

На підставі, розробленої в роботах [1-3] методики для чисельного дослідження явищ детермінованого хаосу в динамічних системах проведений великий обсяг комп'ютерних обчислень з метою виявлення нових сценаріїв переходу до хаосу. Був описаний симетричний сценарій переходу до хаосу, а також сценарій переходу до гіперхаосу, які поєднують у собі характерні особливості, притаманні класичним сценаріям Фейгенбаума та Помо – Маннеллія. На основі ретельного аналізу різноманітних характеристик регулярних та хаотичних атракторів системи «бак з рідиною – джерело збудження» (фазові портрети, перерізи Пуанкаре, розподіли природних інваріантних мір) було обґрунтоване існування виявлених симетричних сценаріїв.

Список використаних джерел:

1. Shvets A. Yu. Deterministic chaos of a spherical pendulum under limited excitation // Ukrainian Mathematical Journal. – 2007. – Vol. 59, № 4. – P. 602-614.
2. Shvets, A. Yu., Sirenko, V. O. Peculiarities of transition to chaos in nonideal hydrodynamics systems // Chaotic Modeling and Simulation (CMSIM) Journal. – 2012. – 2, P. 303-310.
3. Shvets, A. Yu., Sirenko, V. O. New ways of transitions to deterministic chaos in nonideal oscillating systems // Наукові вісті НТУУ «КПІ». – 2015. – (1(99)). – P. 45-51.

УДК 519.3

Н. Ю. Щестюк, канд. фіз.-мат. наук,
А. Семенюк

Національний університет «Києво-Могилянська академія», м. Київ

СПІВІСНУВАННЯ КОГЕРЕНТНОСТІ ТА НЕКОГЕРЕНТНОСТІ У «ВАЛЮТНОМУ КОШИКУ»

Останнім часом спостерігається велика зацікавленість у дослідженнях, пов'язаних з застосуванням у фінансово-математичному моделюванні теорії детермінованого хаосу [2-4]. Це пояснюється тим, що відбулись суттєві зміни в парадигмі математичного моделювання фінансово-економічних систем. Вони пов'язані з відмовою від так званої «лінійної парадигми» і переходу до нелінійних моделей.

Одним із прикладів використання послідовностей детермінованого хаосу у фінансах є спроби моделювання часових рядів, що описують динаміку ризикованих активів, наприклад валют. За класичним підходом основним «будівним блоком» і джерелом збурення при моделюванні економетричних моделей є так званий «білий шум», тобто випадкова

послідовність (процес) ε_n з нульовим математичним сподіванням та одиначною дисперсією, члени якого є некорельованими. У [1] нами було запропоновано джерело збурення подати у вигляді одного із загальновідомих представників хаотичних функцій, а саме логістичного відображення [1-3]. Тоді, у разі застосування економетричної моделі, наприклад,

авторегресії 1-го порядку (AR-1) наша модель процесу зміни валют $S_t, t \geq 0$ матиме вигляд:

$$\begin{cases} S_{t+1} = \rho S_t + \varepsilon_{t+1} \\ \varepsilon_{t+1} = \alpha \varepsilon_t (1 - \varepsilon_t), \alpha \geq 4, t \geq 0 \\ \varepsilon_0 \in (0, 1) \end{cases} \quad (1)$$

Наступним кроком стало дослідження когерентності осциляторів, що описують динаміку зміни різних валют, які певним чином об'єднуються у мережу. Тоді, як показано у [1] динаміку будь-якого осцилятора мережі можна описати наступним чином

$$S_{t+1}^i = f(S_t^i) + \frac{\sigma}{2P} \sum_{j=i-P}^{j=i+P} (f(S_t^j) - f(S_t^i)), \quad (2)$$

де S^i дійсні динамічні зміни ($i = 1, \dots, N, N \gg 1$, індекс i є періодичним mod N), зміна t описує час, σ – це сила зв'язку, P вказує на кількість сусідів у кожному напрямку, $f(S)$ – є локальним одновимірним відображенням. У нашому випадку ми використовуємо логістичне відображення (1), з фіксованою зміною $a = 3.8$.

У роботі досліджується умови існування когерентності та умови співіснування когерентності та некогерентності осциляторів у мережі, де під когерентністю розуміється виконання нерівності:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \lim_{t \rightarrow \infty} \sup_{i, j \in U_\delta^N(x)} |f(S_t^i) - f(S_t^j)| \rightarrow 0 \text{ при } \delta \rightarrow 0, \quad (3)$$

де $U_\delta^N(x) = \{j : 0 \leq j \leq N, |j / N - x| < \delta\}$ описує мережу сусідів точки x . Якщо границя (3) не перетворюється в нуль при $\delta \rightarrow 0$ хоча б для однієї точки x , то систему вважають некогерентною [5].

Список використаних джерел:

1. Дмитрук Є. В., Щестюк Н. Ю., Шабалін Д. А. Побудова моделей часових рядів на базі хаотичних функцій // Моделювання та інформаційні системи в економіці : зб. наук. праць. – К. : КНЕУ, 2013. – Вип. 88. – С. 11-21.
2. Ширяев А. Н. Основы стохастической финансовой математике. Факты. Модели. – Москва: ФАЗИС, 1998. – 512 с.
3. Brock W. A., Hsieh D. Nonlinear Dynamics, Chaos and Instability // MIT Press. – 1991.
4. LeBaron B. A Fast Algorithm for the BDS Statistic // Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics. January 1997. – Vol. 2. – No. 2. – P. 53-59.
5. Omelchenko I., Maistrenko Y. Loss of Coherence in Dynamical Networks: Spatial Chaos and Chimera States // American Physical Society. – 2011. – №106. – С. 1-4.