу. Клітинно-автоматний підхід у моделюванні руху натовпу є найперспективнішим серед інших методологій [1, 6, 7], зокрема у порівнянні з моделлю соціальних сил [8].

Клітинно-автоматна модель містить прості елементи — клітинки. Вони пов'язані з сусідніми клітинками, кількість яких є обмеженою. Клітинки розподіляються на порівняно нескладній за структурою решітці. Поряд з простими правилами клітинок, для КА можуть бути характерними дуже складні процеси. До прикладу, в роботі [9] описано явище самоорганізації КА. Модель, створена на основі КА спроможна адекватно описати такий складний об'єкт як натовп засобами простих правил опису окремо взятого пішохода. В цьому одна з переваг методу. Наступна в тому, що така модель є стійкою щодо малих збурень. Прикладами таких слугують видалення або приєднання обмеженої кількості пішоходів.

При створенні моделі процесу руху за допомогою КА правила поведінки записуються для кожного пішохода окремо. Стосовно правил переходу, то вони містять випадкові величини. Щодо простору та часу, - так, як в класичних клітинних автоматах. Основними припущеннями є наступні:

- динаміка дискретна у просторі й часі;
- бажаний маршрут руху є заданим;
- нераціональна поведінка допускається як виняток;

- пішоходи не конкурують між собою;
- наявні індивідуальні відмінності подаються за допомогою параметрів.

В роботі [5] моделюється рух пішохода на площині, з розміщеними на ній перешкодами. Підхід типових КА — з ортогональною решіткою, в якій за умови сусідства Неймана чотири можливих напрямки руху, якщо ж сусідство Мура — їх вісім. Стан клітинки зумовлюється наявністю або відсутністю в ній пішохода. Кожен пішохід (йому відповідає деяка клітинка) рухається в певному напрямку з певною швидкістю, яка не перевищує заданого максимального значення v_{max} . За умови наявності на шляху іншого пішохода або перешкоди, пішохід змінює напрямок свого руху, але при цьому намагається зберегти наперед визначений глобальний напрямок руху. На рис. 2.1 зображено решітку, що містить клітинки різних типів. Чорними кружками зображено пішоходів, чорними клітинками перешкоди, а темно фіолетові клітинки відображають пошук у межах околу окремих пішоходів.

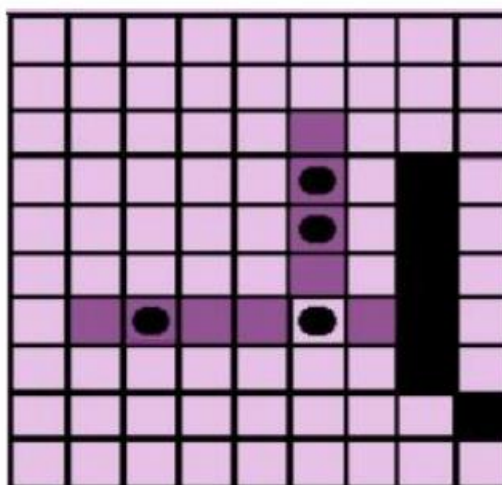


Рисунок 2.1 — Простір моделі [5]

Решітка клітинного автомата розглядається як така, що складається з двох прямокутних матриць F та V з елементами відповідно f_{ij} та v_{ij} . Елементи матриці F набувають значення 1 у випадку наявності пішохода в розглядуваній клітинці або відповідно значення 0 у випадку його відсутності. Аналогічно для елементів матриці V , - значення 1 або 0 у відповідності до наявності чи

відсутності перешкоди у розглядуваній клітинці. В роботі [5] описана модель за умови використання сусідства Неймана. На рис.2.2 літери обрано відповідно до позначення чотирьох сторін світу та центру.

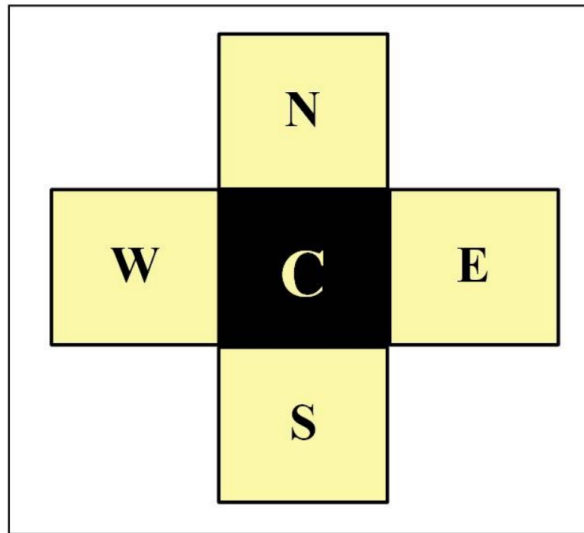


Рисунок 2.2 — Окіл клітинки [5]

Нехай деяка змінна a може набувати значень N, W, S, E, C . Для розглядуваної клітинки матриці F відповідні клітинки в межах її околу позначають у наступний спосіб:

$$f_{i+1j} = f_{ij}^{(N)}, f_{ij+1} = f_{ij}^{(E)}, f_{ij} = f_{ij}^{(C)}.$$

Аналогічно вводяться позначення для елементів матриці V . Правила переміщення з деякої поточної клітинки в одну із сусідніх застосовуються виключно для клітинок, значення яких 1. Переміщатися в зайняті клітинки та в клітинки, в яких є перешкоди, заборонено. Для кожного кроку кожного пішохода обчислюється ймовірність його переходу в напрямку якоїсь із ближчих клітинок.

$$P'_{ij} = \frac{1}{4} (1 - f_{ij}^{(a)}) (1 - v_{ij}^{(a)}) \quad (2.1)$$

За умови, що відповідна клітинка в сусідстві зайнята, кожна з таких ймовірностей дорівнює нулеві. Для дозволених, так званих вільних напрямків, відслідковується відстань r (r — параметр моделі). Суттєвою є кількість

зайнятих/доступних клітинок. Якщо $f_{ij} = 1$ або $v_{ij} = 1$, то ймовірність переходу з клітинки ij в напрямку a дорівнює нулеві. За умови реалізації такої схеми в роботі [5] ймовірності P_{ij}'' , які обчислюються для зміщення пішохода в напрямку, що містить багато перешкод, зменшують у наступний спосіб:

$$P_{ij}''(a) = (1 - \frac{1}{r} (\sum_{k=1}^{r^*} f_{i+j+k} + r - r^*)) P_{ij}'(a), \quad (2.2)$$

де r — максимальне значення дальності огляду; r^* - відстань між розглядуваною клітинкою та найближчою перешкодою в обраному напрямку; $P_{ij}'(a)$ - ймовірність обчислена згідно формули (2.1).

З огляду на формулу (2.2), констатуємо, що зростання кількості пішоходів у напрямку a (у формулі (2.2) — це збільшення суми $\sum_{k=1}^{r^*} f_{i+j+k}$) зумовлює більш інтенсивне зменшення значення ймовірності зміщення в цьому напрямку. Нормування забезпечується множником $\frac{1}{r}$. Окрім того, за умови, коли найближча перешкода розміщена біля межі огляду (у формулі (2.2) r^* та r набувають близьких значень), найприйнятнішим стає відповідний напрямок, а отже значення множника перед $P_{ij}'(a)$ прямує до 1 і як наслідок зростає ймовірність руху в обраному напрямку, до прикладу в напрямку N .

Нехай параметром b визначається рівень бажання рухатися в обраному напрямку. $b \in [0;1]$, причому значення 0 набувається у випадку відсутності бажання рухатися в обраному напрямку, а 1 — за умови, що напрямок залишається тим самим за будь-яких умов.

$$\begin{aligned} P_{ij}'(N) &= P_{ij}''(N) + b_{\min}[1 - P_{ij}''(N); P_{ij}''(S); P_{ij}''(W); P_{ij}''(E)]; \\ P_{ij}(S) &= P_{ij}''(S) - (\frac{b}{3})_{\min}[1 - P_{ij}''(N); P_{ij}''(S)]; \\ P_{ij}(E) &= P_{ij}''(E) - (\frac{b}{3})_{\min}[1 - P_{ij}''(N); P_{ij}''(E)]; \\ P_{ij}(W) &= P_{ij}''(W) - (\frac{b}{3})_{\min}[1 - P_{ij}''(N); P_{ij}''(W)]. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Якщо $b = 0$, то всі формули (2.3) записуються у вигляді однієї формули

$$P_{ij}(a) = P''_{ij}(a), \quad (2.4)$$

де a може приймати будь-яке із значень N, W, S, E, C , а значення ймовірності переходу в обраному напрямі відповідно збільшується на вказану величину.

Оскільки рух частинок, для яких уже розраховано ймовірність для всіх напрямків, відбувається одночасно, то це зумовлює оновлення решітки всіх клітинок (ймовірності (2.3) розраховуються лише для кожної з тих клітинок, які перебувають в стані 1, тобто за умови присутності в ній пішохода).

В процесі переміщення пішохода на вільні позиції, на ці самі позиції може бути декілька пішоходів — претендентів (сумарна їх кількість від 2 до 8). У такому випадку обирається один серед рівноймовірнісних пішоходів — претендентів. За умови, що швидкість пішохода більша від 1, для унеможливлення перетину траєкторій руху кожен часовий крок розбивають на півкроки так, щоб швидкість кожного пішохода в межах півкроку була меншою або рівною 1. Якщо при моделюванні обрано сусідство Мура, то за умови діагонального переміщення, мається на увазі переміщення через кут клітинки, такому переміщенню відповідає довший просторовий крок, тому виникає потреба у різному тлумаченні швидкості. До прикладу, якщо $v_{max} = 5$, то пішоходом може бути здійснено або 5 горизонтальних, або 4 діагональних переміщення. Все це за один крок, причому у першому випадку переміщення відбувається через межу клітинки, а у другому — через кут клітинки.

З огляду на вищесказане, маємо наступні правила переміщення, які слугують плідним підґрунтям для імітації доцільного руху людей, які перебувають у групі:

- за наявності можливості, пішохід рухається вперед (рухається в іншому напрямку, якщо такий був наперед заданий);
- за відсутності такої можливості, відбувається зміщення пішохода або вліво, або вправо, або по діагоналі;

- присутність пішоходів або перешкод у будь-якому з напрямків зумовлює зменшення ймовірності зміщення у відповідному напрямку.
- В роботах [5, 10] розглянуто можливості щодо врахування ментальності учасників руху з метою забезпечення адекватності моделювання; вказано на те, що аналогічний КА-підхід може бути зреалізований для моделювання трафіку. Особливо цікавою є модель для пішохода, який спроможний прогнозувати розвиток ситуації в своєму okolí та використовувати ці знання для оптимізації процесу.
- На рис.2.3 відображено чотири криві — результати експериментів.

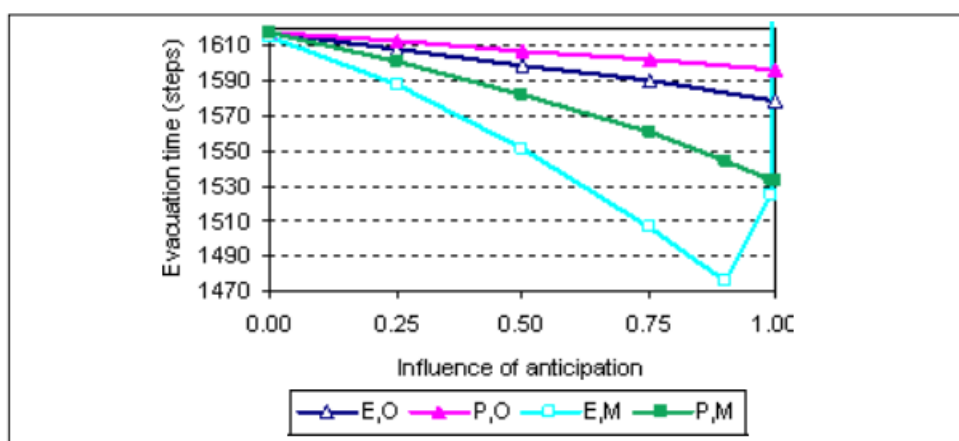


Рисунок 2.3 — Результати експериментів, [5]

де E / P — рівноправність при русі / при русі перевага надається швидким пішоходам; O / M - передбачення, підґрунтям для яких є спостереження / модель.

Всі чотири криві мають спільну точку $a = 0$. Це зумовлено тим, що при такому значенні параметру модель є простою (без врахування будь-яких передбачень пішохода). Графік відображає наступні закономірності:

1) при наданні переваги швидким пішоходам, як наслідок збільшується час евакуації, що недопустимо; з підвищенням точності розрахунку поправки у P_k - ймовірність зміщення (для сусідства Неймана $k=1,2,3,4$) (відповідно нижня крива) зростає швидкість евакуації, що є підтвердженням адекватності запровадження антисипації (врахування певних передбачень пішоходів) при моделюванні;

2) відбувається гальмування руху за умови, що пішоходи намагаються пропустити один одного і як наслідок залишаються нерухомими (відповідно різке зростання нижньої кривої в околі точки $a = 1$).

2.2 Метод асинхронних КА для моделювання теплових процесів (на прикладі моделювання процесу кристалізації сплавів)

Створення моделі теплопровідних процесів на основі КА в своїй основі має здійснення наступного:

- задання розбиття зразка (складовими цього розбиття є однакові клітинки, причому останні з'єднані між собою в однаковий спосіб);
- ототожнення сукупності одержаних клітинок з решіткою КА (з огляду на розмірність системи, що моделюється, решітки також відповідно можуть бути різної розмірності);
- вмістом комірки є окремий лінійний масив, що містить m певних характеристик (m відображає кількість параметрів, з огляду на які відбувається моделювання).

При моделюванні теплових процесів, які виникають при кристалізації сплавів, до основних характеристик належать наступні: T — температура клітинки, C — концентрація домішки, H — внутрішня теплота, яку необхідно враховувати в ході моделювання фазових переходів (вона визначає відношення концентрації домішки відповідно в рідкій та твердій фазах); координати клітинки, її фізико-хімічні характеристики можуть розглядатися як допоміжні (додаткові) характеристики [11].

Структуру клітинки КА за умови, що її стан характеризується m характеристиками, зображено на рис. 2.4.

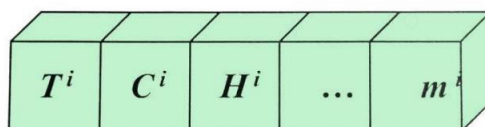


Рисунок 2.4 — Структура i -ої клітинки КА [11]

Початковими умовами для розрахунків теплової динаміки є задання певних значень температури та концентрації. З огляду на складність та динамічність граничних умов в роботі [11] розглядається два підходи.

За умови стаціонарності та складності щодо геометричного розташування цих граничних умов з метою фіксації певного типу клітинки вводиться у КА окрема характеристика: область динамічної зміни температури — 0, область граничної умови — 1. У такому випадку необхідно забезпечити таке функціонування КА-взаємодії, яке б одночасно враховувало і тип клітинки, і не змінювало б значення клітинок, що були визначені, як гранична умова. Граничні клітинки ініціюються при заданні початкових умов.

За умови нестаціонарності граничних умов з необхідністю забезпечується можливість паралельної та синхронної зміни значень граничних клітинок у відповідності до процесу розрахунків. Для здійснення цього потрібна окрема функція. Якщо йти шляхом виділення окремої комірки для фіксації типу клітинки, то це зумовлює збільшення розмірів пам'яті. Отже, з метою оптимізації такого підходу у випадку простої геометрії граничних умов, задають значення граничних клітинок. Це здійснюється за допомогою функції КА — взаємодії [12]. В роботі [11] наведено фрагмент програмного коду, за допомогою якого задаються значення граничних клітинок.

Вищевказані граничні умови описуються для випадку сталої (незмінної) температури, хоча в реальних ситуаціях на границях зазвичай має місце потік тепла. Це відбувається у випадку перенесення тепла або внаслідок перенесення речовини в процесі дифузії.

За умови, що система вважається ізольованою, а отже немає потоків тепла та речовини, граничні умови реалізуються аналогічно. Видаляють функцію, що надавала значення відповідним граничним клітинкам.

Якщо граничні умови є комбінованими та їх геометрія складна, то вводиться два типи граничних клітинок, а саме:

- область динамічної зміни температури — 0;
- область граничної умови при $T=const$ — 1;

- область граничної умови при ізолюваності системи — 2.

Наступним етапом після задання початкових та граничних умов є ітераційний цикл КА-взаємодій, який власне і є процесом розв'язування задачі моделювання. На рис.2.5 зображено схему використаної в роботі [11] асинхронної взаємодії КА для моделювання процесу кристалізації сплаву.

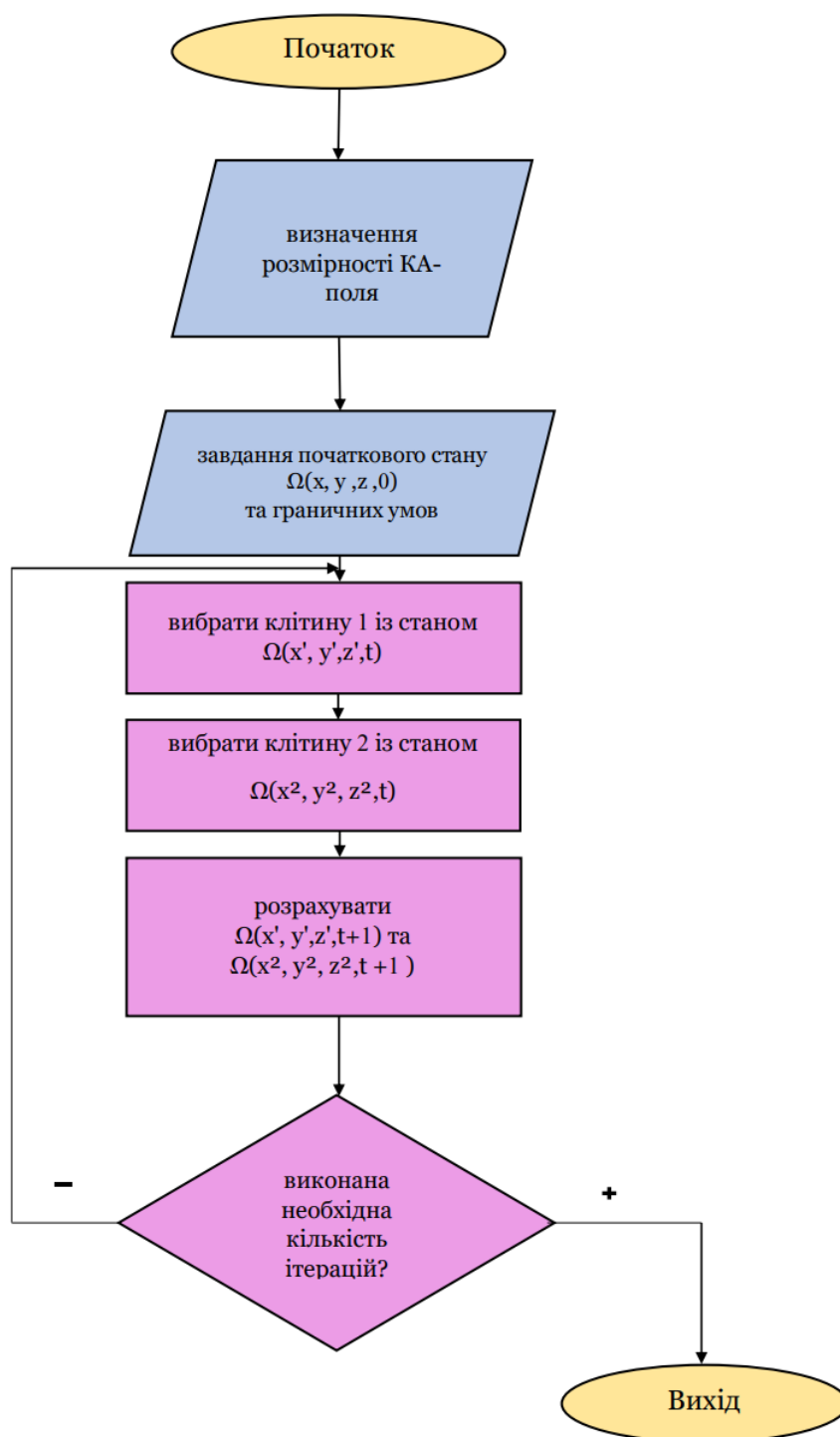


Рисунок 2.5 — Блок-схема асинхронного клітинно-автоматного алгоритму [11]

Вищезгаданий ітераційний цикл передбачає циклічне виконання наступних кроків [13]:

1) обрання деякої клітинки $i=1$ із цілочисельними координатами x^1, y^1, z^1 (клітинка обирається випадковим рівноймовірним способом);

2) обрання деякої сусідньої клітинки $i=2$ також із цілочисельними координатами x^2, y^2, z^2 (обирається також випадковим рівноймовірним способом, зазвичай практикується сусідство Неймана);

3) здійснюється КА-взаємодія між двома клітинками (суть у модифікації неперервних значень відповідних характеристик клітинок).

В роботі [14] отримано систему рівнянь, яка містить ряд умовних застережень. Ця система задає правило переходу, згідно якому визначаються значення усіх характеристик клітинки в новому стані. Автором роботи прийнято такі позначення: T , A та H — відповідно температура клітинки, коефіцієнт її провідності та внутрішня теплота; q — питома теплоємність; D — коефіцієнт дифузної домішки; C — концентрація домішки. Щоб розрізняти тверду та рідку фази використовують відповідно індекси S та L . Всі ці характеристики для моменту часу t позначаються без штриха, відповідно для наступного моменту часу $t+1$, кожне з позначень містить ('). Система має наступний вигляд:

$$\left\{ \begin{array}{l}
T^{i'} = T^i + \frac{(T_{сер} + T^i) A_{сер}}{M_{max}}; \\
C^{i'} = C^i + \frac{(C_{сер} + C^i) D_{сер}}{M_{max}}; \\
\text{якщо } (T^{i'} > T_{пл}^i) \text{ та } (H^{i'} < H_{пл}), \\
\text{тоді: } \{ H^{i'} = H^i + \Delta H^i; T^{i'} = T_{пл}^i \}; \\
\text{якщо } (H^{i'} > H_{пл}), \\
\text{тоді: } \{ T^{i'} = T_{пл}^i + \frac{H^{i'} - H_{пл}}{q_L^i}; H^{i'} = H_{пл} \}; \\
\text{якщо } (T^{i'} < T_{пл}^i) \text{ та } (H^i > 0), \\
\text{тоді: } \{ H^{i'} = H^i + \Delta H^i; T^{i'} = T_{пл}^i \}; \\
\text{якщо } (H^{i'} < 0) \\
\text{тоді: } \{ T^{i'} = T_{пл}^i + \frac{H^{i'}}{q_S^i}; H^{i'} = 0 \}; \\
H^{i'} = H^i + Z \Delta H^i \frac{D_{сер}}{M_{max}}; \\
H^{(3-i)'} = H^{(3-i)} + Z \Delta H^i \frac{D_{сер}}{M_{max}}, \quad [14]
\end{array} \right. \quad (2.5)$$

де $i = 1, 2$ — відповідні значення індексів усіх використаних характеристик для обраної та сусідньої щодо неї клітинки, K_0 - коефіцієнт відокремлення домішки, $M_{max} = \max(A_{max}, D_{max})$, $Z = \text{sign}(1 - K_0) \cdot \text{sign}(C^i - C^{(3-i)})$.

Зауважимо, що

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} -1, & \text{якщо } x < 0, \\ 0, & \text{якщо } x = 0, \\ 1, & \text{якщо } x > 0. \end{cases}$$

В цій же роботі одержано формулу (2.6) для знаходження часу однієї клітинно-автоматної взаємодії для тривимірного випадку, в якому КА-поле містить $N_x \times N_y \times N_z$ клітинок.

$$t_{1KA} = \frac{d_x^2}{M_{max}} \frac{1}{6N_x^3} \frac{1}{N_y N_z} = \frac{d_y^2}{M_{max}} \frac{1}{6N_y^3} \frac{1}{N_x N_z} = \frac{d_z^2}{M_{max}} \frac{1}{6N_z^3} \frac{1}{N_y N_x}, \quad (2.6)$$

де N_x, N_y, N_z - відповідно кількості комірок КА-поля вздовж осей x, y, z ; d_x, d_y, d_z - характеристики розмірності КА-поля.

З формули (2.6) слідує, що збільшення розмірності поля клітинних автоматів зумовлює збільшення чисельності КА-взаємодій. При розв'язуванні багатьох задач це є виправданим, оскільки слугує підвищенню точності розрахунків, але слід враховувати, що це значно подовжує процес моделювання. Саме тому, щоб забезпечити адекватність створюваної моделі доцільно обирати допустимий компроміс між точністю розв'язку та часом, для його отримання.

В роботі [14] підтверджено адекватність моделі (2.5) та наведено графік, який ілюструє як добре узгоджуються результати, отримані на основі КА та результати аналітичного розв'язку задачі теплопровідності. Проведено також апробацію моделі (2.5), що описує КА-взаємодію, на задачі промерзання вологого ґрунту. Показано, що результати поставленого експерименту для КА-моделі добре узгоджуються з відповідними результатами чисельного рішення рівнянь теплопровідності для задачі промерзання вологого ґрунту, що подані в роботі [13]. З'ясовано також, що швидкість обчислень, які здійснюються за допомогою методу клітинних автоматів майже в двічі більша від відповідної швидкості сіткових методів за умови, що кількість клітинок КА-поля та відповідно кількості вузлів, що має сітка для випадку кінцево-різницевої схем, однакові. Експериментально підтверджено, що запропонована КА-модель є стійкою, а кінцево-різницева схема виявляє нестійку поведінку. З'ясовано, що алгоритм, який було побудовано на основі КА, придатний для застосування для будь-якої структури поля.

2.3 Багаторівневі КА, моделювання процесів за їх допомогою

В роботі [15] розроблено теорію та комплекс математичних і програмних засобів, який може слугувати основою для дискретного динамічного моделювання. Розглядається моделювання за допомогою багаторівневих КА, а також досліджено їх застосування до системного аналізу. Автором використовується специфічний підхід щодо тлумачення поняття типових клітинних автоматів.

КА є трійкою $K(t) = \langle S(t), R, P \rangle$, де $S(t)$ — поле клітинок, що розглядається на даний момент часу t ; R — набір правил, який є незмінним для розглядуваного КА (для розрахунку наступного стану клітинки використовується як стан її сусідства, так і стан самої клітинки); P — процес, що складається із станів $\{S(t-n), \dots, S(t-1), S(t), S(t+1), \dots, S(t+n)\}$, де $n \in N$, $n \rightarrow \infty$ [15].

Стан клітинок змінюється в часі. Послідовність цих станів є процесом.

Стан набору правил і клітинок автомата є станом поля КА. З огляду на вищенаведене означення, процес P , породжуваний КА, складається з безлічі станів у часі. Стан поля в деякий момент часу однозначно визначається станом набору правил та станом клітинок.

Кольцовим А.В. у роботі [15] розглянуто задачу щодо розподілу складного процесу на суму складових процесів, кожен з яких є порівняно простішим. Така задача виникає за умови, що процес є надскладним і як наслідок не може бути згенерованим типовим (класичним) КА. В цій роботі розглянуто також поняття часового набору правил, тобто правил, які є змінними з плином часу. Суть полягає в тому, що часовим набором правил $R(t)$ визначаються правила переходу поля КА зі стану $S(t)$ в стан $S(t+1)$, після чого правила $R(t)$ зазнають змін та переходять до набору правил $R(t+1)$ (ці зміни зумовлюються значеннями так званих внутрішніх таймерів правил). Найважливішими властивостями часових правил є наступні: рівності, еквівалентності, конфліктності (остання долається за допомогою введення пріоритетів). Для складних випадкових процесів може бути здійснено моделювання за допомогою КА, набір правил яких є часовим [15].

Метаавтомат (КМА) є багаторівнева структура, що складається з полів клітинок та відповідно наборів правил. Рівні полів кліток пов'язані між собою певними законами. Між рівнями наборів правил також здійснюється зв'язок. Схематично це зображено на рис. 2.6.

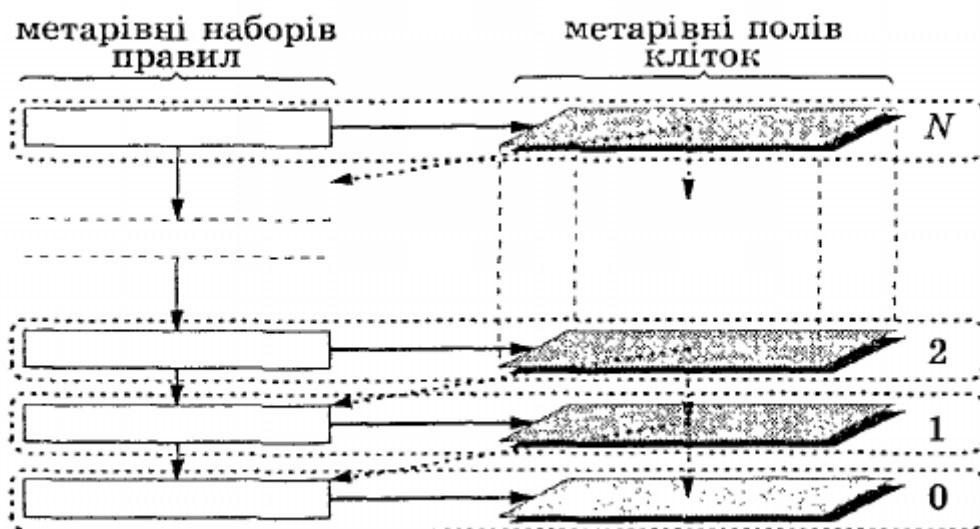


Рисунок 2.6 — Схема метавіснї автомата [15]

Рівні полів клітинок та рівні полів правил називають відповідно метарівнями. Клітинні метавіснї автомати (КМА) можуть мати або багаторівневу структуру набору правил, або багаторівневу структуру полів кліток, або багаторівневу структуру обох.

КМА можна розглядати як сукупність безлічі типових КА, кожен з яких знаходиться відповідно на своєму метарівні. Суть у тому, що кожен такий КА, як складова метавіснї автомата, може здійснювати вплив на функціонування КА нижчого за відповідним йому метарівнем. Цей вплив полягає в тому, що клітинки верхнього метарівня відповідно для клітинок нижнього можуть визначати правила переходу з одного стану в інший.

В роботі [15] розроблено основні принципи і положення теорії багаторівневих КА та методику моделювання складних процесів за допомогою КМА (до прикладу соціальних процесів, захисту та шифрування інформації); створено механізм автоматичної побудови КМА; окреслені перспективні шляхи

застосування моделей КМА до задач оптимальних рішень та підвищення точності прогнозування динаміки розвитку процесу виходячи з його моделі, основою якої є КМА; запропоновано алгоритм автоматичної побудови моделі на основі КА за послідовністю станів процесу.

2.4 Метод рухомих КА для моделювання процесів (на прикладі моделювання динаміки поведінки елементарних багатоклітинних організмів)

Автори статті [16] в якості інструменту моделювання досліджуваного ними процесу використовують метод рухомих КА. Об'єктом для створення моделі є динаміка поведінки дощового черв'яка, як представника елементарних багатоклітинних організмів. Динаміка його руху практично ототожнюється з пластичною деформацією окремих частин власне його тіла.

Метод рухомих КА, як вважають автори, є ефективним у тих випадках, де відбуваються зміни в межах від пружних деформацій до розриву, оскільки суть рухомих КА полягає саме в органічному поєднанні типових (класичних) КА і методу дискретних елементів.

Задається розбиття системи на окремі фрагменти. Кожен з цих фрагментів розглядається як сукупність дискретних елементів (автоматів). Суть КА-взаємодії розглядається як встановлення відстані між сусідами. Ця відстань визначається в залежності від стану певного (еферентного) нейрону, оскільки за умови надходження сигналу від моторних нейронів м'язи стискаються.

Авторами статті досліджена динаміка еволюції процесу щодо пошуку оптимальних параметрів нейронної мережі та наведено її графічне представлення. З огляду на те, що має місце властивість нестискуваності, відповідні об'єми елементів тіла черв'яка є сталими. З деякого початкового стану, що зображений на рис.2.7, об'єкт слідує до такого стану руху, в якому енергія мінімальна, а швидкість є максимальною. За формою динаміка може бути як довільною, так і відповідною до зображеної на рис.2.8.

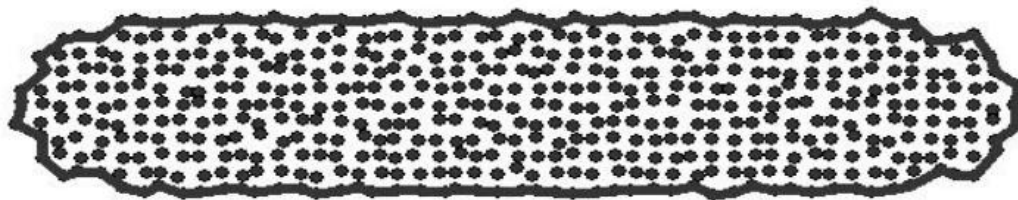


Рисунок 2.7 — Об'єкт, що моделюється, у початковому стані [16]

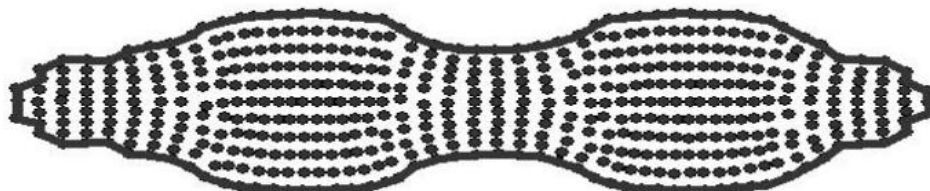


Рисунок 2.8 — Черв'якоподібний організм у русі [16]

2.5 Перспективи використання КА-модельовання для дослідження динамічних процесів у медицині

Вимоги доказової медицини зумовлюють обов'язкове використання методів математичного моделювання при проведенні досліджень складних процесів, що відбуваються на клітинному рівні.

Кожна клітинка КА розглядається як така, що має певну, цілком визначену локалізацію. Щодо простору, то це може бути як двовимірний, так і трьохвимірний простір. Крім того:

- 1) клітини знаходяться в одному з станів, множина яких є скінченною;
- 2) перехід клітини від одного стану до наступного відбувається в дискретні моменти часу;
- 3) перехід з одного стану в наступний відбувається згідно правил, які зумовлюються станом клітини та її найближчих сусідів.

З огляду на це КА-модельовання в медицині бачиться перспективним, зокрема для моделювання росту пухлин [17].

Низка науковців використовують КА для моделювання процесів з патологічними загостреннями в капілярній та нейронній мережах головного мозку. При їх застосуванні виникають складнощі щодо врахування впливу

порушень мікроциркуляції на функції нейронів. Уникати цих складнощів вдається шляхом підбору відповідних параметрів КА-моделі. В роботі [18] описано КА-моделювання мозкової активності, а в статті [19] запропоновано іншу одновимірну КА-модель для розв'язання тієї ж задачі. Процес переходу мозку від нормального стану до епілептичного нападу змодельовано за допомогою двовимірного КА. Реалізацію здійснено в програмі КА Cellular Automate v.5.0. [20]. Матрицею КА взято квадрат, замкнутий в тор (сторона квадрата 48 клітинок). Кожна активована клітинка є окремим нейроном. Їх сукупність для кожного стану складає сітку. Зміна стану кожної з клітинок-нейронів відбувається залежно від стану сусідства. Ця запропонована КА-модель дає можливість імітувати динаміку активності головного мозку у вигляді серії числових значень впродовж дискретного перебігу часу поточного стану КА. При практичному застосуванні необхідно мати на увазі ряд обмежень КА-моделей у тому числі й те, що ці моделі не завжди спроможні врахувати особливості саме живих організмів. Перспектива за моделюванням, яке за своєю суттю було б таким узагальненням КА-моделей, що мало б змінну структуру зв'язків та враховувало б як стан власне окремо взятої клітини й її сусідства, так і вплив зовнішнього середовища. З огляду на це в роботі [21] здійснено спроби щодо узагальнення КА-моделювання процесів на клітинному рівні в галузі медицини.

2.6 Висновки до розділу 2

У цьому розділі здійснено огляд прикладів моделювання складних процесів за допомогою КА. У тому числі розглянуто використання типових (класичних) КА (на прикладі моделювання руху пішохода), вказано переваги і недоліки; асинхронних КА (на прикладі моделювання процесу кристалізації сплавів), вказано переваги над сітковими методами; багаторівневих КА; рухомих КА (на прикладі поведінки руху елементарних багатоклітинних організмів). Окреслено перспективи КА-моделювання для дослідження динамічних процесів у медицині.

РОЗДІЛ 3. РОЗРОБКА НА ОСНОВІ КЛІТИННИХ АВТОМАТІВ ПП ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ ОКРЕМИХ ЕТАПІВ НАВЧАЛЬНОГО ПРОЦЕСУ ПРИ ВИВЧЕННІ ТРИКУТНИКІВ

3.1 Аналіз предметної області

3.1.1 Аналіз сучасного стану питання

Виклики часу ставлять все нові й нові запити та завдання щодо моделювання різних етапів навчального процесу. Існуючі програмні засоби слугують підвищенню ефективності та результативності навчання як в режимі of — line, так і при дистанційному навчанні, що все частіше вимушено запроваджується у зв'язку з пандеміями, викликаними COVID — захворюваннями. Як наслідок, все більшої актуальності набуває вирішення проблеми створення нових технічних умов навчання. За умов війни завдання щодо розробки програмних засобів для підтримки вивчення навчальних предметів набуває особливої гостроти. На порядок денний постають питання підвищення ефективності засобів дистанційного навчання, створення таких моделей навчального процесу та окремих його складових, які б слугували контролю й самоконтролю знань; учням (студентам) надавали б можливість щодо здійснення корекції та усунення прогалин у знаннях. Війна загострила вже існуючі проблеми та породила нові. Мільйони здобувачів освіти стали вимушеними переселенцями не тільки в межах держави, але й за кордон. Учні часто зараховуються до шкіл з іноземною мовою навчання, яку вони не знають, їм надскладно потрапити до відповідної школи з поглибленим вивченням окремих предметів. Для учнів — емігрантів, особливо на перших порах, дуже проблематичною є участь у роботі профільних гуртків та факультативів, участь у заходах щодо підготовки до олімпіад. У зв'язку з війною суттєвих змін зазнав процес вступу до університетів. Замість ЗНО абітурієнти складатимуть національний мультимедійний тест (НМТ). Підготовка до нього теж має свої специфічні особливості та складнощі. З огляду на підсумки ЗНО у 2020-2021 навчальному році особлива увага прикована до математики, геометрії зокрема.

Традиційно переваги програмних засобів навчального призначення щодо вирішення освітніх задач, у порівнянні з іншими, зумовлюються наступними їх характеристиками:

- наявність зручних у використанні засобів візуалізації;
- можливість як статичного, так і динамічного представлення об'єктів.

Перелік переваг вищевказаних засобів стає значно ширшим за екстремальних умов перебігу навчального процесу.

3.1.2 Огляд існуючих розробок

Складність і різноплановість навчального процесу зумовлює труднощі в його моделюванні. В закладах загальної середньої освіти впродовж тривалого часу вже використовуються наступні засоби:

- комп'ютерний (електронний) підручник — програмно-методичний комплекс, покликаний, перш за все, задовільняти потреби учнів при самоосвіті, — акценти розставлені на ключових поняттях, опорних схемах; використовується при систематизації, закріпленні, корекції здобутих знань засобами інтерактивних завдань із великою кількістю ілюстративного матеріалу; подання нової інформації є поблоковим, останній з блоків — тестовий; може слугувати і як підручник, і як довідник, і як збірник задач;

- програми-тренажери — засоби щодо корекції знань, а також щодо самовдосконалення, розвитку й закріплення навчальних вмінь та навичок; можуть застосовуватися й для встановлення рівня навчальних досягнень з певної теми;

- імітаційно — моделюючі програми — засіб навчання, робота якого, щодо вивчення властивостей процесів та систем, ґрунтується на створенні моделі, змінюючи параметри якої, учень (студент) з огляду на реакцію системи усвідомлює суть процесу;

- діагностично — контролюючі програми — засіб для перевірки й оцінювання рівня засвоєння теми, курсу в цілому;
- інструментальні програми — засіб для практикування в самостійному розв'язуванні задач;
- ігрові програми (ділові ігри) — навчальний засіб, що орієнтований на розв'язання складних задач групами учнів;
- предметно — орієнтовані середовища — програми, що покликані створювати навчальні моделі мікро- та макросвітів для занурення в них з метою вивчення їх властивостей.

Окремо вирізимо програмні засоби, що моделюють певні аспекти навчаного процесу щодо підтримки вивчення геометрії в закладах загальної середньої освіти. Їх використання може бути доцільним також й при викладанні методики навчання геометрії на фізико-математичних факультетах педагогічних університетів. Такими, що мають найбільш широке впровадження, в останні роки є наступні: GRAN1, GRAN2D, DG, GeoGebra.

Застосовуючи їх здобувачі освіти мають можливість:

- створювати зображення геометричних фігур та тіл і їх комбінацій;
- здійснювати перетворення на координатній площині;
- експериментувати з геометричними моделями.

Усі вищевказані програмні засоби є доцільними щодо моделювання окремих аспектів навчального процесу, оскільки мають наступні переваги:

- контекстно — чутлива допомога;
- достатньо прості у використанні;
- оснащенні зручним інтерфейсом;
- інтерфейс кожної з них є максимально наближений до найпоширеніших інтерфейсів.

З огляду на широкий загаль користувачів, що є учнями закладів загальної середньої освіти, слід відзначити доступність GRAN1, GRAN2D, DG, GeoGebra. Використання вищевказаних ПЗ слугує плідним підґрунтям для розв'язання

учнями певних задач навіть за умови відсутності у них знань щодо відповідних формул, властивостей та правил. Наприклад, учні можуть розв'язувати системи рівнянь, не знаючи формул для обчислення коренів рівнянь, не знаючи методу виключення змінних або правила трикутника. Використовуючи можливості графічного супроводу, здобувач освіти в такий спосіб зводить процес пошуку розв'язків системи рівнянь до аналізу графічних зображень. Таким чином, GRAN1, GRAN2D, DG, GeoGebra слугують формуванню в учнів не лише знань, умінь та навичок, але й компетентностей, що так актуально за умов нової української школи.

Автором програмно-методичного комплексу GRAN є М.І. Жалдак.

Для роботи з програмою GRAN1 (Graphic Analysis 1) потрібно проінсталювати її на вінчестер, записавши файли gran1.exe та gran1.lng. Доцільною є наявність файлів допомоги gran1.hlp та gran1.cnt. Використання GRAN1 можливе як при вивченні геометрії, так і при вивченні алгебри та початків математичного аналізу. Зокрема, здобувачі освіти можуть реалізовувати наступне:

- будувати та аналізувати графіки функцій;
- графічно розв'язувати рівняння, нерівності та їх системи;
- знаходити наближені значення коренів многочленів;
- досліджувати властивості функцій;
- обчислювати визначені інтеграли, а також знаходити площі поверхонь та об'єми тіл обертання.

Програма GRAN – 2D (Graphic Analysis — 2 — Dimension) працює під управлінням операційної системи Windows. Для її встановлення необхідним є запуск файла SETUP.EXE. Потім в обраному каталозі створюється файл GRAN2D.EXE, що за суттю і є основою програми. Створюється також у додатковому підкаталозі HELP файли допомоги. При вивченні планіметрії для виконання побудов на площині, для графічного аналізу геометричних фігур доцільним у використанні є саме цей програмний засіб — GRAN – 2D. Аналізуючи процес створення динамічних моделей, учень (студент) може здійснювати дослідження геометричного місця точок; знаходити найбільші та

найменші значення певних геометричних величин. Широкі можливості забезпечує GRAN – 2D щодо пошуку закономірностей. Для здобуття знань стосовно тривимірних тіл використовують відповідно програмний засіб GRAN – 3D.

З метою моделювання процесу навчання шкільній геометрії колективом викладачів ХДПУ ім. Г.С. Сковороди було створено програмний засіб DG — пакет динамічної геометрії, що вирізняється широким спектром геометричних інструментів. Він може слугувати плідним підґрунтям для реалізації математичного експериментального практикуму при вивченні геометрії в 7-9 класах закладів загальної середньої освіти або на фізико-математичних факультетах педагогічних університетів. Очевидна перевага DG в тому, що здобувачі освіти мають можливість творити геометричні об'єкти та прослідковувати процеси їх динамічних змін. За умов такого моделювання одного з аспектів навчального процесу, учень (студент) продукує динамічні креслення, спостерігаючи за тим, як зміна одного з елементів креслення зумовлює зміну інших при збереженні незмінності заданих алгоритмом співвідношень.

В 2001 році Маркусом Хохенватером була розроблена комп'ютерна програма GeoGebra. Це відчутно розширило можливості моделювання навчального процесу щодо вивчення геометрії. Програма написана мовою Java, внаслідок чого програма працює повільно, проте у великій кількості операційних систем. Програмний продукт можна розглядати як модель динамічної геометрії. Вона є інструментом для створення інтерактивів щодо вивчення планіметрії. Окрім інструментів для роботи з двовимірними геометричними малюнками GeoGebra містить й такі, що слугують здійсненню стереометричних побудов. Ця програма постійно вдосконалюється, виходять її нові версії [22].

Переваги GeoGebra, в порівнянні з вищевказаними, у наданні наступних можливостей:

- виведення протоколу динамічної моделі;

- відслідкування конструктивних зв'язків динамічного креслення;
- візуалізація інформації при введенні на початку вивчення нових геометричних понять;
- встановлення зв'язків між різними геометричними об'єктами.

Для моделювання процесу навчання геометрії в закладах загальної середньої освіти саме GeoGebra бачиться доцільною, оскільки вона має відповідні функціональні можливості та інструменти. Слід вказати на те, що характеристичною властивістю GeoGebra є наявність засобів ітерації з веб-технологіями, що може слугувати плідним підґрунтям щодо забезпечення процесу дистанційного навчання, актуальність якого в умовах сьогодення важко переоцінити.

Програма створення тестів TEST-W2 є контролюючо — діагностичною системою. Вона знайшла своє широке використання серед учнів, студентів, педагогів, викладачів. Основою цієї системи є TEST-W2.exe програма. Першочерговим призначенням цієї діагностичної системи є виявлення рівня навченості здобувачів освіти з будь-якого предмету. Серед можливостей, які вона надає користувачу, наступні:

- обрати кількість запитань та обрати тривалість тесту за часом;
- в процесі тестування ідентифікувати правильність (помилковість) відповіді;
- використовувати шкалу оцінювання на 2, на 5, на 6, на 9 або на 12 балів;
- редагувати свої відповіді;
- зберігати дані в протоколі після авторизації.

Поза всяким сумнівом жоден з розроблених програмних засобів в силу об'єктивних чинників не може у повному обсязі задовільнити всі потреби освітніх процесів. Навіть інтегроване використання їх у сукупності залишає непокритими поля проблем щодо моделювання навчання за ускладнених умов. Все це зумовлює нагальний запит пошуку нових моделей різних складових в

організації процесу навчання. На перший план виходить потреба в моделюванні самоосвітнього процесу. Враховуючи те, що геометрія, як навчальний предмет, має один з найвищих коефіцієнтів складності та з огляду на кричущо негативні підсумки результатів ЗНО з математики за попередні роки, задача розробки ПП для вивчення трикутників є запотребованою.

3.2 Теоретичні відомості щодо алгоритму реалізації КА

З огляду на локальність усіх взаємодій, використання КА для моделювання динамічних систем, що містять багато складових, має переваги, суть яких у наступному: висока ефективності при програмній та апаратній реалізації; гнучкість (можливість моделювати процеси при невизначеній кількості складових об'єкту й довільному розташуванні перешкод); простота базових правил, що не обмежує здатність моделі відтворювати всі явища.

Алгоритм реалізації КА може бути наступним:

- 1) оголошуються два масиви (перший містить поточний стан клітинки, другий — зберігає нове покоління);
- 2) задається функція переходу (з метою визначення наступного стану решітки, в неї передаються параметри поточного стану сусідства, іноді й самої клітинки);
- 3) початковими даними заповнюється перший масив (перший крок);
- 4) на кожній ітерації обчислюється новий стан для кожної клітинки і записується в новий масив (обчислення виконуються в циклі);
- 5) записуються значення елементів другого масиву в перший (по завершенню виконання п.4);
- 6) візуалізацується вміст першого масиву [4].

3.3 Опис реалізації програмного продукту

3.3.1 Опис алгоритму

Постулюємо, що програма має виконувати дві задачі:

- 1) побудова трикутника за вказаними даними;
- 2) перевірка правильності побудови.

Створюємо поле побудови з огляду на те, що початок координат знаходиться у лівому верхньому куті, додатні напрямки осей відповідно горизонтально вправо та вертикально донизу.

На вхід користувач вводить дані умови задачі. Програма здійснює перевірку на валідність вхідних даних після чого у відповідності до даних умови задачі програма здійснює побудову. Реалізація відбувається у наступний спосіб: на основі програмного аналізу даних обирається одне з трьох відповідних правил побудови:

- за стороною і двома кутами;
- за двома сторонами і кутом між ними;
- за трьома сторонами.

Оскільки для побудови трикутника використовується метод `line`, то необхідним є задання координат вершин трикутника. З перспективою вибору бібліотеки програмного забезпечення `Open CV` в якості засобу роботи із зображеннями, за домовленістю прийmemo відповідність 1см — 20 pixel. Причому, за умов переходу від см до pixel округлюватимемо до цілого числа пікселів. Також за домовленістю прийmemo, що координати вершини $A(x,y)$ задані; розміщення сторони AC — горизонтальне та таке, що гарантовано передбачає розміщення вершини B над нею.

Перше правило (за стороною AB і двома кутами) реалізується у наступний спосіб:

1. Знаходження значення третього кута.
2. Переведення градусної міри кутів у радіанну.
3. Застосування функції $\sin$ щодо кутів.
4. Знаходження AC за теоремою синусів.
5. Запис довжини AC в pixel.
6. Запис координат вершини $C(x+pixelAC,y)$.

Далі маємо розгалуження:

а) для випадку $\angle A$ — гострий

7. Знаходження кута α ($90^\circ - \angle A$).
8. Переведення градусної міри кута α у радіанну.
9. Застосування функції $\sin$ щодо кута α .
10. Знаходження AK , де K — основа висоти, проведеної з вершини B .
11. Запис довжини AK в `pixel`.
12. Знаходження висоти BK .
13. Запис довжини BK в `pixel`.
14. Запис координат вершини $B(x + pixelAK, y - pixelBK)$.

б) для випадку кут A — прямий маємо лише крок 7. Запис координат вершини $B(x, y - pixelAB)$ (кроки 8-14 — відсутні).

в) для випадку $\angle A$ — тупий, маємо:

7. Знаходження кута β ($180^\circ - \angle A$).

Кроки 8-13 — аналогічні.

14. Запис координат вершини $B(x - pixelAK, y - pixelBK)$.

Друге правило (за сторонами AB та AC і кутом між ними) — реалізацію починаємо з того, що зводимо задачу до такої, щоб можна було застосувати перше правило. Це здійснюємо у наступний спосіб:

1. Знаходження BC за теоремою косинусів.
2. Знаходження $\cos \angle ACB$ за наслідком з теореми косинусів.
3. Застосування функції $\arccos$ до $\angle ACB$.
4. Реалізація в повному обсязі першого правила, починаючи з його першого кроку.

Третє правило (за трьома сторонами) — реалізацію починаємо з того, що зводимо задачу до такої, щоб можна було застосувати друге правило. Це здійснює у наступний спосіб:

1. Знаходження $\cos \angle BAC$ за наслідком з теореми косинусів.
2. Застосування функції $\arccos$ до $\angle BAC$.

3. Реалізація в повному обсязі другого правила, починаючи з його першого кроку.

Перевірку на правильності виконаної побудови здійснюватимемо за допомогою ПП згідно наступного алгоритму.

На вхід подається зображення, одержане користувачем та умова задачі. За домовленістю приймемо, що зображення від користувача має зелений колір, зображення, що будує програма — червоного кольору. Всі попередні домовленості також залишаються в силі, а саме: координати точки А у користувача і у програми співпадають; розміщення сторони АС — горизонтальне та таке, що гарантовано передбачає розміщення вершини В над нею.

Для самоперевірки користувачем програма на тому ж аркуші, по суті поверх зображення, яке отримав користувач у зеленому кольорі, будує своє зображення червоним кольором. При повному співпаданні побудов на екрані бачитимемо лише червоне зображення. Це означає, що користувачем побудова виконана абсолютно вірно. Якщо ж повного співпадання немає, то на екрані крім червоного зображення будуть фрагменти зеленого, які є ознаками того, що користувач допустився помилки.

Такий спосіб організації самоперевірки є доречним, оскільки користувач має можливість побачити де саме ним допущені помилки.

За умови, що перевірка здійснюється лише на предмет “вірно” чи “невірно” і неважливо де саме допущено помилку, то контроль здійснюється в наступний спосіб: на вхід подається зелене зображення від користувача, в червоному кольорі зображення, побудоване програмою.

Рисунок записується як масив значень кольорів, а далі мають місце наступні правила:

- якщо комірка КА має зеленого сусіда, то вона стає зеленою;
- якщо у комірки є червоний сусід і немає зеленого, то вона стає червоною;
- в інших випадках вона зберігає свій колір.

Як результат, якщо на екрані лише зелений колір, то побудова виконана невірно, якщо ж на екрані лише червоний колір, то побудова виконана вірно.

3.3.2 *Мова та середовище програмування*

Для програмної реалізації розробленого алгоритму обрано мову C++ та середовище Visual Studio 2022. Такий вибір мови програмування зроблено з огляду на її переваги, а саме:

- 1) має високу швидкість реалізації коду;
- 2) абсолютний доступ до API;
- 3) підтримує різні стилі програмування;
- 4) допускає режим роботи з пам'яттю на низькому рівні;
- 5) значна частина її бібліотеки має своїм підґрунтям STL.

Оскільки середовища Visual Studio 2022 підтримує різні аспекти розробки програми, саме його обрано для реалізації ПП. На такий вибір вплинули також наступні чинники:

- наявна можливість об'єднувати файли та в такий спосіб впорядковувати код;
- забезпеченість можливості корегування коду;
- є можливість надання загального доступу до коду;
- простота можливості формувати код;
- наявна можливість швидкого пошуку елементу коду;
- є можливість відслідкування помилки.

Обрання мови програмування C++ зумовило вибір бібліотеки Open CV в якості засобу роботи із зображеннями для візуалізації результатів, оскільки її основний інтерфейс написаний саме на C++. Окрім того, такому вибору слугувало те, що ця бібліотека має наступні характеристики:

- 1) забезпечує можливість одночасного читання та написання зображень;
- 2) надає можливість реалізовувати аналіз властивостей;
- 3) є сумісною з великою кількістю операційних систем.

3.3.3 Етапи розробки програми та опис її перспектив

Етапами розробки програми є наступні:

- складання алгоритму;
- вибір мови, середовища та оптимальної бібліотеки;
- реалізація алгоритму за умови деяких спрощень;
- реалізація розробленого алгоритму з огляду на обрані технології.

Продовження роботи над розробленою програмою має ряд перспектив. Розвитком теми може бути розширення можливостей побудов та аналізу трикутників, зокрема: можливість будувати висоти, медіани, бісектриси; можливість виконання побудов трикутника (продовження сторін, тощо); можливість побудови центрів вписаного та описаного кіл та самих кіл. В подальшій роботі щодо вдосконалення програми доцільним буде усунення прив'язки до заданої точки при перевірці результатів. Цікавою для розгляду є не лише планіметрична задача стосовно трикутника, але й її стереометричне узагальнення стосовно трикутної піраміди. З огляду на порівняно вищий ступінь складності обчислень в стереометрії, ніж в планіметрії, необхідним буде розгляд використання паралельного програмування, а отже доцільним буде застосування Nvidia cuda для пришвидшення побудови малюнків.

3.3.4 Тестування програми

Тестування програми здійснимо в декілька етапів перевірки. Задача полягає в побудові різностороннього трикутника ABC за кожним з трьох правил:

- за стороною і двома кутами;
- за двома сторонами і кутом між ними;
- за трьома сторонами.

Довжини сторін та величини кутів задано відповідно таблицею 1 та таблицею 2.

Таблиця 1

Довжини сторін трикутника ABC

№	Сторона трикутника	Довжина сторони (в см)
1.	AC	$9\sqrt{2}+3\sqrt{6}$
2.	AB	$6(\sqrt{3}+1)$
3.	BC	6

Таблиця 2

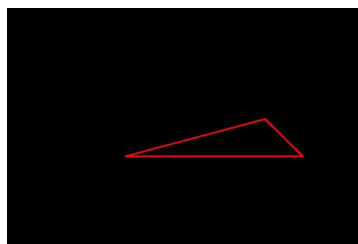
Величини кутів трикутника ABC

№	Кут трикутника	Величина кута (в градусах)
1.	$\angle BAC$	15
2.	$\angle ABC$	120
3.	$\angle BCA$	45

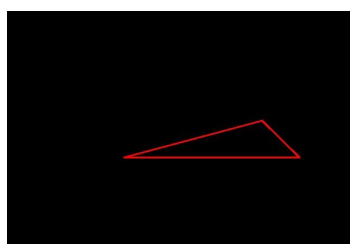
Тестування проводимо по трьох блоках:

1) за стороною та двома кутами:

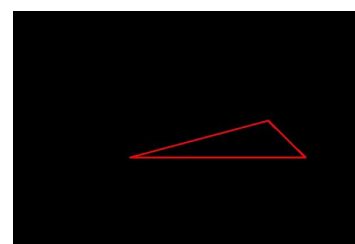
- а) побудова за стороною AC та кутами $\angle BAC$ і $\angle BCA$ — рис. 3.1 а);
- б) побудова за стороною AB та кутами $\angle BAC$ і $\angle ABC$ — рис. 3.1 б);
- в) побудова за стороною BC та кутами $\angle ABC$ і $\angle BCA$ — рис. 3.1 в).



а)



б)



в)

Рисунок 3.1 Трикутник ABC, побудований за стороною і двома кутами

У результаті на рис. 3.1 отримано три ідентичні між собою трикутники, кожен з яких задовольняє вхідні дані.

Зауважимо, що якщо сума двох даних кутів більша або дорівнює 180° , програма трикутник не буде.

2) за двома сторонами і кутом між ними:

а) побудова за сторонами АВ й АС та $\angle BAC$ — рис. 3.2 а);

б) побудова за сторонами АВ й ВС та $\angle ABC$ — рис. 3.2 б);

в) побудова за сторонами АС й ВС та $\angle BCA$ — рис. 3.2 в).

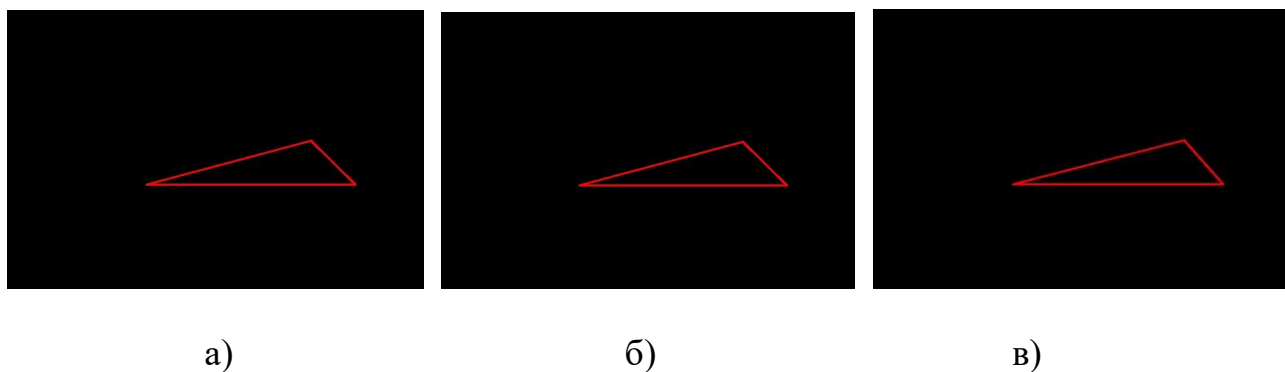


Рисунок 3.2 Трикутник ABC, побудований за двома сторонами і кутом між ними

У результаті на рис. 3.2 отримано три ідентичні між собою трикутники, кожен з яких задовольняє вхідні дані та водночас є ідентичними щодо трьох трикутників зображених на рис. 3.1.

3) за трьома сторонами — рис.3.3.

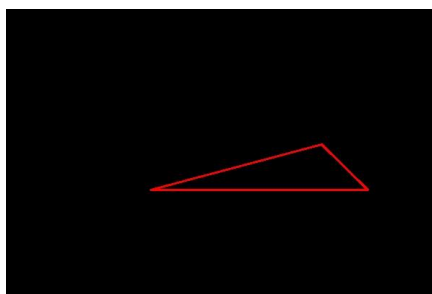


Рисунок 3.3 Трикутник ABC, побудований за трьома сторонами

У результаті на рис. 3.3 отримано трикутник, який є ідентичним щодо всіх шести трикутників, зображених відповідно на рис.3.1 і рис.3.2 та задовольняє вхідним умовам.

Зауважимо, що за умови невиконання нерівності трикутника для трьох даних довжин сторін, програма трикутник за трьома сторонами не буде.

Перший етап тестування програмою пройдено.

Протестуємо програму щодо побудови різних видів трикутників стосовно сторін, а саме: рівносторонній, рівнобедренний, різносторонній.

Рівносторонній трикутник зі стороною 8 см, побудований програмою, зображено на рис. 3.4

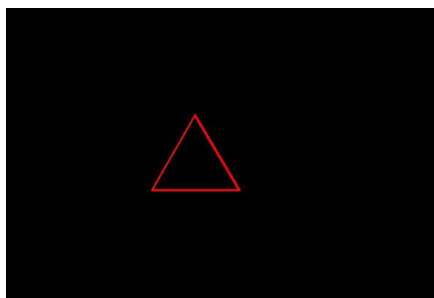


Рисунок 3.4 Рівносторонній трикутник ABC

Рівнобедренний трикутник з основою $AC=7\text{см}$ і кутами при основі $\angle BAC=\angle BCA= 75^\circ$, побудований програмою, зображено на рис. 3.5

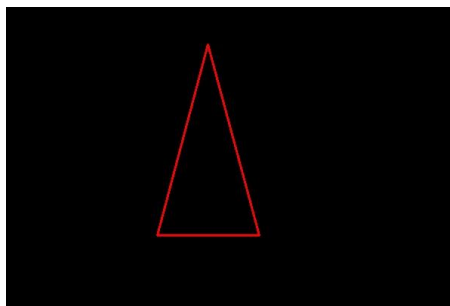


Рисунок 3.5 Рівнобедренний трикутник ABC

Різносторонній трикутник зі сторонами $AC=10\text{см}$, $AB=7\text{см}$, $BC=4\text{см}$, побудований програмою, зображено на рис. 3.6.

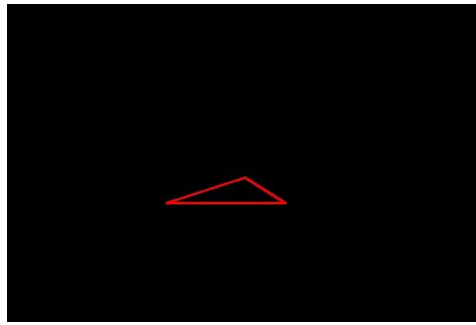


Рисунок 3.6 Різносторонній трикутник ABC

Протестуємо програму щодо побудови різних видів трикутників стосовно кутів, а саме: гострокутний, прямокутний, тупокутний. Гострокутний трикутник ABC зі стороною $AC=7\text{см}$ і кутами $\angle BAC=35^\circ$, $\angle BCA=60^\circ$, побудований програмою, зображено на рис. 3.7.

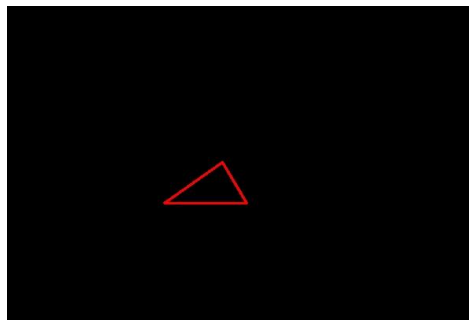


Рисунок 3.7 Гострокутний трикутник ABC

Прямокутний трикутник ABC з катетом $AC=5\text{см}$ і кутами $\angle BAC=90^\circ$, $\angle BCA=20^\circ$, побудований програмою, зображено на рис. 3.8.

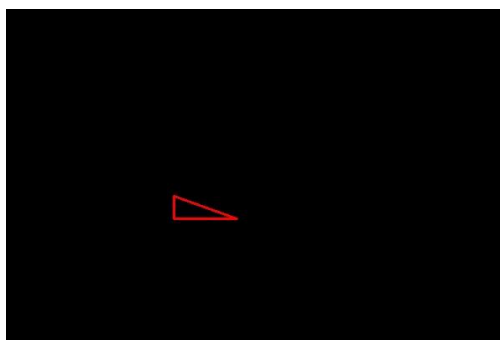


Рисунок 3.8 Прямокутний трикутник ABC

Тупокутний трикутник ABC зі стороною $AC=5\text{см}$ і кутами $\angle BAC=40^\circ$, $\angle BCA=120^\circ$, побудований програмою, зображено на рис. 3.9.

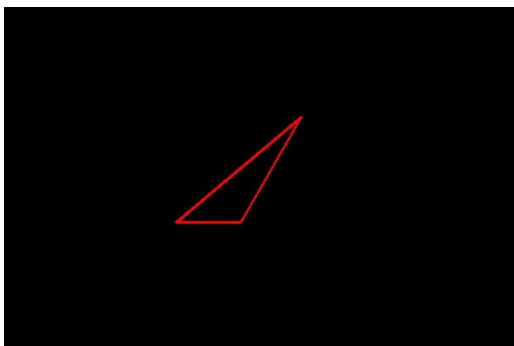
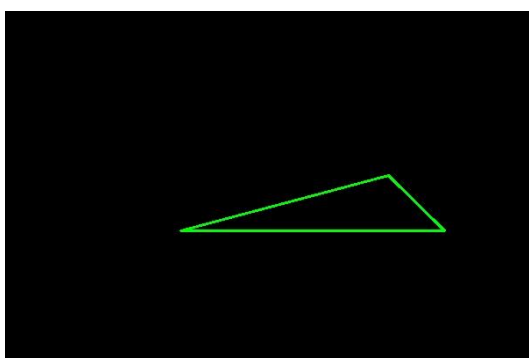
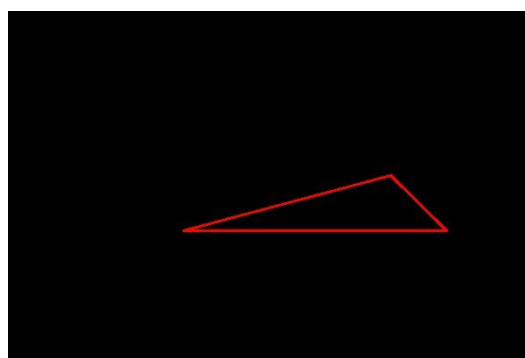


Рисунок 3.9 Тупокутний трикутник ABC

Тестування програми щодо реалізації її функції при самоконтролі виконання побудов зображено відповідно на рис. 3.10а) та рис. 3.10б). Трикутник, що зображено зеленим кольором, – побудова виконана користувачем, а червоним – побудова виконана програмою. З огляду на вищесказане в описі алгоритму, такі зображення є свідченням того, що користувач виконав побудову абсолютно вірно.



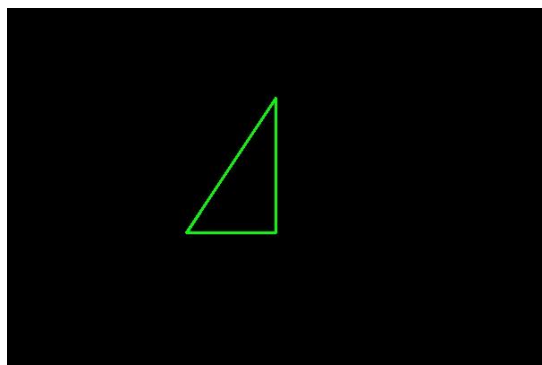
а)



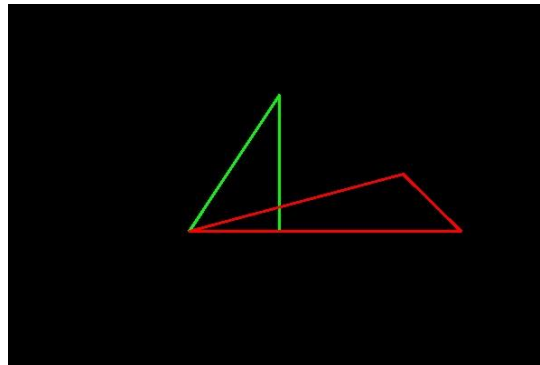
б)

Рисунок 3.10 Самоперевірка правильності виконання побудов користувачем
(побудова виконана вірно)

Випадок, коли користувач при побудові допустився помилки, відповідно проілюстровано на рис.3.11 а) та рис.3.11 б)



а)



б)

Рисунок 3.11 Самоперевірка правильності виконання побудов користувачем
(побудова виконана з допущенням помилки)

3.4 *Опис перевірки моделі на адекватність та спроможність щодо оптимізації певних етапів навчального процесу*

На базі Вінницького міського Центру з інтеграції до європейського та світового освітнього простору було проведено апробацію побудованої моделі на предмет її адекватності та виявлення її придатності для оптимізації певних етапів навчального процесу. Апробація відбувалася у відповідності до Наказу №117 від 01.04.2022 р. по КЗ “ВЛ №7 ім. О.Сухомовського”, на базі якого працює Центр. До експерименту були залучені учні наступних навчальних груп: 7-АМ; 7-БМ; 8-АМ; 8-БМ; група ЧЕМПІОН-М, до складу якої входять найбільш успішні учні вікової категорії 7-8 класів; група 10-11-М, до складу якої входять також й найбільш успішні учні категорії 9 класу, які навчаються за тематичними планами групи 10-11-М. Експериментальне дослідження здійснювалося в рамках теми “Трикутник” на різних етапах уроків та з різною метою, зокрема: актуалізація знань, перевірка домашнього завдання, формування знань, корекція знань, пропедевтика типових помилок, виявлення прогалин у знаннях, тощо.

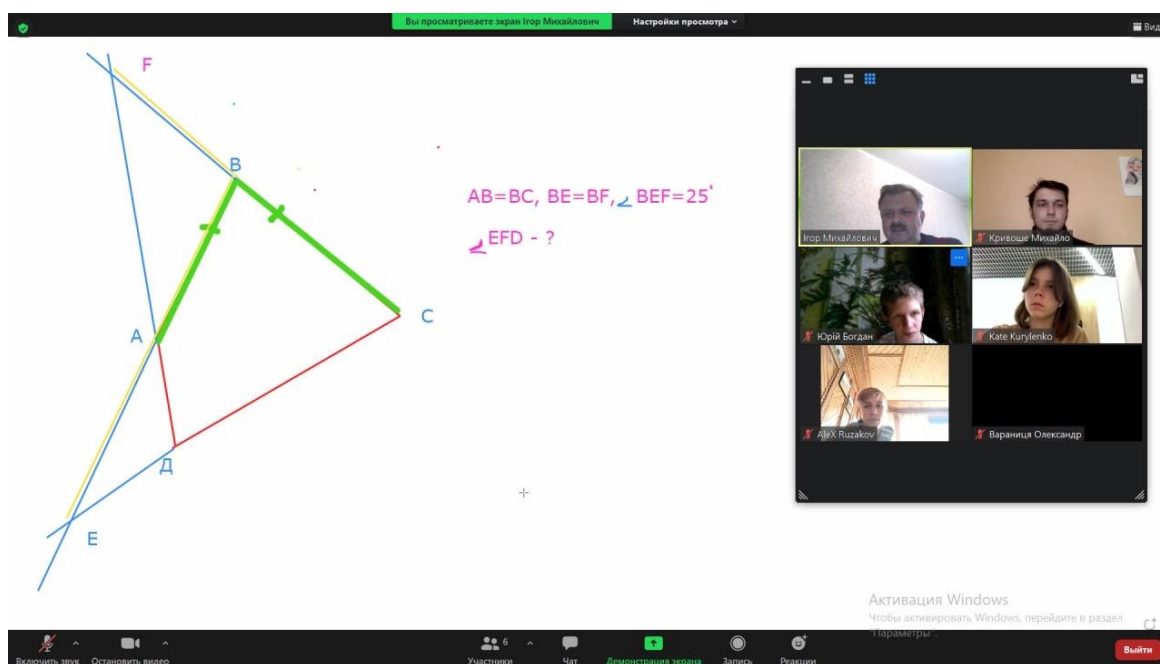


Рисунок 3.12 — Використання ПП при актуалізації знань на уроці в групі 8-АМ

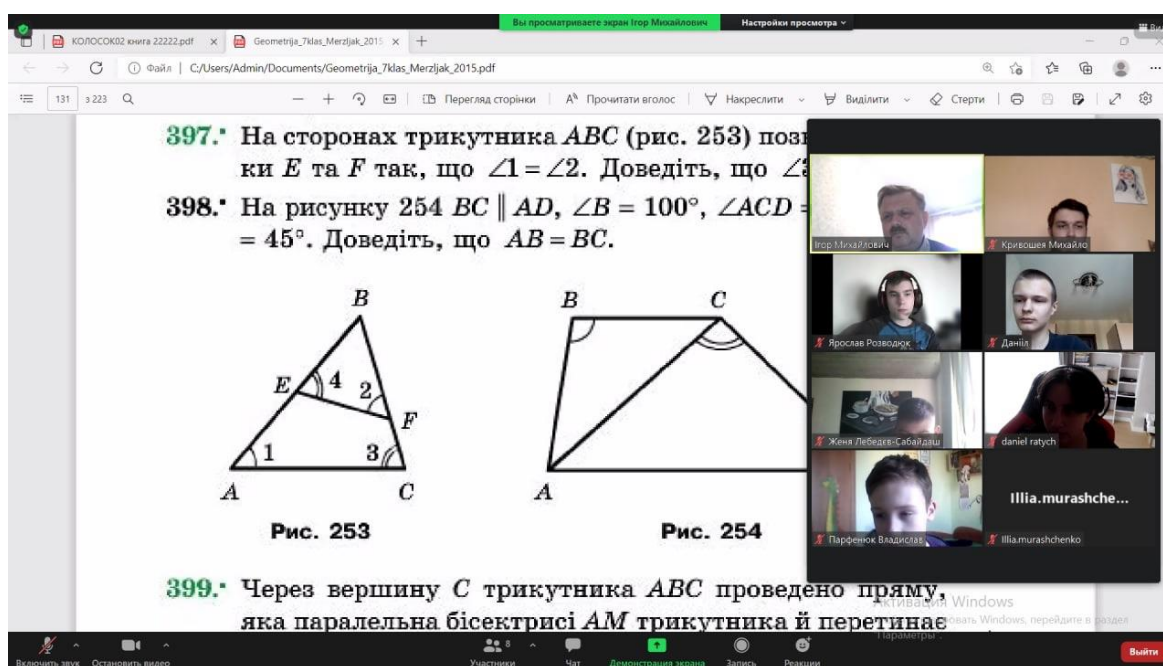


Рисунок 3.13 — Використання ПП при пропедевтиці типових помилок на уроці в групі 7-АМ

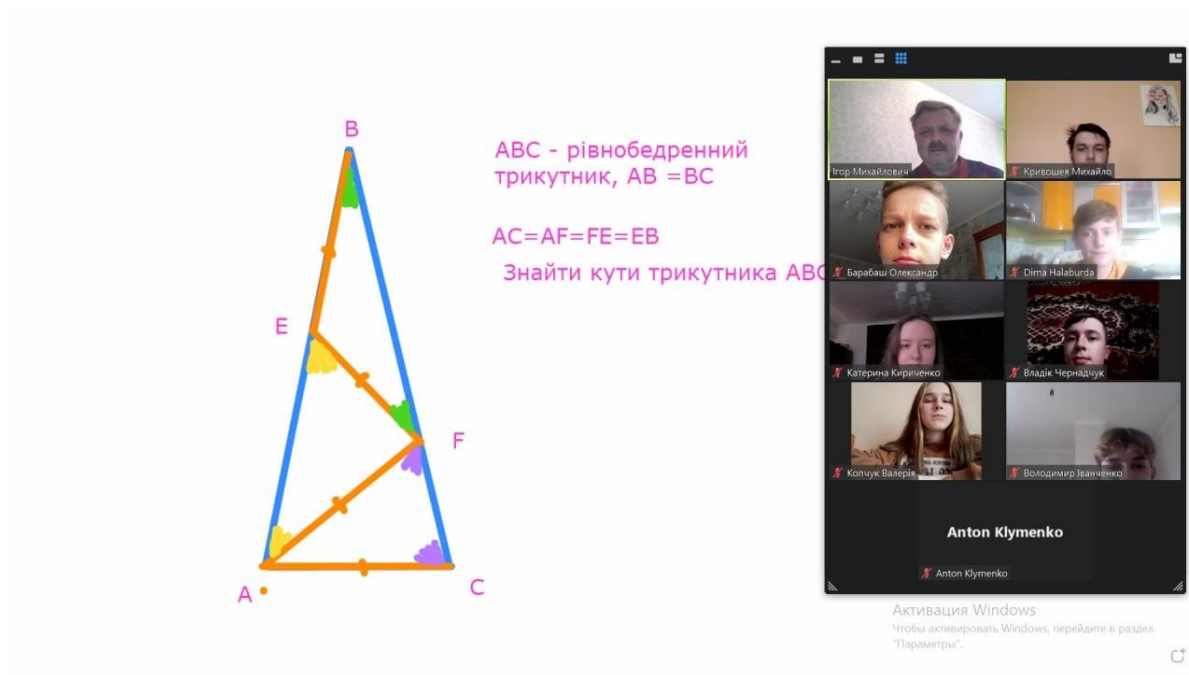


Рисунок 3.14 — Використання ПП при формуванні вмінь та навичок на уроці в об'єднаній групі 7-БМ, 8-БМ

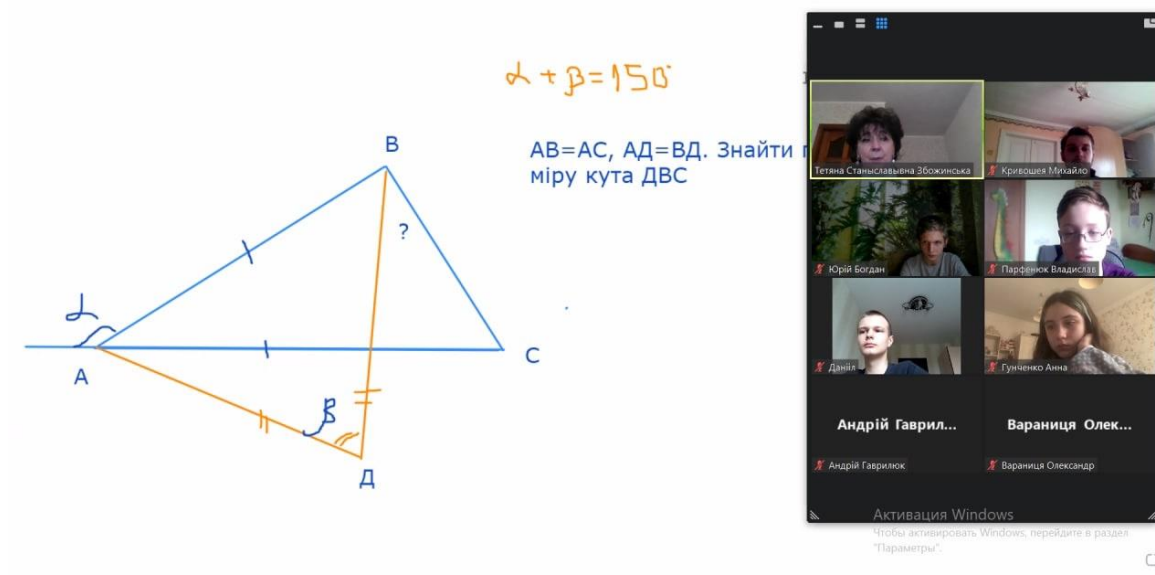


Рисунок 3.15 — Використання ПП при поточному контролі знань на уроці в групі ЧЕМПІОН-М

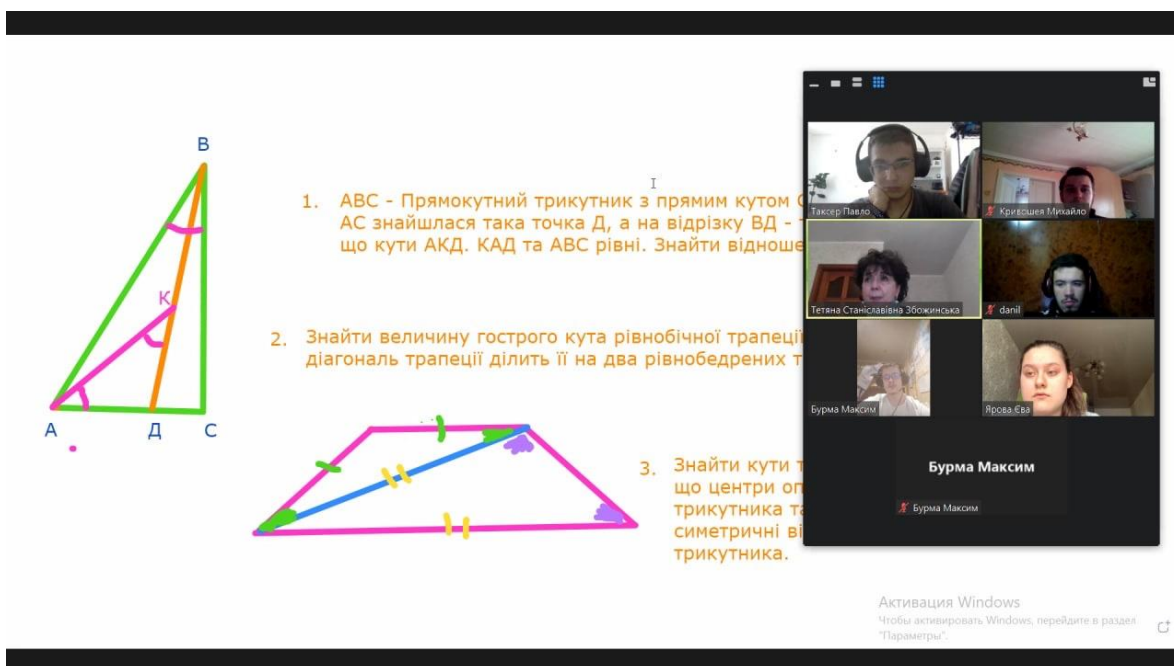


Рисунок 3.16 — Використання ПП при корекції знань на уроці в групі 10-11-М

В ході випробувань виявлено, що розроблений ПП слугує відображенню певних етапів ходу процесу вивчення теми “Трикутник”. За умови належного підбору системи завдань, можна сказати, що запропонований підхід задовільняє вимогам повноти та точності, а це є необхідною вимогою для досягнення мети моделювання. Цей ПП може слугувати знаходженню оптимальних рішень в організації певних етапів навчального процесу, особливо за екстремальних умов навчання.

В ході експериментів проводилась апробація практичного застосування розробленого ПП. Його було використано для моделювання процесу оцінювання рівня навченості учнів щодо тем:

- 1) різновидності трикутників (за сторонами та за кутами), їх властивості;
- 2) властивості медіан, бісектрис, висот трикутників;
- 3) взаємне розташування центрів вписаних та описаних кіл трикутника;
- 4) побудова трикутників, що задовільняють певним умовам.

Випробування проводилися відповідно в чотирьох об'єднаних групах учнів: 7-АМ та 7-БМ; 8-АМ та 8-БМ; ЧЕМПІОН-М; 10-11-М (до якої входять

також й найбільш успішні учні 9 класів). Результати оцінювання, що були отримані з використанням розробленого програмного продукту, співставлялися з результатами оцінювання, які традиційно проводяться вчителями-предметниками в Центрі на завершення навчального року. Завдання для проведення випробувань погоджувалися з учителями математики, а потім умови адаптовувалися до можливостей реалізації за допомогою ПП. Результати експериментів (в балах за 12-бальною системою оцінювання) відповідно з чотирьох вищевказаних тем відображено в наступній таблиці:

Таблиця 3

Результати оцінювання рівня навченості, отримані в ході експерименту

№	Група учнів	Кількість учнів	Номер теми	Результат при оцінюванні з використанням розробленого ПП	Результат, одержаний з використанням традиційних методів оцінювання	Абсолютна похибка оцінювання
1	7-АМ, 7-БМ	14	1	9,51	9,66	0,15
2	7-АМ, 7-БМ	14	2	8,83	9,11	0,28
3	7-АМ, 7-БМ	14	3	8,22	7,99	0,23
4	7-АМ, 7-БМ	14	4	7,85	7,56	0,29
5	8-АМ, 8-БМ	15	1	10,36	10,57	0,21
6	8-АМ, 8-БМ	15	2	9,42	9,18	0,24
7	8-АМ, 8-БМ	15	3	8,84	9,11	0,27
8	8-АМ, 8-БМ	15	4	8,55	8,36	0,19
9	ЧЕМПІОН-М	9	1	11,27	11,09	0,18
10	ЧЕМПІОН-М	9	2	10,14	10,36	0,22
11	ЧЕМПІОН-М	9	3	9,32	9,13	0,19
12	ЧЕМПІОН-М	9	4	9,15	9,40	0,25
13	10-11-М	8	1	10,42	10,20	0,22
14	10-11-М	8	2	9,86	10,13	0,27
15	10-11-М	8	3	9,13	8,90	0,23
16	10-11-М	8	4	8,85	9,11	0,26

Одержані результати, що наведені в таблиці 3, є співставними.

Результати, отримані в ході експерименту щодо практичного застосування розробленого ПП, проілюстровано діаграмами на рис. 3.17 — 3.20.

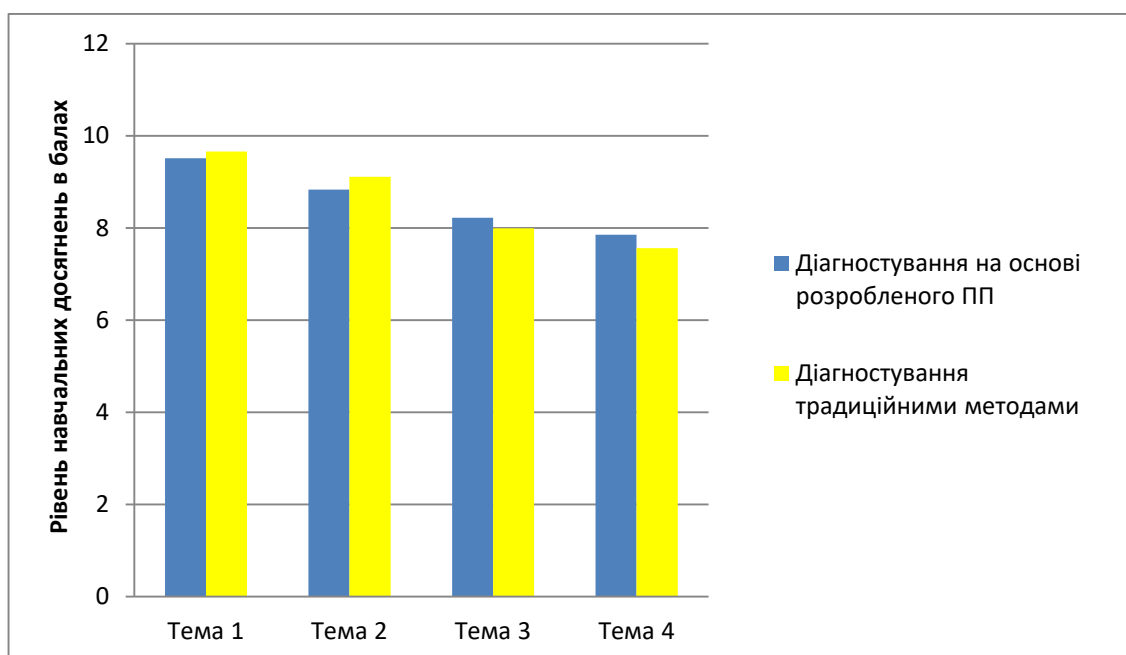


Рисунок 3.17 — Діаграма рівня навченості учнів об'єднаної групи 7-АМ та 7-БМ

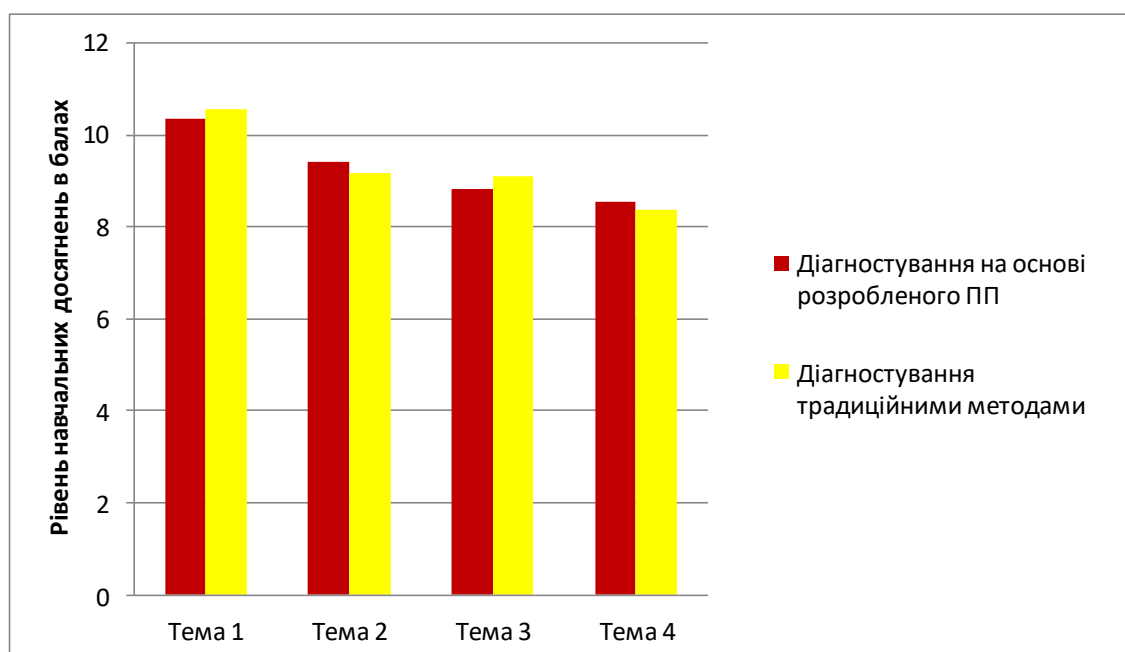


Рисунок 3.18 — Діаграма рівня навченості учнів об'єднаної групи 8-АМ та 8-БМ

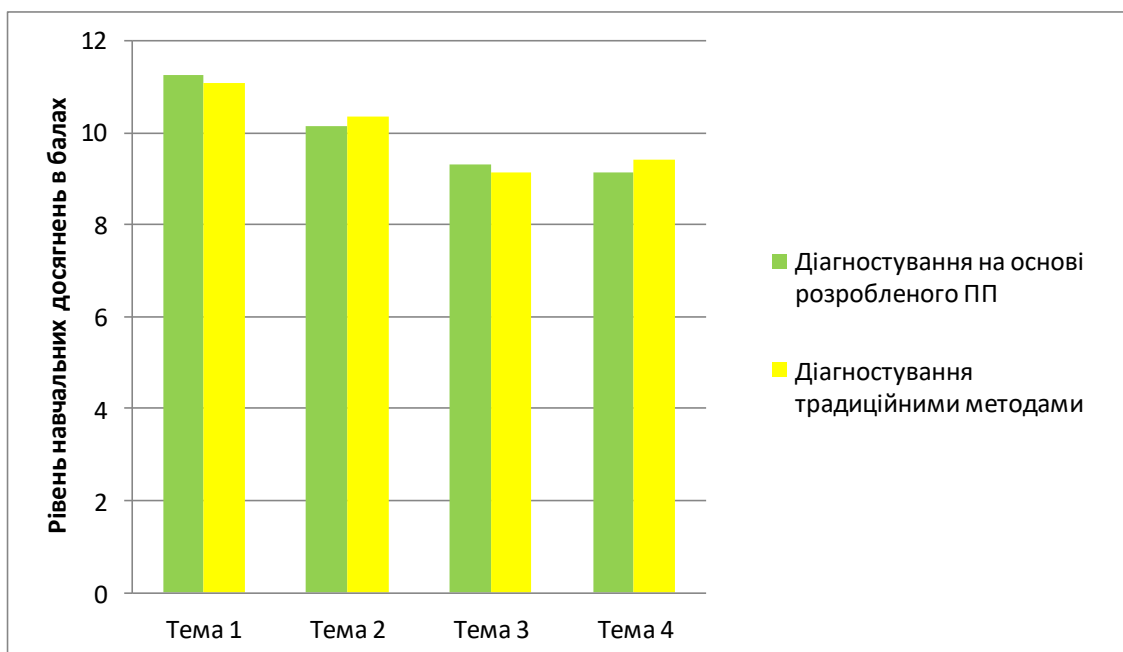


Рисунок 3.19 — Діаграма рівня навченості учнів групи ЧЕМПІОН — М

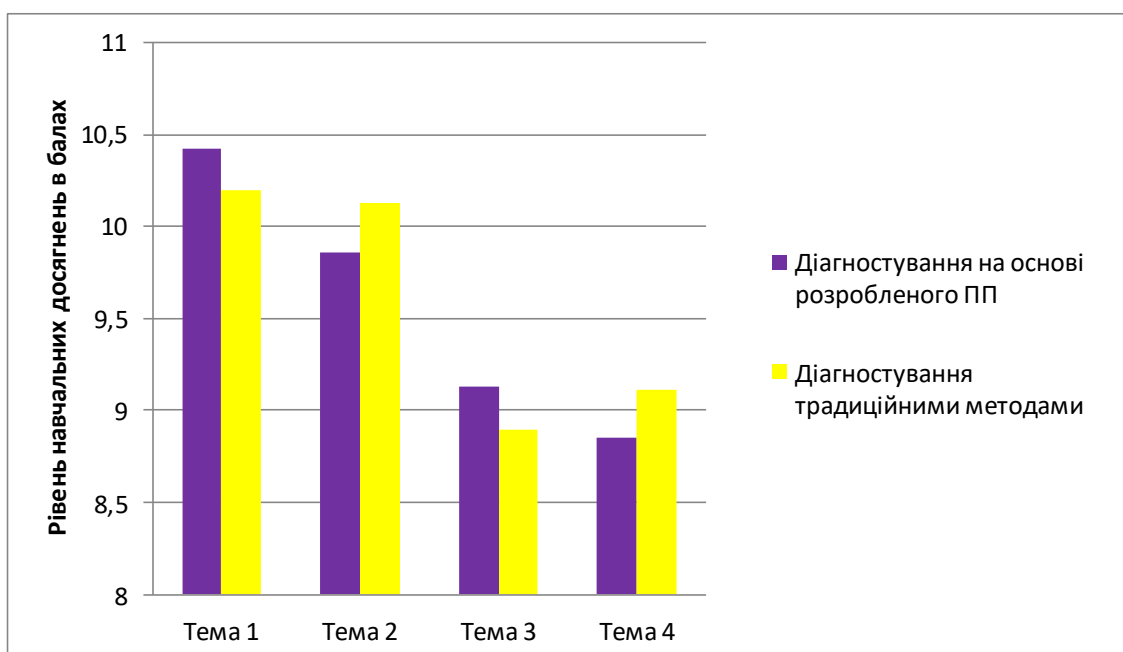


Рисунок 3.20 — Діаграма рівня навченості учнів об'єднаної групи учнів, вікової категорії 9, 10, 11 класів

Одержані результати апробації було використано для аналізу щодо абсолютної похибки в оцінюванні рівня навченості учнів у межах теми “Трикутник” (дивись діаграму на рис. 3.21). Співставлялися результати,

одержані з використанням розробленого ППІ та результати, одержані шляхом традиційного контролю знань на завершення навчального року в Центрі.

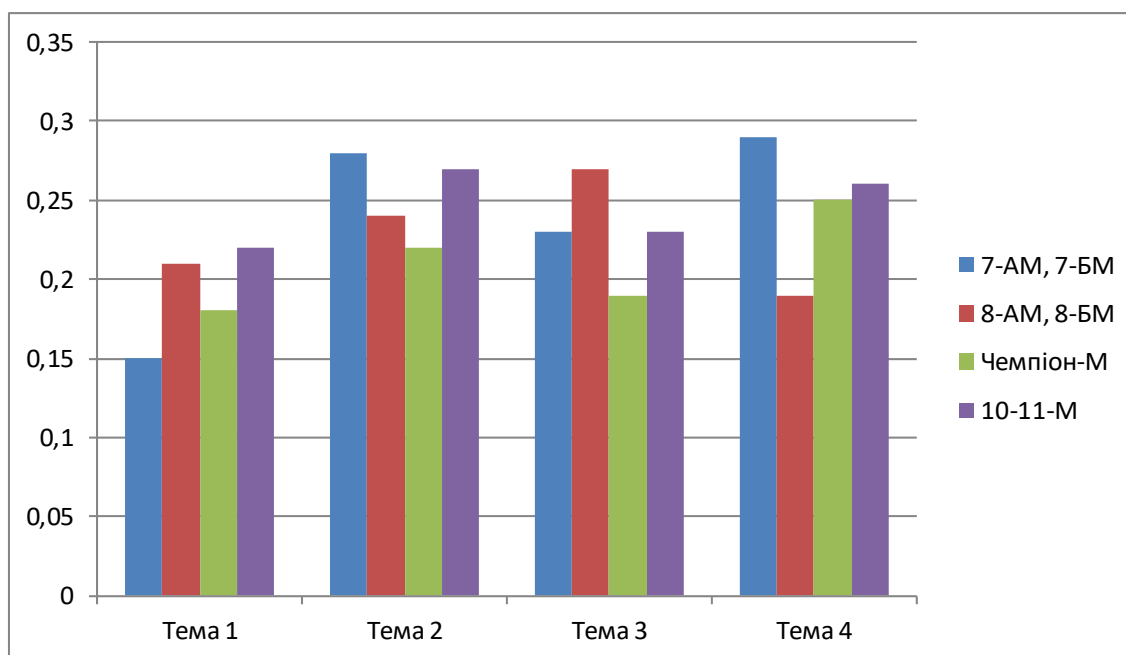


Рисунок 3.21 — Діаграма абсолютної похибки оцінювання рівня навченості учнів при випробуванні ППІ

Проведений експеримент свідчить, що розроблений ППІ може використовуватися для прогнозування результатів навчання здобувачів освіти.

З розробленою моделлю було проведено ряд випробувань, описаних вище. Зрозуміло, що на практиці не уникнути розумного компромісу. Одержані результати є співставними, що може підводити до висновку про адекватність запропонованих підходів.

В ході експерименту прослідковувався час, витрачений на проведення зрізу знань щодо рівня навченості учнів у межах теми “Трикутник” (у відповідності до чотирьох вищевказаних тем). Результати (в хвилинах) відображено у наступній таблиці:

Таблиця 4

Характеристики щодо часу, отримані в ході експерименту
при оцінюванні рівня навченості

№	Група учнів	Кількість учнів	Номер теми	Час, затрачений на проведення зрізу знань при використанні розробленого ПП (у хв)	Час,затрачений на проведення зрізу знань при використанні традиційних методів оцінювання (у хв)	Економія часу при застосуванні ПП (абсолютна похибка у хв)	Економія часу при застосування ПП (відносна похибка у %)
1	7-АМ, 7-БМ	14	1	26	30	4	13,3
2	7-АМ, 7-БМ	14	2	30	35	5	14,1
3	7-АМ, 7-БМ	14	3	20	25	5	20,0
4	7-АМ, 7-БМ	14	4	21	25	4	12,0
5	8-АМ, 8-БМ	15	1	25	30	5	16,7
6	8-АМ, 8-БМ	15	2	29	35	6	17,1
7	8-АМ, 8-БМ	15	3	20	25	5	20,0
8	8-АМ, 8-БМ	15	4	21	25	4	12,0
9	ЧЕМПІОН-М	9	1	12	15	3	20,0
10	ЧЕМПІОН-М	9	2	16	20	4	20,0
11	ЧЕМПІОН-М	9	3	8	10	2	20,0
12	ЧЕМПІОН-М	9	4	17	20	3	15,0
13	10-11-М	8	1	12	15	3	20,0
14	10-11-М	8	2	17	20	3	15,0
15	10-11-М	8	3	8	10	2	20,0
16	10-11-М	8	4	15	18	3	16,7

З огляду на вищевказані результати, можна констатувати, що розроблена модель дає відчутні переваги в часі, а тому може слугувати оптимізації певних етапів навчального процесу. Аналіз результатів проведених випробувань підводить до висновку, що практичне застосування розробленого ПП відкриває кращі перспективи щодо оптимізації певних етапів навчального процесу за наступних умов використання:

- в завданнях, що мають порівняно значне навантаження щодо побудов;
- в групах (класах) з високим рівнем навченості учнів.

Розроблений ПП є доцільним для організації контролю та самоконтролю в процесі вивчення основ планіметрії (зокрема теми “Трикутник”), може слугувати усуненню прогалин у знаннях здобувачів освіти; буде корисним при підготовці до ЗНО та НМТ; може використовуватися учнями, вчителями математики, а також студентами та викладачами фізико-математичних факультетів педагогічних університетів на заняттях з методики навчання геометрії.

Запропонована модель знайшла своє впровадження в навчальний процес та рекомендована для подальшого використання.

3.5 Висновки до розділу 3

У цьому розділі здійснено огляд існуючих програмних засобів, що моделюють певні аспекти навчаного процесу щодо підтримки вивчення геометрії в закладах загальної середньої освіти; проаналізовано причинно-наслідкові зв'язки стосовно запотребованості в розробці чергових програмних продуктів. В розділі описано розробку алгоритму на основі КА для моделювання окремих процесів при вивченні трикутників та програмну реалізацію цього алгоритму. Описано апробацію побудованої моделі щодо її адекватності на прикладі практичного застосування цієї моделі в певних етапах навчального процесу.

ВИСНОВКИ ПО РОБОТІ

У курсовій роботі поставлено та розв'язано актуальну задачу щодо розробки нового методу моделювання окремих етапів навчального процесу при вивченні теми “Трикутник”.

Результати курсової роботи наступні:

- розкрито суть задачі моделювання в системному аналізі;
- описано “життєвий цикл” моделі, здійснено класифікацію моделей та вказано їх основні характеристики;
- описано характеристичні особливості КА, якими слід керуватися при апаратній реалізації;
- здійснено огляд прикладів моделювання складних процесів за допомогою КА, у тому числі для конкретизованих задач розглянуто використання типових (класичних), асинхронних, багаторівневих, рухомих КА;
- зазначено переваги та застереження КА-моделювання;
- окреслено перспективи КА-моделювання для дослідження динамічних процесів, зокрема в медицині;
- здійснено огляд існуючих програмних засобів, що моделюють певні аспекти навчаного процесу щодо підтримки вивчення геометрії в закладах загальної середньої освіти;
- проаналізовано причинно-наслідкові зв'язки стосовно запотребованості в розробці чергових програмних продуктів;
- на основі КА розроблено алгоритм моделювання окремих процесів при вивченні трикутників та здійснено програмну реалізацію цього алгоритму;
- здійснено апробацію побудованої моделі щодо її адекватності на прикладі практичного застосування цієї моделі в певних етапах освітнього процесу.

Випробування запропонованих підходів підводять до висновку про їх адекватність. Відповідність результатів моделювання за допомогою клітинних

автоматів підтверджено експериментом з огляду на порівняння з результатами, які одержані на основі традиційних класичних підходів.

Застосування моделі слугує оптимізації певними складовими навчального процесу.

Результати курсової роботи знайшли практичне використання в здійсненні навчального процесу за умов дистанційного навчання у Вінницькому міському Центрі з інтеграції до європейського та світового освітнього простору та рекомендовані для подальшого впровадження.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Wolfram S. A. New Kind of Science. Wolfram Media. Inc., 2002. 1280 p.
2. Моделювання та оптимізація систем : підручник / Дубовой В. М., Кветний Р. Н., Михальов О. І., Усов А. В. Вінниця : ПП «ТД Едедьвейс», 2017. 804 с.
3. Федорак Р. М., Лютак І. З. Опорний конспект лекцій з дисципліни «Теорія систем і системний аналіз». Івано-Франківськ. 85 с.
4. Кобельник Т. Л. Кліткові автомати як засіб моделювання складних систем. *Фізико-математична освіта*. 2018. Випуск 4 (18). С. 71 – 75.
5. Макаренко О. С., Крушинський Д. А. Моделювання руху пішохода на основі клітинних автоматів. *Системні дослідження та інформаційні технології*. 2010. №1. С. 100-109.
6. Gilbert N. and Troitzsch K. Simulation for the social scientist. Milton Keynes, UK : Open University press, 1999. P. 130 – 169.
7. Тоффоли Т. Машины клеточных автоматов / перевод с англ. Москва : Мир. 1991. 280 с.
8. Helbing D., Molnar P. Social force model for pedestrian dynamics. *Physical Review*. 1995. № 51. P. 4282 – 4286.
9. Chopard B., Droz M. Cellular Automata Modeling of Physical Systems. *Cambridge University Press*. 1998. 341 p.
10. Makarenko A. Anticipating in modeling of large social systems – neurones with internal structure and multivaluedness. *International Journal of Computing Anticipatory Systems*. 2002. № 13. P. 77 – 92.
11. Шумиляк Л. М. Моделювання процесів кристалізації сплавів методом неперервних клітинних автоматів : дис. канд. техн. наук : 01.05.02 «Математичне моделювання та обчислювальні методи. Технічні науки». Чернівці, 2018. 164 с.
12. Кузнецов Г. В., Шеремет М. А. Разностные методы решения задач теплопроводности : учебное пособие. Томск : ТПУ, 2007. 172 с.

13. Аринштейн Э. А. Промерзание влажного грунта. *Вестник Тюменского государственного университета*. 2010. № 6. С. 11-14.
14. Жихаревич В. В., Шумиляк Л. М., Остапов С. Е., Д'яченко Л. І, Миронів І. В. Клітинно-автоматне моделювання теплових процесів, що виникають під час кристалізації сплавів. *Вчені записки ТНУ імені В.І. Вернадського*. Серія: технічні науки. Том 31 (70). № 3. 2020. Частина 1. С. 102-108.
15. Кольцов А. В. Багаторівневі кліткові автомати та їх застосування для моделювання інформаційних процесів та систем : автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.13.01. Харків, 1996. 22 с.
16. Марценюк Є. О., Белоєнко В. О. Моделювання динаміки поведінки елементарних багатоклітинних організмів на основі рухомих клітинних автоматів. *Сучасні комп'ютерні інформаційні технології*: Матеріали VI Всеукраїнської школи-семінару молодих вчених і студентів АСІТ'2016. Тернопіль: ТНЕУ, 2016. С. 72-74.
17. Boondirek A. Triampo W., Nuttavut N. A Review of Cellular Automata Models of Tumor Growth. *International Mathematical Forum*. 5. 2010. № 61. P. 3023-3029.
18. Acedo L. A cellular automaton model for collective neural dynamics. - *Mathematical and Computer Modelling*. Vol. 50. Issues 5–6, September. 2009. P. 717-725.
19. Tsoutsouras V., Sirakoulis G. Ch., Pavlos G. P., Iliopoulos A. C. Simulation of healthy and epileptiform brain activity using cellular automata. *International Journal of Bifurcation and Chaos*. Vol. 22. № 9. 2012.
20. Knyshov G., Nastenکو Іе., Maksymenko V. and Kravchuk O. Simulation of Qualitative Peculiarities of Capillary System Regulation with Cellular Automata Models. *Cellular Automata – Simplicity Behind Complexity*, Croatia. 2011. P. 301-320.

21. Сергеева Л. Н. Клеточные сети с опосредованным взаимодействием в микроэкономическом моделировании. *Искусственный интеллект*. 1999. № 2. С. 398- 406.
22. Ракута В. М. Система динамічної математики як інноваційний засіб для вивчення математики. *Інформаційні технології і засоби навчання*. 2012. № 4 (30). С. 5 — 23.