

КРАЙОВИЙ ЕФЕКТ ДЛЯ МОДИФІКОВАНИХ ОЦІНОК НАДАРАЯ — ВАТСОНА ЗА СПОСТЕРЕЖЕННЯМИ З СУМІШІ

Д.Д. ГОРБУНОВ, Р.Є. МАЙБОРОДА

Розглянемо модель суміші зі змінними концентраціями, в якій кожен об'єкт O_j вибірки O_1, \dots, O_n належить до однієї з M популяцій (компонент суміші). Справжній номер компоненти суміші κ_j , якій належить O_j , не спостерігається, проте відомим є розподіл κ_j :

$$\mathbf{P}\{\kappa_j = k\} = p_j^k,$$

де імовірності $\{p_j^k\}$ називають концентраціями.

Для O_j спостерігаються дві характеристики X_j та Y_j , залежність між якими задана у непараметричній формі

$$Y_j = g^{(\kappa_j)}(X_j) + \varepsilon_j,$$

де $g^{(k)}$ є невідомою функцією регресії k -ої компоненти суміші, ε_j є випадковою помилкою, розподіл якої може бути різним для різних компонент суміші.

Для оцінювання $g^{(k)}(x_0)$ використаємо узагальнену оцінку Надарая-Ватсона з [1]:

$$\hat{g}_n^{(k)}(x_0) = \frac{\sum_{j=1}^n a_j^k K((x_0 - X_j)/h) Y_j}{\sum_{j=1}^n a_j^k K((x_0 - X_j)/h)}, \quad (1)$$

де функція $K(x)$ називається ядром, а $h > 0$ – параметром згладжування. Мінімаксні коефіцієнти $\{a_j^k\}$ обчислюються на основі концентрацій $\{p_j^k\}$, див. п. 2.1 у [2]. У [1] показано, що коли x_0 є точкою неперервності щільності розподілу X_j , оптимальним вибором параметра згладжування є $h \sim Cn^{-1/5}$, причому $\hat{g}_n^{(k)}(x_0) - g^{(k)}(x_0) \sim \zeta n^{-2/5}$, де ζ – невідроджена гауссова випадкова величина.

У доповіді ми розглянемо випадок, коли оцінювання проводиться в точці розриву щільності X_j . У цьому випадку, внаслідок крайового ефекту, оптимальним є вибір $h \sim Cn^{-1/3}$ і найкраща швидкість збіжності, яку може мати оцінка, є $\hat{g}_n^{(k)}(x_0) - g^{(k)}(x_0) \sim \zeta n^{-1/3}$.

ЛІТЕРАТУРА

- [1] Дичко Г.М., Майборода Р.Є. *Узагальнені оцінки Надарая-Ватсона для спостережень з суміші*. Теорія ймовірностей та математична статистика. — 2019. — Вип. №1— С. 60–74.
- [2] Майборода Р.Є., Сугакова О.В. *Оцінювання та класифікація за спостереженнями із суміші*. — Київ: ВПЦ «Київський університет», 2008. — 213 с.

КНУ ім. ТАРАСА ШЕВЧЕНКА, КИЇВ, УКРАЇНА
Email address: danielhorbunov@knu.ua

КНУ ім. ТАРАСА ШЕВЧЕНКА, КИЇВ, УКРАЇНА
Email address: rostmaiboroda@knu.ua