

ПАРАМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДОХОДНОСТІ КРИПТОВАЛЮТ

Пенцак Є.Я.

Національний університет «Києво-Могилянська академія»

In this article the problem of parametric approximation of highly non-normal bitcoin returns density function is considered. It is shown that Pearson Type IV parametric family of distributions is quite well suited to model fat tailed distributions of highly volatile cryptocurrencies. The proposed estimation methodology is implemented using maximum likelihood procedure in STATA based on real data.

Відомо, що більш ніж три тисячі років тому у на території сучасної Туреччини почали чеканити перші монети зі сплаву срібла та золота. А вже на початку 2009 року група винахідників під псевдонімом «Сатоші Накамото» почала «видобувати» перше віртуальне золото під назвою біткоїн (*Bitcoin*). На той час криптовалюта була досить екзотичним фінансовим інструментом, і вартість одного біткоїну не перевищувала 1 долара США. На сьогоднішній день усі криптовалюти стрімко зростають у вартості, зокрема, вартість одного біткоїну на початку 2017 року вже перевищила вартість однієї тройської унції золота. Добування (*mining*) біткоїнів вимагає значних комп'ютерних та енергетичних ресурсів. Біткоїни не мають єдиного центру емісії, і їх обсяг обмежується максимальною можливою кількістю – 21 млн. штук. За кілька місяців від початку 2017 року біткоїни вирости у ціні понад 140%, а фондовий ринок США виріс за цей час лише приблизно на 5% (індекс S&P500). Поряд з біткоїнами увагу інвесторів світу привернули інвестиції й у інші криптовалюти (Ethereum, Ripple, Dash, Litecoin, Monero), доходність яких вимірюється сотнями й тисячами відсотків річних. Це поклало початок розвитку портфельних інвестицій в криптовалюти, кількість яких зростає надзвичайно швидко. Починаючи з 1 квітня 2017 року у Японії вступив в силу закон про легалізацію біткоїнів, що спричинило зростання обсягів торгів біткоїнами, а також призвело й до стрімкого зростання їх ціни. Кажуть, що біткоїни ефективно використовуються для розрахунків жителів країн Африки, не вимагаючи суттєвих транзакційних витрат. Зростання популярності біткоїнів і інших криптовалют пов'язують також з падінням фондового ринку Китаю з початку 2017 року, внаслідок чого в умовах жорстокого фінансового регулювання китайські інвестори почали переводити свої кошти у криптовалюти.

Для того щоб формувати стратегії інвестицій у біткоїни чи криптовалютні портфелі, потрібно спочатку зрозуміти описові характеристики доходності криптовалют, закони їх розподілу, дослідити можливість їх апроксимації відомими

розподілами, що використовуються для моделювання розподілів доходності акцій. У даній роботі ми знайдемо описові характеристики доходності біткоїнів, а також покажемо можливий параметричний спосіб моделювання їх доходності та можливість калібрування відповідної функції щільності розподілу доходності біткоїнів.

Візьмемо дані цін біткоїнів з 6 квітня 2016 року до 20 травня 2017 року. Знайдемо спочатку значення середньої денної доходності μ та відповідне стандартне відхилення σ доходності біткоїнів $R_i, i=1, \dots, N^1$, використовуючи стандартні формули:

$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N R_i \quad (1)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (R_i - \mu)^2} \quad (2)$$

У нашому випадку середня денна доходність біткоїнів склала 0,42%, а стандартне відхилення – 2,81%. Зобразимо емпіричну непараметричну функцію щільності денного розподілу доходності біткоїнів у порівнянні з нормальним розподілом з параметрами $\mu = 0,42\%$ і $\sigma = 2,81\%$ (Рис. 1).

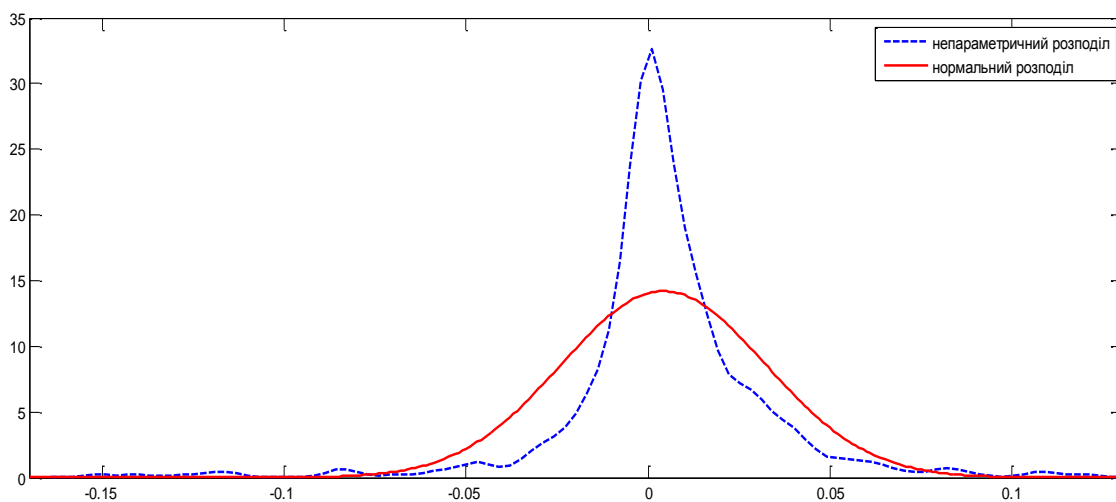


Рисунок 1 – Графічне зображення непараметричної функції щільності розподілу доходності біткоїнів та його нормальної апроксимації.

З рис. 1 ми бачимо, що розподіл денної доходності біткоїнів є далеким від нормального. Для кількісної оцінки відхилення від нормальності дослідники використовують міру асиметрії (скіс) та міру ексцесу, що визначаються як

¹ Тут $N=409$

$$\gamma_1 = \frac{m_3}{m_2^{3/2}} \quad (3)$$

$$\beta_2 = \frac{m_4}{m_2^2} \quad (4)$$

відповідно, де m_i - є центральним моментом порядку i .

У наших позначеннях $m_2 = \sigma^2$. Коефіцієнт γ_1 , відомий як «стандартизований третій центральний момент», вказує на відхилення від симетрії і називається коефіцієнтом асиметрії. Коли розподіл є симетричним, то $\gamma_1 = 0$. Проте можливо отримати $\gamma_1 = 0$ і тоді, коли розподіл не є цілком симетричним. Коефіцієнт $\gamma_2 = \beta_2 - 3$ (β_2 відомий як «стандартизований четвертий центральний момент») допомагає класифікувати розподіли відносно їх поведінки у «хвостах» і називається коефіцієнтом ексцесу [1]. Відомо, що для нормального розподілу $\beta_2 = 3$.

Для доходності біткоїнів $\gamma_1 = -0,8921$ і $\beta_2 = 10,8537$, підтверджуючи свою «віддаленість» від нормального розподілу. Для моделювання динаміки функції щільності розподілу дослідники, як правило, використовують параметричні розподіли. У фінансовому моделюванні особливої популярності набули розподіли екстремальних значень, що враховують „товсті хвости” та асиметрію емпіричного розподілу. Однією з найбільш гнучких вважають сім’ю функцій Пірсона четвертого типу [2]. Функцію щільності розподілу Пірсона четвертого типу (PTIV) можна записати у вигляді

$$f(x; \mu_1, \alpha, \delta, \rho) = k \left[\left(\frac{x - \mu_1 - \alpha}{\delta} \right)^2 + 1 \right]^{-\frac{1}{2}(\rho+2)} \exp \left[-\frac{\alpha \rho}{\delta} \arctg \left(\frac{x - \mu_1 - \alpha}{\delta} \right) \right] \quad (5)$$

де k – нормуючий множник,

$\mu_1, \alpha, \delta, \rho$ – параметри, що потребують калібрування.

Здійснивши економетричну оцінку параметрів функції щільності у статистичному пакеті STATA, було отримано $\mu_1 = -4,202, \alpha = 4,203, \delta = 0,0082, \rho = -0,00048$ (Таблиця 1). Зобразимо на одному рисунку графіки функції щільності непараметричного розподілу і його апроксимації з допомогою функції щільності Пірсона четвертого типу (Рис. 2).

Таблиця 1

		Number of obs = 409		likelihood = 988.37152	
var1	Coef.	Std. Err.	z	P>z	[95% Conf. Interval]
mu1_cons	-4.202634	.8213253	-5.12	0.000	-5.812402 -2.592866
alpha_cons	4.203003	.8213246	5.12	0.000	2.593236 5.812769
delta_cons	.0082169	.0005905	13.92	0.000	.0070595 .0093742
ro_cons	-.0004826	.0001932	-2.50	0.013	-.0008613 -.0001038

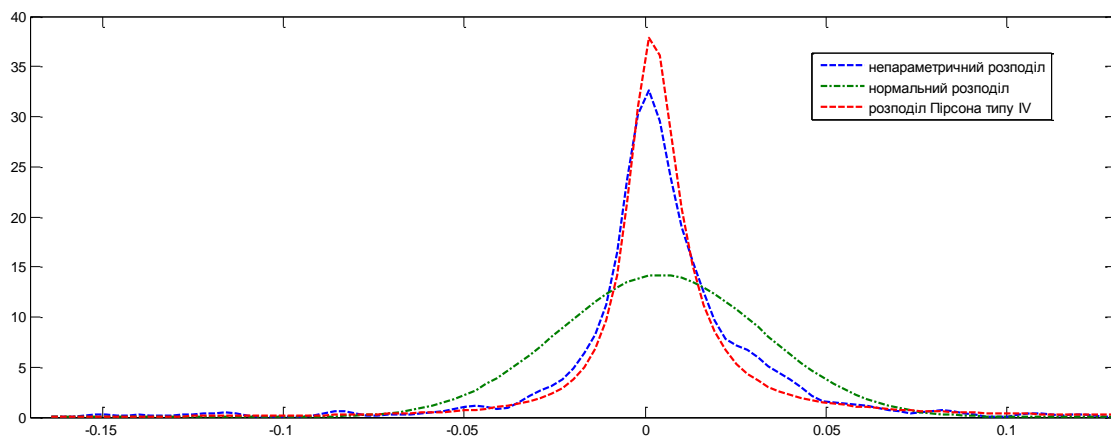


Рисунок 2 – Графічне зображення непараметричної функції щільності розподілу доходності біткоїнів, нормального розподілу та апроксимації з допомогою функції щільності Пірсона типу IV.

У роботі показано, що розподіл доходності біткоїнів є дуже далеким від нормального розподілу, враховуючи його описові характеристики, коефіцієнт асиметрії, ексцесу та функцію щільності його непараметричного розподілу. Проте, навіть такий далекий від нормального розподіл, допускає ефективне параметричне моделювання з допомогою функції щільності Пірсона типу IV.

Література

1. Слейко В., Пенцак Є. Використання коефіцієнтів асиметрії та ексцесу у параметричних статистичних моделях // Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології 2006, Вип. 4, ст. 114-122.
2. Holly A., Pentsak Y. Maximum likelihood estimation of the conditional mean $E(y/x)$ for skewed dependent variables in four-parameter families of distribution. Institute of Health Economics and Management (IEMS), 2004, WP, p. 1-40.