

ПРО ЗАСТОСУВАННЯ ФОРМИ ХВИЛЬОВОГО ФРОНТУ АЛЬВЕНОВИХ МОД ДЛЯ ДІАГНОСТИКИ ПРОСТОРОВОГО КАНАЛЮВАННЯ

Ю. В. Яковенко^{1,2}

¹ Інститут ядерних досліджень НАН України, Київ, Україна

² Національний університет «Києво-Могилянська академія», Київ, Україна

Альвенові моди, збуджувані швидкими йонами, часто спостерігаються в плазмі токамаків. Якщо просторова область, де швидкі йони віддають свою енергію моді, не збігається з областю, де мода віддає енергію теплової плазмі, може відбуватися просторове каналювання енергії цих йонів [1] – перенесення енергії швидких йонів модою. У нещодавніх роботах [2, 3] спостерігалася деформація (нахил) хвильового фронту альвенових мод, тобто залежність їх фази від радіальної координати. Було зазначено, що вона є пов'язаною з перенесенням енергії цими модами і може дати змогу діагностувати перенесення ними енергії. Отже, становить інтерес визначення зв'язку між нахилом хвильового фронту та потоком енергії в модах різних типів. У доповіді на конференції ІЯД НАН України у 2023 р. [4] було аналітично показано, що зв'язок між нахилом фронту та потоком енергії у так званій GAE-моді (Global Alfvén Eigenmode) доволі простий. Метою цієї роботи є розробка числових засобів для дослідження такого зв'язку в складніших альвенових власних модах, які не можна задовільно наблизити однією полоїдною гармонікою, – RSAE-модах (Reversed-Shear Alfvén Eigenmode) та TAE-модах (Toroidicity-induced Alfvén Eigenmode).

Якщо можна знехтувати впливом стиснотності плазми, альвенові моди можна описувати певним рівнянням відносно електростатичного потенціалу (Φ); для розрахунків енергії зручно використовувати замість нього величину ϕ таку, що $\Phi = \partial\phi / \partial t$. Якщо розкласти ϕ в ряд Фур'є:

$$\phi = \text{Re} \left[\sum_m \phi_m(r) \exp(im\vartheta - in\varphi - i\omega t) \right] \quad (1)$$

(тут ϑ та φ – відповідно полоїдна та тороїдна координати, m та n – відповідні модові номери, ω – частота моди, t – час, r – радіальна координата), то це рівняння можна записати у вигляді

$$\omega^2 \hat{D}\bar{\phi} = \hat{A}\bar{\phi} + \hat{\Gamma}\bar{\phi}, \quad (2)$$

де $\bar{\phi}$ – стовпчик, утворений величинами $\phi_m(r)$, \hat{A} та \hat{D} – ермітові оператори, що мають вигляд

$$\hat{D}\bar{\phi} = D^{00}\bar{\phi} + D^{01} \frac{d\bar{\phi}}{dr} - \frac{d}{dr} (D^{10}\bar{\phi}) - \frac{d}{dr} \left(D^{11} \frac{d\bar{\phi}}{dr} \right), \quad (3)$$

$$\hat{A}\bar{\phi} = A^{00}\bar{\phi} + A^{01} \frac{d\bar{\phi}}{dr} - \frac{d}{dr} (A^{10}\bar{\phi}) - \frac{d}{dr} \left(A^{11} \frac{d\bar{\phi}}{dr} \right), \quad (4)$$

A^{00} , A^{01} , A^{10} , A^{11} , D^{00} , D^{01} , D^{10} та D^{11} – певні матриці, що залежать від геометрії магнітного поля та параметрів плазми, $\hat{\Gamma}$ – антиермітові оператор, що описує обмін енергією між модою та частинками плазми (збудження та гамування моди).

Наслідуючи [5], можна показати, що рівняння балансу повної енергії (W) має вигляд

$$\frac{\partial W}{\partial t} = -\frac{\partial F}{\partial r} - 2 \frac{d\bar{\phi}^{*T}}{dt} \hat{\Gamma}\bar{\phi}, \quad (5)$$

де радіальний потік енергії F дорівнює

$$F = \omega \text{Im} \left[\bar{\phi}^{*T} (A^{10} - \omega^2 D^{10}) \bar{\phi} + \bar{\phi}^{*T} (A^{11} - \omega^2 D^{11}) \frac{d\bar{\phi}}{dr} \right]. \quad (6)$$

Представимо (1) у вигляді, що уявляє розподіл фази хвилі (ψ) в полоїдній площині:

$$\phi = \text{Re} \left\{ \tilde{\phi}(r, \vartheta) \exp(-in\varphi - i\omega t) \right\} = \text{Re} \left\{ \tilde{\phi}(r, \vartheta) \left| \exp[i\psi(r, \vartheta)] \exp(-in\varphi - i\omega t) \right. \right\}. \quad (7)$$

Можна побачити, що

$$\nabla\psi = \left| \tilde{\phi} \right|^{-2} \text{Im} \left(\tilde{\phi}^* \nabla \tilde{\phi} \right). \quad (8)$$

Для числового дослідження зв'язку між потоком енергії та нахилом хвильового фронту було створено комп'ютерний код на мові Python. Код розв'язує крайову задачу для системи рівнянь вигляду (2), доповненої певними крайовими умовами. Ця система в основному збігається з тією, що застосовувалася для аналізу RSAE-мод у роботі [6], але в ній додатково враховано внесок поздовжнього струму плазми. Для розв'язання системи застосовується метод скінченних елементів з ермітовими базисними функціями. Після обчислення власних мод за відсутності збудження та гамування, до системи рівнянь додаються доданки, що відповідають операторові $\hat{\Gamma}$, причому гамування та збудження локалізовані в різних просторових зонах, що задаються користувачем. Код балансує інтенсивність цих доданків так, щоб уявна частина частоти залишилася нехтовною. Потім він обчислює радіальний потік енергії та нахил хвильового фронту за формулами (6) та (8).

Приклади RSAE-моди та TAE-моди, розрахованих кодом, подано на рис. 1. Рис. 2 та 3 демонструють зміну форми хвильового фронту однієї з мод та потік енергії, які виникають у ній при збалансованих та просторово рознесених збудженні та гамуванні.

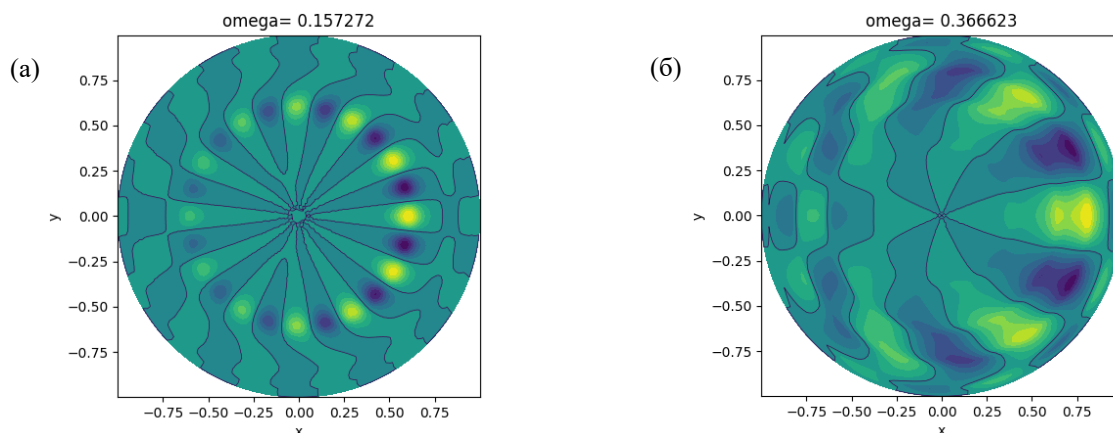


Рис. 1. Розподіл ϕ у перерізі плазми для двох альвенових мод.
a – RSAE-мода з $n = 3$; *b* – TAE-мода з $n = 3$.

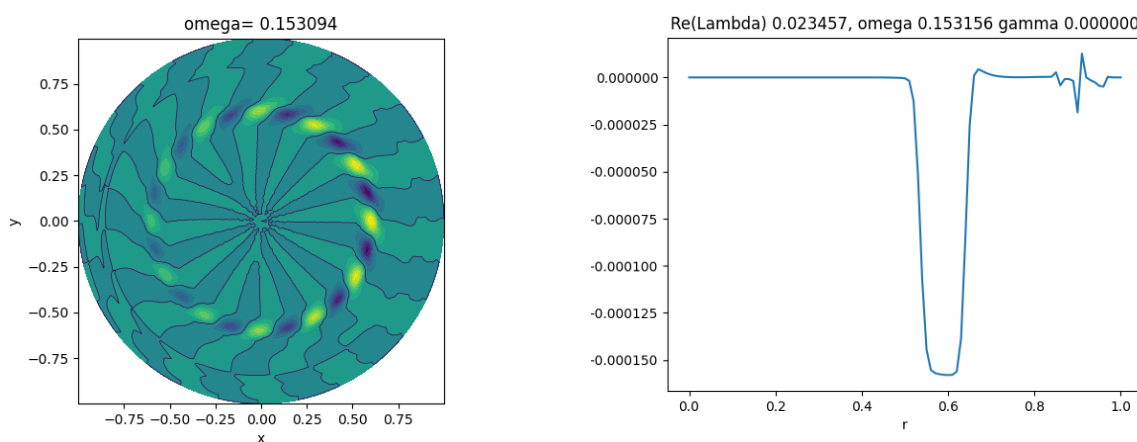


Рис. 2. Модифікація моди, показаної на рис. 1, при збалансованих збудженні та гамуванні.

Рис. 3. Радіальний потік енергії (умовні одиниці), створений модою, показаною на рис. 2.

Доповідаються перші результати, що стосуються зв'язку між потоком енергії та нахилом хвильового фронту та його чутливості до параметрів магнітної конфігурації, зокрема тих, які важко діагностувати.

Робота виконувалася за підтримки партнерського проекту НТЦУ № P786 та проектів НАН України «Явища, пов'язані з енергійними йонами в токамаках та стелараторах» та № ПЛ27/23-Н.

1. Ya.I. Kolesnichenko, Yu.V. Yakovenko, V.V. Lutsenko. Phys. Rev. Lett. 104 (2010) 075001.
2. G.J. Kramer et al. Nucl. Fusion 59 (2019) 094001.
3. W.W. Heidbrink et al. Nucl. Fusion 62 (2022) 066020.
4. Ю.В. Яковенко, В.І. Саламон, С.В. Тарасенко. Зміни структури власних мод при збудженні та гамуванні. У кн.: XXX Щорічна наукова конференція ІЯД НАН України. Анотації до доповідей. Київ, Україна, 25 - 29 вересня 2023 р. (Київ, 2023) с. 186.
5. Ya.I. Kolesnichenko, Yu.V. Yakovenko, M.H. Tyshchenko. Phys. Plasmas 25 (2018) 112508.
6. G.Y. Fu, H.L. Berk. Phys. Plasmas 13 (2006) 052502.