

ПРОСТЕ ДОВЕДЕННЯ РЕАЛІЗАЦІЇ ОДИНИЧНОЇ ВІДСТАНІ ПРИ ПОКРИТТІ ПЛОЩИНИ ЧОТИРМА НЕПЕРЕТИННИМИ МНОЖИНАМИ, ДЕ ХОЧА Б ДВІ ВИМІРНІ

Д.А. ЧАУС

Лема 1. *Нехай множина $V = B_1 \setminus B_2$, де B_1 гомеоморфна колу і має додатню міру, а множина B_2 має міру нуль. Нехай C — множина, що складається з кіл з фіксованим радіусом $r > d$, де d — діаметр множини V , і центрами в точках множини V . Тоді $C = C_1 \setminus C_2$, де C_1 гомеоморфна кільцю, а C_2 — зліченна множина точок.*

Лема 2. *Нехай $R^2 = \bigcup_{i=1}^3 A_i$ — покриття площини трьома неперетинними множинами, де хоча б одна вимірна. Тоді знайдуться дві точки, що належать одній множині і лежать на одиничній відстані одна від одної.*

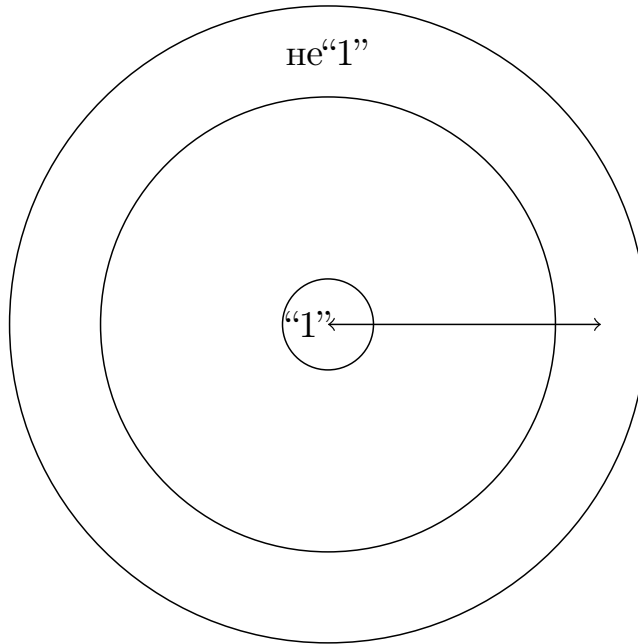


Рис. 1. Круг кольору "1" описав навколо себе область, в якій не може бути точок кольору "1" і в яку можна покласти граф з непарною кількістю вершин

Теорема 1. *Нехай $R^2 = \bigcup_{i=1}^4 A_i$ — покриття площини чотирма неперетинними множинами, де хоча б дві вимірні. Тоді знайдуться дві точки, що належать одній множині і лежать на одиничній відстані одна від одної.*

Доведення теореми базується на використанні описаних лем: не втрачаючи загальності можна розглянути 2 круги кольорів “1” і “2”, що дотикаються і тоді у кожного з них будуть області без відповідних кольорів за лемою 1, а також в перетин цих областей можна буде вписати граф з непарною кількістю вершин по аналогії з лемою 2, який і реалізує одиничну відстань.

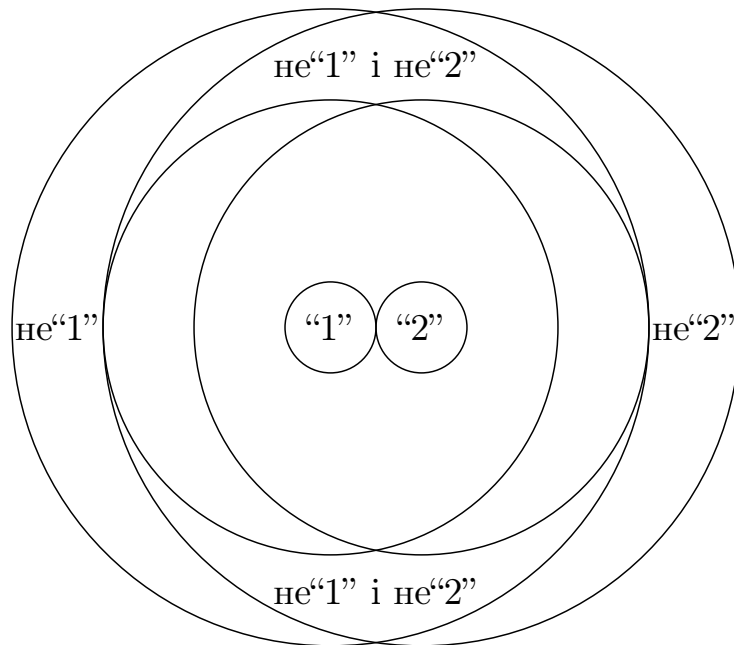


Рис. 2. Дотичні круги кольорів “1” і “2” описали область навколо, в якій не може бути жодного з відповідних кольорів і в яку можна вписати граф з непарною кількістю вершин

ЛІТЕРАТУРА

- [1] Ziegler, G. M. *Alexander Soifer: “The Mathematical Coloring Book. Mathematics of Coloring and the Colorful Life of Its Creators”*, Springer-Verlag, 2009, 607 с.
- [2] Falconer, K. J. *The realization of distances in measurable subsets covering \mathbb{R}^n* , J. Combin. Theory (A), **31** (1981), 187–189.

КПІ ім. Ігоря Сікорського, Київ, Україна

Email address: droba20020504@gmail.com

URL: <https://matan.kpi.ua/uk/>