

МОДЕЛЮВАННЯ ДЕТЕРМІНОВАНОГО ХАОСУ ЗАСОБАМИ ОБЧИСЛЮВАЛЬНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ

Д.П. ГЕРАСИМЧУК

Існування детермінованого хаосу накладає обмеження на можливість моделювання складних процесів, наприклад, метеорологічних чи економічних, тому його дослідження та подальший розвиток напрямку залишається актуальним, оскільки може призвести до вирішення проблем зі моделюванням складної природи досліджуваного явища, об'єкта тощо.

У даній роботі проводиться дослідження властивостей динамічних систем та детермінованого хаосу у вигляді обчислювальних експериментів [1] засобами математичного та комп'ютерного моделювання, а також моделювання фрактальних структур множин Жюліа та Мандельброта.

Виконана програмна реалізація системи експериментів, які досліджують та характеризують динаміку квадратичної функції $Q_c(x) = x^2 + c$, де $-2 \leq c \leq 0.25$, $-2 \leq x \leq 2$, та логістичної функції $F_\lambda(x) = \lambda \cdot x \cdot (1 - x)$, де $0 \leq \lambda \leq 4$, $0 \leq x \leq 1$.

Наведемо деякі з реалізованих експериментів:

- (1) Побудова орбіт для різних x функцій $Q_c(x)$ та $F_\lambda(x)$, швидкість збіжності до фіксованих та n -періодичних точок.
- (2) Моделювання динамічної поведінки функцій $Q_c(x)$ та $F_\lambda(x)$ для різних значень параметру c та λ відповідно, побудова біфуркаційної діаграми на цьому проміжку.
- (3) Знаходження вікон періодів n на орбітній діаграмі $Q_c(x)$ та $F_\lambda(x)$ і визначення їхньої послідовності.
- (4) Ідентифікація ітерованих систем функцій, що породили певні фрактали як їх аттрактори.
- (5) Дослідження множин Жюліа та Мандельброта.

Детальніше розглянемо експеримент по знаходженню вікон періодів n на орбітній діаграмі функції $Q_c(x)$. Кожне вікно періоду n (period- n window) характеризується тим, що в ньому з'являється притягуючий цикл періоду n (attracting n -cycle), після якого відбувається явище подвоєння періоду подальших циклів (period-doubling bifurcation), з чого випливає, що послідовність періодів вікон можна отримати ітеративно. На першій ітерації виділяються два чи три 'найбільші' вікна, з Рис. 1 видно, що це 3, 5, 6 та 1 вікна. На другій ітерації розглядаються півінтервали $[3, 5)$, $[5, 6)$ та $[6, 1)$, в яких знаходяться нові вікна, як показано на Рис. 2. Подальші

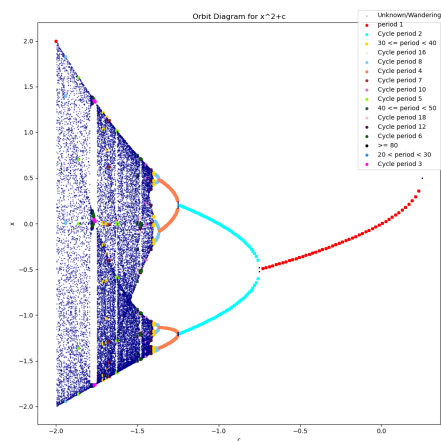


Рис. 1. Орбітна діаграма функції $Q_c(x)$ для $x_0 = 0$ при $-2 \leq c \leq 0.25$.

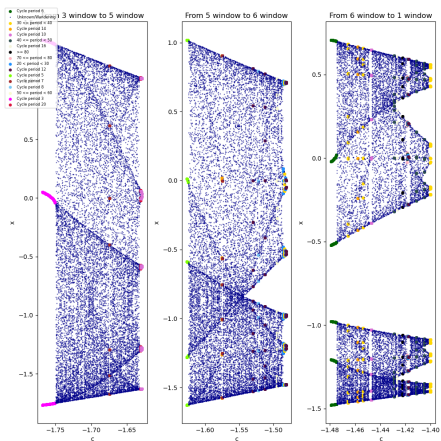


Рис. 2. Орбітна діаграма функції $Q_c(x)$ для $x_0 = 0$ при c на півінтервалах $[3, 5)$, $[5, 6)$ та $[6, 1)$.

ітерації проводяться для уточнення результату. В алгоритмі розглядається значення c для циклу періоду $n \cdot 2^k$ n -періодичного вікна, де $k \in \mathbb{N}$, оскільки це дозволяє відшукати невеликі вікна, які в іншому випадку можуть бути пропущені.

Дана система експериментів візуалізує явища, які виникають в динамічних системах різної природи та моделюють їхню хаотичну поведінку. Розроблене для реалізації експериментів програмне забезпечення може використовуватись при вивченні властивостей детермінованих та хаотичних динамічних систем.

ЛІТЕРАТУРА

[1] Robert L. Devaney *A First Course in Chaotic Dynamical Systems Theory and Experiment Second Edition*. — London: CRC Press, Taylor and Francis Group, 2020. — 329 p.

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ “КИЄВО-МОГИЛЯНСЬКА АКАДЕМІЯ”, Київ, УКРАЇНА
Email address: dp.herasymchuk@ukma.edu.ua