УДК 681.3.06

*Редько І. В.*

# ПРОЦЕСОЛОГІЧНІ АСПЕКТИ СЕРЕДОВИЩА МОДЕЛЮВАННЯ

*Досліджуються процесологічні аспекти моделювання предметних областей. Вводяться поняття часткової функції, акції та їх виконання в дескриптологічному середовищі моделювання. Дається експлікація поняття дескриптивного процесу. Розглядаються репрезентативні класи рівнянь.*

## Вступ

Цю статтю присвячено розвитку інтенсіональних засад інформатики в цілому та моделювання зокрема. Розвиток інтенсіональних платформ пов'язують з роботами Г. Фреге, який запропонував до розглядів, окрім традиційних (екстенсіональних) властивостей об'єкта - «ім'я» як форма його представлення та «денотат» як його значення, залучити так званий інтенсіонал об'єкта - його «зміст» (сенс) і при цьому трактувати значення об'єкта як функцію його змісту. Така тріада властивостей об'єкта отримала назву трикутника Фреге (див. [6], с 486-495). Цей підхід як натурфілософська платформа досліджень істотно розвиває традиційні платформи, що базуються на принципі екстенсіональності - будь-які дві чи більше властивостей денотата, зокрема класу або множини, які є характеристичними для нього, не розпізнаються. Тобто розпізнання цих властивостей є зовнішньою, а не внутрішньою властивістю самої екстенсіональної платформи. У випадку теоретико-множинної платформи ця властивість задається відомою аксіомою екстенсіональності (об'ємності): множини *A та B* рівні тоді й тільки тоді, коли з того, що $\alpha \in A$, випливає, що $\alpha \in B$ і навпаки. Як бачимо, всі відношення між елементами та множинами, окрім відношення належності $\in$, інкапсулюються, тобто є прозорими.

Визнання екстенсіональної платформи було великим позитивом для розв'язання принципових задач математики, логіки та багатьох інших традиційних галузей досліджень. Основною характеристичною властивістю розв'язуваних задач була їх «статичність», тобто акцентація уваги на самому предметі досліджень, його даності ззовні. Як приклади екстенсіонального підходу в дослідженнях можна навести такі, коли вивчення функцій зводиться до вивчення деяких зовнішніх властивостей заданих функцій, дослідження руху планет зводиться до вивчення зовнішніх характеристик руху заданої планети і т. п. Але ж зрозуміло, що хоча розв'язання наведених та подібних задач є дуже важливим, вони є вузькими класами задач у своїх предметних областях. Для згаданих областей задачами, що принципово не можуть бути розглянуті в рамках екстенсіональної платформи, є, наприклад, задачі, пов'язані з виконанням або реалізацією функцій, та задачі дослідження причин, які викликали рух планет і т. п. Тобто такі задачі, в яких *досліджуються не власне об'єкти або явища, а, в першу чергу, процеси (причини) створення (виникнення) останніх.* Очевидно, що хоча така постановка теоретично завжди мала право на існування, практично будь-які дослідження тільки тоді мають сенс, коли вони підкріплені прагматикою. Це об'єктивне явище. Не є винятком тут навіть математика. Наприклад, століття, якщо не тисячоліття, людство мало справу з неперервними функціями, але їх природу як поняття було розкрито тільки в роботах Коші, Вейєрштрасса та ін. Аналогічно, потужність теоретико-множинної платформи зумовила розвиток традиційних розділів математики на базі екстенсіональних підходів, а інтенсіональні платформи до часу були практично забуті.

Серйозні мотивації до реанімації інтенсіональних підходів з'явилися з виникненням інформатики. Принциповим стало те, що в рамках традиційних екстенсіональних підходів неможливо розв'язувати основні задачі інформатики як самостійної науки. Адже, по суті кажучи, для інформатики, зокрема програмування та моделювання, принциповими є не стільки дослідження заданих об'єктів (цим займаються, зокрема, традиційні розділи математики), скільки *процеси* їх отримання. А це якраз і означає залучення поряд із самим об'єктом його інтенсіоналу (змісту), в якості якого виступає поняття процесу. Очевидно, що такі типи задач у принципі не можуть бути розв'язані на базі екстенсіональних платформ. Адже найголовнішим тут є якраз відхід від екстенсіональності їх розглядів, при яких важливі для інформатики властивості об'єкта інкапсулюються. Конкретно це, наприклад, виражається в тому, що на рівні екстенсіональної платформи машина Тьюрінга, яка реалізує множення матриць, і відповідна Pascal-програма не розрізняються, тобто є одним об'єктом - *реалізацією функції* множення матриць (процес реалізації інкапсульований). Іншим прикладом може слугувати спроба *адекватного суті* формального уточнення поняття часткової (не всюди визначеної") функції в рамках екстенсіональної (теоретико-множинної) платформи. Зрозуміло, що це загалом неможливо зробити хоча б тому, що існує безліч конкретних прикладів функцій, для яких принципово неможливо визначити ОДЗ. Пов'язано це з тим, що в рамках екстенсіональних розглядів неможливо відобразити суттєву динамічність поняття *невизначеності* функції, яке в першу чергу пов'язане з *процесом* її (функції) виконання. Ряд репрезентативних прикладів можна продовжити. Але думається, що і без цього очевидна неадекватність екстенсіональних платформ для розв'язання принципових задач інформатики, і в першу чергу програмування та моделювання.

З цього випливає, що побудова адекватного суті задач моделювання та інформатики в цілому теоретичного підґрунтя їх розв'язання можлива тільки на шляху виявлення загальнозначущих і в цьому сенсі логічних механізмів розв'язання їх (задач) у рамках інтенсіонального підходу. З нашої точки зору, такі побудови можуть і повинні бути проведені тільки як *інтенсіональний розвиток* існуючих традиційних екстенсіональних платформ, і в першу чергу теоретико-множинної платформи як основи сучасної математики. Це передбачає поряд з використанням усієї сили традиційної понятійної бази (екстенсіональний рівень) *створення* як *принципово нової системи понять,* що відображають інтенсіональний рівень розглядів, так і відповідних *інтерфейсних міжрівневих механізмів,* що забезпечують концептуальну єдність платформи. Створення такої системи з необхідністю базується на виділенні її визначальної парадигми як системостворюючої основи для подальших досліджень. Що ж до моделювання, то відправною точкою розглядів оберемо тезу про те, що *моделювання є процесом побудови моделей*. Таким чином, *процеси* - визначальна парадигма моделювання. Тому розкрити природу моделювання - означає розкрити природу процесів. Тобто розглянути поняття процесу в контексті адекватного розподілу його різноманітних властивостей на загальнозначущі й у цьому сенсі логічні і специфічні властивості, що відображають особливості предметних областей, шляхом поступового і вмотивованого формування *дескриптологічного середовища моделювання*. Поняття дескриптологічного середовища моделювання було введено в [2]. Прагматичний контекст, у рамках якого проводилося експлікативне розгортання поняття дескриптологічного середовища, полягає в розмежуванні процесів побудови об'єктів моделі і відношень між такими процесами. Останні були розглянуті досить конспективно. Тому тут це питання розглянемо докладніше.

Дескриптологічне середовище моделювання, як відомо, є конкретизацією дескриптологічного середовища побудови об'єктів у напрямку **обліку** найістотніших властивостей власне моделювання, тобто дескриптологічних відношень над множиною дескриптивних процесів. Тому для його експлікації досить уточнити поняття дескриптологічного відношення на дескриптивних процесах.

Поняття дескриптологічного відношення дуже об'ємне, що зумовлено багатоаспектністю самого поняття процесу. Тому будь-які спроби отримання всеосяжної експлікації поняття дескриптологічного відношення, зважаючи на відомий закон зворотного відношення між змістом і обсягом поняття, будуть малозмістовні. Таким чином, для одержання концептуально єдиної експлікації даного поняття необхідно обмежитися розглядом тільки загальнозначущих дескриптологічних відношень. Репрезентативними тут є *еквабціональні відношення*. Точніше кажучи, це відношення, обумовлені рівняннями і системами рівнянь над алгеброю, що породжує згадані дескриптивні процеси побудови об'єктів. Фундаментальне поняття процесу, так само як і алгебра дескриптивних процесів, докладно розглянуті в [2, 3]. Тому тут викладемо тільки найпринциповіші моменти формування дескриптологічного середовища побудови об'єктів. При цьому всі використовувані і не викладені в цій роботі поняття і результати розуміються в сенсі [3].

### Категорія дії в першому наближенні

**В** основі розкриття природи дескриптологічного середовища побудови об'єктів лежить експлікація поняття процесу. Процес як категорія спирається на нескінченну сукупність окремих і загальнозначущих властивостей та понять. Серед останніх найбільш істотним і загальним є поняття дії [2, 3].

Згідно з [4], універсум дій типізований. Відповідно до цієї типізації розрізняють дії *першого* і *другого роду*. Для дій першого роду характерно, що кожна з них дає змогу коректно говорити про її *передумову* (причину, імпульс) та відповідний наслідок. Передумова тут розглядається як абстрактний об'єкт. Що ж до дій другого роду, то їх відмінною рисою є те, що спонукальних причин (передумов) таких дій може бути кілька. Зібрання всіх таких об'єктів-причин дії є *сутністю*, яка повністю характеризується тим, що має визначені і такі, що не збігаються, складові (об'єкти), які відіграють роль причин дії[1]. Причому, виходячи з прагматики розглядів, обмежимось розглядом тільки скінченних зібрань. Зауважимо, що таке зібрання розглядається максимально загально й не обтяжене навіть властивістю бути множиною чи властивістю бути єдиним (цільним) об'єктом[2]. Принциповим тут є розгляд взаємовпливів причин дії, які (взаємовпливи) врешті і спричинюють її наслідок. Це суттєво розширює можливості розгляду таких дій стосовно дій першого роду, в яких взаємовпливи причин тривіальні й експлікативно зводяться до *зіставлення* причин як об'єкта універсуму відповідного наслідку дії. Наслідок може бути як *термінальним*, так і *нетермінальним*, і, відповідно, дія термінальною та нетермінальною. При цьому термінальний наслідок є об'єктом універсуму й інтерпретується як *результат* дії. Нетермінальний наслідок не є традиційним об'єктом універсуму. У цьому сенсі не можна говорити про результат нетермінальної дії як традиційний (статичний) об'єкт універсуму, а лише про її наслідок, що трактується як сама дія. Таким чином, наслідок є суттєво динамічною сутністю, а результат – однією із статичних (екстенсіональних) форм її інтерпретації.

Серед дій другого роду особливим є випадок, коли причин дії дві. Роль таких дій разом з діями першого роду визначається тезою про те, що *виконання будь-якої дії експлікативно зводиться до організованого виконання дій згаданих типів* [2]. Тому, не обмежуючи загальності подальших висновків, можемо звести розгляд усіх можливих дій другого роду до дій, поліада яких містить тільки два об'єкти (див. виноску 1). Такі поліади, в разі необхідності відобразити їх внутрішню природу, називатимемо також *біполями*, а відповідні їм дії – біпольними. Причому сутність таких дій визначає той об'єктивний факт, що формування *наслідку* дії відбувається за рахунок впливу *активного об'єкта* дії на *пасивний об'єкт* [3]. Тобто істотним у біполі є роль кожного об'єкта, а не їх порядок.

Таким чином, традиційні пари об'єктів виду $(i,r)$ і трійка $(a,b,r)$ можуть, зокрема, розглядатись і як термінальні дії першого та другого роду відповідно, де $i$ – передумова (*причина*, імпульс), $a$ – пасивний і $b$ – активний об'єкти, а $r$ – результат. Однак зворотне, загалом кажучи, неправильно. Адже далеко не будь-які дії зводяться до пар чи трійок. По-перше, допускається відсутність результату дії (нетермінальна дія). А по-друге, будь-яке надмірно «конкретне» відношення між об'єктами дій, зокрема їхня впорядкованість (кортежність), суперечить принципу інтенсіональності [5]. А це, в свою чергу, істотно знижує рівень узагальненості подальших розглядів.

Дії першого й другого роду (біпольні дії) є строгою експлікацією поняття дії як базового поняття в рамках експлікації категорії процесу. Найістотнішою змістовною властивістю останнього є те, що він становить *організоване виконання дій* [4], а отже, виходячи з вищезазначеного, може, в свою чергу, інтерпретуватись як дія. Однак такий розгляд категорії процесу, через його надзвичайно високу узагальненість, малозмістовний і тому потребує подальшого розгортання. Значною мірою це стосується понять виконання дій та організації цих виконань. Ключове місце тут займають *організовані сукупності дій першого* і *другого роду*. Такі сукупності, в свою чергу, *експлікативно зводяться* до множин дій, що задовольняють *принципи детермінованості першого* й *другого роду* відповідно [4].

Будемо говорити, що множина $S_1$ дій першого роду задовольняє принцип детермінованості першого роду, якщо справедливо: $\forall i : [i, r_1] \in S_1 \,\&\, [i, r_2] \in S_1 \Rightarrow r_1 = r_2$. Аналогічно множина $S_2$ дій другого роду задовольняє принцип детермінованості, якщо справедливо: $\forall a_1,\ldots,a_p : [[a_1,\ldots,a_p], r_1] \in s \,\&\, [[a_1,\ldots,a_p], r_2] \in s \Rightarrow$ $\Rightarrow r_1 = r_2$, де $p \geq 2$, $i$ – об'єкт, що відіграє роль причини дії першого роду (імпульс), $r_1, r_2$ – наслідки дій, а $a_1,\ldots,a_p$ — об'єкти поліади дії другого роду. При цьому, в обох випадках, якщо одна з дій нетермінальна, то нетермінальна й друга.

[1]Як синонім для зібрання причин дії вживатимемо також термін «поліада» й позначатимемо таке зібрання переліком його об'єктів у квадратних дужках. Наприклад, $[a,b]$, $[a_1,\ldots,a_n]$ і т. п. Загалом таку нотацію будемо використовувати скрізь, де принциповим є акцентація уваги, в першу чергу, на ролі тих чи інших об'єктів зібрання, а не на формі його представлення.

[2]Суттєвим є те, що метод формування зібрання причин дії є прозорим. У загальному випадку таке зібрання не є результатом дії. Цим забезпечується незамкнення логіки розглядів щодо механізмів формування поліади дії. Адже обираючи якусь конкретну форму представлення сутності «поліада», ми автоматично пов'язуємо розгляд відповідної дії з механізмом породження конкретної форми представлення поліади (множини, кортежу і т. п.). Таким чином звужуємо розгляд усіх можливих дій до розглядів дій з відомими механізмами формування зібрання причин дії. Одначе сукупність усіх можливих таких механізмів є очевидно відкритою системою, і, отже, на рівні логіки такі механізми не можуть бути залучені.

Принцип детермінованості першого роду становить природне узагальнення відомої властивості функціональності на випадок часткових функцій. Тому множини виду $S_1$ домовимось називати *функціями,* включаючи не всюди визначені та навіть всюди невизначені функції.

Що ж стосується множин виду $S_2$, то акцентація уваги на процедурах взаємовпливів об'єктів поліади визначає їх істотну порівняно з функціями інтенсіональність, а отже, і нетрадиційність. Домовимось парадигмну особливість таких множин за аналогією з властивістю функціональності називати *властивістю акціональності*, а самі множини – *акціональними* множинами чи подібно до функцій (функціональних множин) просто *акціями.* Акції, що складаються тільки з біпольних дій, будемо при необхідності називати *біпольними акціями.*

Введенням понять функції та акції вирішується питання про *організацію виконань* дій першого і другого роду відповідно. У результаті ми приходимо до істотно більш змістовного розуміння процесу як скоординованого *виконання функцій* або (та) *акцій.* Тому подальше розгортання категорії процесу експлікативно зводиться до понять *виконання функцій* і *акцій.*

### *Виконання функцій та акцій як дескриптологічне поняття*

Парадигмною особливістю даних розглядів є розкриття природи дій, функцій і акцій з інтенсіональної точки зору. Тобто дослідження цих понять під кутом зору відповідних їм процесів. Такий підхід є істотно нетрадиційним, і не тільки завдяки розгляду нетрадиційних понять дії та акції. У першу чергу це пов'язано з тим, що прагматика традиційних досліджень, через їхню орієнтованість на високоінтелектуального користувача, полягає в розкритті законів взаємодії об'єктів, зокрема функцій, дослідженні їх зовнішніх властивостей і особливостей побудови. Іншими словами, в акцентації уваги на кінцевому результаті процесу, а не на його внутрішній структурі. При цьому ми свідомо абстрагуємося від такого найважливішого аспекту будь-якого об'єкта дослідження, як його подальше використання (застосування). Таким чином, за основу береться завдання одержання (синтезу) об'єкта, а питання виконання (використання) його передбачається вирішувати в кожному конкретному випадку окремо. Такий підхід має ряд вагомих переваг, таких як, наприклад, адекватність обраного рівня абстракції розглядів прагматиці традиційних досліджень, відносна простота формальної моделі і т. п. Однак інформатика внесла в дослідження якісно нові сутності, зробивши головним те, що було другорядним раніше. Істотним стало не просто довести існування деякого об'єкта та дослідити деякі його властивості, а в першу чергу, дати процедуру його використання (застосування). Зокрема, для об'єктів типу функцій і акцій цей аспект зводиться до розкриття природи їхніх виконань.

Дослідження цієї проблематики мають досить давню історію. Однак лише на початку тридцятих років минулого століття А. Чорчем їм був наданий принципово новий імпульс. Найбільш системне втілення це знайшло в безтиповому лямбда-численні, створеному ним з розрахунком на те, що воно стане основою як математики, так і логіки [6]. Однак поряд з усвідомленням безсумнівних достоїнств лямбда-числення вдалося побачити ряд його принципових недоліків, що виникли у зв'язку з необхідністю залучення до розгляду якісно іншої прагматики, на яку воно не орієнтувалося. При цьому остання істотно торкнулася самої його основи – операції класичної аплікації $Ap$. Принципові недоліки тут проявилися найперше в тім, що, незважаючи на важливість функціональних застосувань, ними не можна обмежитись. Пов'язано це як з обмеженістю класичної аплікації, про що достатньо сказано в [2], так і з необхідністю поряд з відносно традиційним поняттям виконання функції, що експлікується як функціональне застосування (операція $Ap$), розглянути нетрадиційне поняття *виконання акції.* При цьому найважливішим аспектом таких розглядів є те, що будь-які скільки-небудь цікаві нетрадиційні побудови можуть бути розвинуті тільки на міцному фундаменті традиційних понять і результатів. Тому ключове місце в інтенсіональній експлікації як поняття виконання акції, так і процесу в цілому по необхідності займає адекватне уточнення відношень цих понять з іншими, відносно більш традиційними поняттями. Розкриття природи таких відношень базується на поступовому зниженні рівня абстракції розглядів доти, доки рівень конкретики розглядів не буде прагматично задовільним. Тобто здійснюється в рамках двоєдиного абстрактно-інкапсулятивного підходу.

Що стосується поняття виконання акції, то його суть виражається у встановленні інтерфейсу між нетрадиційним інтенсіональним об'єктом типу біпольної акції і відповідним наслідком дії, зокрема її результатом. При цьому результат — денотат екстенсіонального об'єкта, як і в семантичному трикутнику Фреге, є функцією змісту, у ролі якого виступає інтенсіональний об'єкт типу дії. Цей взаємозв'язок строго експлікується, по-перше, операцією аплікації $Ap$, яка являє собою інтенсіональний розвиток класичної аплікації і її формальне визначення, аналогічне наведеному в [6], та, по-друге, операцією (функцією) виключення абстракції (акції) $Con^{[a,b]}$, яку далі, з огляду на її специфіку, будемо іменувати *конкретором.*

Під *виключенням абстракції акції* розуміється унарна параметрична операція (функція) $Con^{[a,b]}$, де $a$ і $b$ – об'єкти, яка будь-якій акції $s$ ставить у відповідність нову акцію $Con^{[a,b]}(s)$, що являє собою множину, єдиним елементом якої є біпольна дія з $s$ – вплив активного об'єкта $b$ на пасивний об'єкт $a$. При цьому, не порушуючи загальності, будь-яку одноелементну множину дій будемо за необхідності ототожнювати з самою дією. У випадку, коли такої біпольної дії в $s$ немає, покладемо $Con^{[a,b]}(s) = \varnothing$. Останнє може бути інтерпретоване нами як відсутність будь-яких дій.

Безпосередньо з визначення акції випливає, що згаданий результат однозначно одержується. Тому визначення коректне.

Таким чином, виключення абстракції акції реалізується через такі ланцюги об'єктів: *акція ↔ дія ↔ об'єкт* як результат дії – у випадку термінальної акції та *акція ↔ дія ↔ наслідок* як сама дія – у випадку нетермінальної акції.

Цими визначеннями здійснено важливий крок в експлікації поняття процесу як покрокового виконання функцій та (або) акцій у рамках *спеціального процесного макросередовища*, що становить *універсум функцій і акцій* $\mathfrak{R}$ із введеними на ньому операціями аплікації $Ap$ і виконання $Con^{[a,b]}$. Це середовище в першому наближенні може розглядатись як *дескриптологічне середовище побудови об'єктів* [2, 3]. Однак такий розгляд занадто абстрактний і, як наслідок, малозмістовний. Адже парадигмною особливістю цього макросередовища є даність іззовні самого універсуму $\mathfrak{R}$. Через нетрадиційність поняття акції і відносну нетрадиційність поняття часткової функції така даність видається занадто сильним припущенням, щоб усі подальші висновки в рамках згаданого макросередовища мали будь-який самостійний інтерес. Адже таке спеціальне процесне макросередовище призначене лише для виконання акцій і функцій з $\mathfrak{R}$. Ні структура універсуму, ні закони породження його складових не є тут предметом досліджень. Тому, як відзначалося раніше, необхідний розвиток макросередовища шляхом поповнення його спеціальними інтерфейсними засобами, що реалізують взаємозв'язок між традиційними типами абстракції (об'єкт, множина, функція) і нетрадиційними типами абстракції (часткова функція, акція). Таке поповнення доцільно робити поетапно, з обов'язковою серйозною мотивацією кожного етапу.

## Експлікативний розвиток дескриптологічного макросередовища

Поняття введення абстракції є, у певному розумінні, дуальним стосовно поняття виключення абстракції і відбиває найістотніші риси засобу введення абстракції нетрадиційного типу – акції. За аналогією з дуальним поняттям це поняття експлікується як операція введення абстракції. Досягається це на основі розкриття природи *впливів* активних об'єктів дій на пасивні.

У першому наближенні впливи – це функції, що ставлять у відповідність біполям $[a,b]$, де $a$ і $b$ – пасивний та активний об'єкти дій, результати впливу $b$ на $a$. Ніяких екстенсіональних обмежень як на типи об'єктів $a$ і $b$, так і на сам біполь не накладається. Потрібно лише, щоб можна було коректно (несуперечливо) говорити про наслідок впливу $b$ на $a$, тип якого (термінальний або нетермінальний) цілком цим впливом визначається. Разом з тим ці функції істотно нетрадиційні. Нетрадиційність їх визначається, в першу чергу, нетрадиційним змістом асоційованих з ними біполей. Тому такі функції надалі називатимемо *біпольними функціями.* Зрозуміло, що так введене поняття біпольної функції дуже близьке до поняття термінальної біпольної акції. Але разом з тим істотно відмінне від нього. Річ у тому, що результат $r$ у кожному з випадків є функцією різних сенсів[1], тобто породжується принципово різними процесами. У випадку біпольних функцій він є результатом зіставлення його з відповідним біполем $[a,b]$. Що ж до термінальної біпольної акції, то результат $r$ є наслідком впливу активного об'єкта $b$ на пасивний об'єкт $a$. У цьому суттєва інтенсіональність останнього випадку стосовно першого[2].

Поняття впливу (біпольної функції), як і поняття акції, має системостворююче значення. Воно адекватно продовжує (розгортає) у рамках двоєдиної абстрактно-інкапсулятивної точки зору глибинні, власне, процесні властивості до найістотніших функціональних властивостей впливів. Це дає змогу експлікувати поняття введення абстракції у вигляді наступної операції.

[1]Відповідно до трикутника Фреге.

[2]У першому випадку використовується зовнішня стосовно біполя $[a,b]$ властивість зіставлення, у другому – суттєво інтенсіональна внутрішня властивість біполя – наявність активного, пасивного об'єктів та їх взаємодії.

Під *введенням абстракції* розумітимемо унарну операцію $Ab$, що з кожною біпольною функцією $f$ зіставляє термінальну акцію $Ab(f)$, обумовлену функцією $f$, тобто $Ab(f) = \{[[a,b], f(a,b)] /$ $a, b -$ • пасивний, активний об'єкти$\}$.

По суті, операція введення абстракції (*абстрактор*) адекватно уточнює інтерфейс між більш і менш нетрадиційними типами абстракції. До першого належать об'єкти типу акцій, до другого – об'єкти типу біпольних функцій. Цим досягається істотний розвиток введеного раніше спеціального процесного макросередовища в напрямку його традиціоналізації. Справді, якщо початковою передумовою всіх міркувань була даність ззовні універсуму $\mathfrak{R}$ нетрадиційних об'єктів типу часткових функцій і акцій, то тепер мова йде про більш традиційні об'єкти типу біпольних функцій.

Наступний крок у розвитку дескриптологічного макросередовища – введення базової дескриптологічної операції параметризації. Необхідність такого кроку – типізованість універсуму $\mathfrak{R}$. По суті, ця операція встановлює інтерфейс між різними типами об'єктів універсуму – частковими функціями та акціями. Виходячи з ключової ролі біпольних акцій серед універсуму всіх акцій, наведемо тут варіант визначення операції параметризації тільки на біпольний випадок.

Під *параметризацією* розуміється бінарна (біпольна) операція $Par$, що кожній парі $(a,s)$, де $s$ – біпольна акція, а $a$ – об'єкт універсуму, ставить у відповідність акцію першого роду (функцію), що складається з тих і тільки тих дій з $s$, для яких у відповідному біполі об'єкт $a$ є активним об'єктом. Очевидно, що коли таких дій в $s$ немає, тоді $Par(a,s) = \varnothing$.

З інтенсіонольної точки зору, операція $Par$ зіставляє з кожним біполем $(a,s)$ новий об'єкт типу функції, що є результатом застосування активного об'єкта типу акції $s$ до пасивного (в біполі $[a,s]$) об'єкта $a$. Це споріднює її з операцією $Con$. $Par$, як і $Con$, виключає абстракцію акції, однак не до типу об'єкта, а до типу часткової функції. У цьому розумінні лише частково виключає згадану абстракцію, залишаючи можливість подальших виключень функціональних абстракцій.

З представлених вище міркувань можна зробити висновок, що операції $Ap$, $Ab$, $Con^{[a,b]}$ і $Par$ утворять повну сукупність загальнозначущих інтерфейсних засобів між найважливішими типами абстракції об'єктів: об'єктами типів «власне об'єкт», «біпольна функція», «часткова функція» та «акція». Це означає, що зазначені операції дають змогу будь-який інтенсіональний (процесний) засіб побудови об'єктів породити (вивести) з придатних непроцесних засобів шляхом строго визначеного *дескриптологічного процесу* як процесу покрокового застосування цих і тільки цих *дескриптологічних* (загальнозначущих, логічних) операцій. Таким чином, *ця сукупність дескриптологічних засобів системостворюючого типу адекватно підтримує інтенсіональну природу процесів побудови об'єктів.*

Дескриптологічне середовище побудови об'єктів – це сукупність системостворюючих інтерфейсних засобів між традиційними, чисто екстенсіональними засобами і взаємодоповнюючими їх безмежно багатими нетрадиційними інтенсіональними засобами. Виходячи з того, що біпольні функції, які експлікують засоби застосування активних об'єктів до пасивних є хоч і меншою мірою, але все ж нетрадиційними об'єктами, таке середовище з необхідністю повинно включати поряд із уже введеними інтерфейсними засобами дескриптологічний інтерфейс між біпольними функціями та інкапсульованими, більш традиційними екстенсіональними засобами – іменними функціями, щодо яких система відкрита. Це вимагає знову звернутися до понять введення і виключення абстракції, однак уже не акції, а біпольної функції. З цією метою в множині імен $V$ індивідуалізуємо об'єкти $|-$ і $-|$, що інтерпретуються як імена пасивного й активного об'єктів відповідно.

Нехай тепер $f$ – довільна біпольна функція. Поставимо у відповідність їй $\{|-,-|\}$-арну функцію $g$, що задається формулою $g\big(\{(|-,a),(-|,b)\}\big) =$ $= f(a,b)$. Назвемо $g$ *функцією, асоційованою* з $f$. Тоді під *виключенням (біпольної) абстракції* розумітимемо унарну операцію $Con^b$, що з кожною біпольною функцією $f$ зіставляє асоційовану з нею функцію $Con^b(f)$.

Аналогічно будується експлікація поняття введення абстракції біпольного рівня: під *введенням (біпольної) абстракції* розуміється бінарна операція $Ab^b$, що зіставляє з кожною $\{|-,-|\}$-арною функцією $f$ відповідну їй біпольну функцію $Ab^b(f)$, тобто $Ab^b(f)(a,b) =$ $= f\big(\{(|-,a),(-|,b)\}\big)$.

Значущість двох останніх операцій полягає в тому, що вони адекватно підтримують «перехід» з екстенсіонального середовища в інтенсіональне і навпаки.

Зі сказаного випливає, що ключова роль і в експлікації поняття дескриптивного процесу, і в розкритті природи інтерфейсних відношень на типах абстракції відводиться засобам, що підтримують загальнозначущі (дескриптологічні) впливи активних об'єктів на пасивні. Такі впливи відповідно до [3] експлікативно зводяться до *застосувань* активних об'єктів до пасивних. Це змушує нас до глибшого проникнення в природу таких застосувань.

## Дескриптологічні впливи та їх класифікація

Як згадувалося вище, вплив, а отже, і застосування адекватно задається поняттям біпольної функції. Істотна відмінність такої експлікації застосування від класичної аплікації полягає в тому, що ніяких екстенсіональних обмежень на типи активних і пасивних об'єктів не накладається. Потрібно лише виконання умови коректності. Це дає змогу зробити типізацію застосувань через типізацію активних і пасивних об'єктів.

Фундаментальне значення для подальших розглядів має класифікація застосувань за рівнями абстракції об'єктів – абстрактний, іменний і метаіменний рівні застосувань. Розгляд їх краще почати з найпростішого, абстрактного випадку.

**Абстрактні застосування.** Тут у розгляд втягують найбільш абстрактні властивості об'єктів, а саме – властивості «бути абстрактним об'єктом», «бути абстрактною множиною» і «бути абстрактною функцією». Застосування даного типу есплікуються операціями абстрактного заміщення $\overline{\nabla}$, аплікації $Ap$, множинної аплікації $Ap^s$ і множення $\cdot$. Розглянемо коротко визначення цих операцій, доповнюючи їх за необхідності невеликими коментарями.

Абстрактне заміщення – біпольна операція гранично високого рівня абстракції. Активну і пасивну роль у ній відіграють абстрактні об'єкти. Формально вона визначається в такий спосіб.

Під *абстрактним заміщенням* розуміється бінарна (біпольна) операція $\overline{\nabla}$, що ставить у відповідність кожній парі $(a,b)$ об'єкт $a\overline{\nabla}b = b$.

Змістовно це означає, що активний об'єкт $b$ заміщує пасивний об'єкт $a$. Відзначимо, що дана абстрактна операція є єдиною, де активний об'єкт виступає як власне абстрактний об'єкт. Застосування такого типу прийнято називати *статичними*. Інші три операції – це так звані *динамічні* застосування, у яких, принаймні, активним об'єктом є функція.

Під *аплікацією* розумітимемо бінарну (біпольну) операцію $Ap$, що кожній парі $(a,f)$, де $a$ – об'єкт, а $f$ – об'єкт типу функції, ставить у відповідність результат застосування функції $f$ до об'єкта $a$ як аргументу і дорівнює значенню функції $f$ на $a$, що позначається $f(a)$, тобто $Ap(a,f) = f(a)$.

Операція $Ap$ – це інтенсіональний аналог класичного застосування абстрактної функції до абстрактного об'єкта. При цьому очевидно, що навіть на абстрактному рівні вона експлікує лише деякі загальнозначущі можливості застосувань, залишаючи поза увагою динамічні застосування, в яких пасивними є об'єкти типу абстрактної множини і функції. Тому з необхідністю потрібно розширити концептуальний базис абстрактних застосувань, ввівши операції множинної аплікації й абстрактного множення функцій.

Під *множинною аплікацією* розуміється біпольна операція $Ap^s$, що з кожною множиною $A$ і будь-якою функцією $f$ зіставляє множину $Ap^s(A,f) \subseteq Ran\ f$ ($Ran(f)$ – множина значень функції $f$), що складається з усіх значень функції $f$ на об'єктах з $A$, тобто $Ap^s(A,f) = \{f(a)/a \in A\}$.

Під *множенням* розумітимемо біпольну операцію, що кожній парі функцій $(f,g)$ ставить у відповідність нову функцію $fg$ (чи $f \cdot g$), що задається формулою $fg(a) = g(f(a))$. Таке трактування застосування на абстрактних функціях принципово розвиває можливості класичної аплікації і, як наслідок, знімає проблему самозастосовуваності.

Система операцій заміщення, аплікації, множинної аплікації і множення адекватно уточнює повну сукупність дескриптологічних засобів впливу абстрактного рівня. Однак розгляду тільки абстрактного рівня недостатньо. Необхідно підтримати дескриптологічні засоби впливу (застосування) іменного та метаіменного рівнів [3].

**Іменні застосування**. Засоби застосування іменного рівня утворять якісно багатшу сукупність порівняно із засобами абстрактного рівня. Це є наслідком того, що у розгляд поряд з абстрактними властивостями втягуються принципово конкретніші іменні – «бути ім'ям», «бути іменованим об'єктом», «бути іменною множиною», «бути іменним даним», «бути іменною, зокрема поліарною, функцією». Тому, щоб одержати дескриптологічну експлікацію поняття застосування іменного рівня, ми з необхідністю повинні розглянути операції, що істотно використовують ці властивості. Це іменні біпольні операції $\Leftarrow$, $sel$, $ext$, $\nabla$, $Imp$, $Sup$, $+$, $:=$.

За аналогією з попереднім, розглянемо спочатку статичні $\Leftarrow$, $sel$, $ext$, $\nabla$, а потім динамічні іменні застосування $Imp$, $Sup$, $+$, $:=$.

Під *іменуванням* розуміється біпольна операція $\Leftarrow$, що кожній парі $(v,a)$, де $a$ – об'єкт, а $v$ – об'єкт типу імені, ставить у відповідність іменну множину $\{(v,a)\}$, тобто $\Leftarrow(v,a) \stackrel{df}{=} v \Leftarrow a \stackrel{df}{=} \{(v,a)\}$.

По суті, операція іменування експлікує найпростіші варіанти механізму присвоювання як засобу побудови об'єктів. Конкретно – це випадки, коли об'єкт типу імені $v$ заданий безпосередньо, явно. Однак зрозуміло, що апарат присвоювання суттєво багатший. Пов'язано це як з опосередкованим вибором імен з якоїсь наперед заданої множини, так і з генерацією щодо деякого метаоб'єкта відповідної йому множини імен. Тому концептуальну цілісність експлікації механізму присвоювання в середовищі побудови об'єктів забезпечує введення, поряд з операцією $\Leftarrow$, операцій номінації $:=$ і генералізації $Gen$. Ці операції належать до іменного і метаіменного рівнів відповідно і будуть розглянуті окремо, кожна свого часу.

Далі розглянемо операцію вибору $sel$, що експлікує засоби доступу до вмісту пам'яті по обраному імені. Отже, нехай $v$ – довільне ім'я з множини імен $V \subseteq O$ ($O$ – універсум об'єктів), а $a \in O$ – іменна множина з того ж універсуму. Тоді під *вибором* розумітимемо біпольну операцію $sel$, що задається формулою:

$$sel(v,a) = \begin{cases} b, \text{ якщо } (v,b) \in a, \\ \text{не визначено, в іншому випадку.} \end{cases}$$

Наступний варіант застосувань того ж типу іменного рівня – операція видалення $ext$. Під *видаленням* розуміється біпольна операція $ext$, що кожній парі $(U,a)$, де $U \subseteq V$ – множина імен, а $a$ – іменна множина, ставить у відповідність іменну множину $ext(U,a)$, що створюється шляхом видалення з $a$ іменних об'єктів з іменами з $U$.

Закінчує клас статичних іменних застосувань операція іменного заміщення $\nabla$. Специфіка її полягає в тому, що активний і пасивний об'єкти цього типу застосувань – іменні множини.

Під *іменним заміщенням* розуміємо біпольну операцію $\nabla$, що з кожною парою іменних множин $(a,b)$ зіставляє нову іменну множину $a\nabla b = \overline{a} \bigcup b$, де $\overline{a}$ – іменна множина, що складається точно з тих іменних об'єктів іменної множини $a$, імена яких не належать $pr(b)$ (проекції по першій компоненті бінарного відношення $b$).

По суті, дане застосування адекватно підтримує основну властивість фізичної пам'яті – інформація, що надійшла (активний об'єкт), заміщає по адресах, які збігаються, наявну (пасивний об'єкт). Крім того, очевидно, що така операція є іменним розвитком раніше введеної операції абстрактного заміщення $\overline{\nabla}$.

Тепер, виходячи з типів абстракції об'єктів іменного рівня, залишилося розглянути динамічні іменні застосування на об'єктах типу «іменна, зокрема поліарна, функція» і «іменна множина», тобто адекватних уточнень біпольних операцій $Imp$, $Sup$, $+$ і $:=$. Рухаючись, як і раніше, від простого до складного, введемо їх і почнемо з випадку застосувань об'єкта типу «іменна функція» до об'єкта типу «іменна множина». Концептуальний базис таких застосувань становлять операції імплементації $Imp$ і суперпозиції $Sup$.

Під *імплементацією* розуміється біпольна операція $Imp$, що кожній поліарній функції [4] $f$ і будь-якій іменній множині $a$ ставить у відповідність $U \setminus pr(a)$-арну (може бути $\varnothing$-арну) функцію $Imp(a,f)$ ($U$ – схема $Dom(f)$, $Dom(f)$ – область визначення функції $f$, $\setminus$ – звичайна теоретико-множинна різниця, $pr(a)$ – проекція іменної множини $a$ по першій компоненті), що ставить у відповідність довільній $U \setminus pr(a)$-арній іменній множині $\tilde{a} \subseteq \overline{a}$, де $\overline{a} \in Dom(f)$, значення функції $f$ на $\tilde{a} \cup ext(U \setminus pr(a), \overline{a})$.

Ця операція є принциповим розвитком абстрактної аплікації в напрямку враховування глибинної специфіки розглядів іменного рівня. Це виражається в тому, що, зберігаючи всі властивості класичної аплікації, така операція дає принципово нове – можливість застосування функцій до частин об'єктів, а не тільки до об'єкта в цілому як єдиного та неподільного «чорного ящика». Такий підхід істотно розширює можливості даного типу загальнозначущих впливів за рахунок того, що експлікує не тільки засоби аплікативного застосування функцій, а й можливості їх породження. Репрезентативним прикладом тут можуть служити так звані обчислення із затримкою або так звані «ледачі» обчислення, що зовсім природно уточнюються за допомогою операції імплементації.

Нехай $f$ – довільна поліарна функція зі схемою $U = \{u_1,...,u_n\}$, а $a$ – довільна іменна множина, що складається з іменних об'єктів, денотатами яких є поліарні функції. Припустимо для визначеності, що це іменні об'єкти виду $(u_i, g_i)$, де $g_i$ – які-небудь $U_i$-арні функції ($i = \overline{1,n}$).

За аналогією з попереднім, розглянемо спочатку статичні $\Leftarrow$ , $sel$, $ext$, $\nabla$, а потім динамічні іменні застосування $Imp$ , $Sup$ , $+$ , $:=$.

Під *іменуванням* розуміється біпольна операція $\Leftarrow$, що кожній парі $(v,a)$, де $a$ – об'єкт, а $v$ – об'єкт типу імені, ставить у відповідність іменну множину $\{(v,a)\}$, тобто $\Leftarrow(v,a) \stackrel{df}{=} v \Leftarrow a \stackrel{df}{=} \{(v,a)\}$.

По суті, операція іменування експлікує найпростіші варіанти механізму присвоювання як засобу побудови об'єктів. Конкретно – це випадки, коли об'єкт типу імені $v$ заданий безпосередньо, явно. Однак зрозуміло, що апарат присвоювання суттєво багатший. Пов'язано це як з опосередкованим вибором імен з якоїсь наперед заданої множини, так і з генерацією щодо деякого метаоб'єкта відповідної йому множини імен. Тому концептуальну цілісність експлікації механізму присвоювання в середовищі побудови об'єктів забезпечує введення, поряд з операцією $\Leftarrow$, операцій номінації $:=$ і генералізації $Gen$. Ці операції належать до іменного і метаіменного рівнів відповідно і будуть розглянуті окремо, кожна свого часу.

Далі розглянемо операцію вибору $sel$, що експлікує засоби доступу до вмісту пам'яті по обраному імені. Отже, нехай $v$ – довільне ім'я з множини імен $V \subseteq O$ ($O$ – універсум об'єктів), а $a \in O$ – іменна множина з того ж універсуму. Тоді під *вибором* розумітимемо біпольну операцію $sel$, що задається формулою:

$$sel(v,a) = \begin{cases} b, \text{ якщо } (v,b) \in a, \\ \text{не визначено, в іншому випадку.} \end{cases}$$

Наступний варіант застосувань того ж типу іменного рівня – операція видалення $ext$. Під *видаленням* розуміється біпольна операція $ext$, що кожній парі $(U,a)$, де $U \subseteq V$ – множина імен, а $a$ – іменна множина, ставить у відповідність іменну множину $ext(U,a)$, що створюється шляхом видалення з $a$ іменних об'єктів з іменами з $U$.

Закінчує клас статичних іменних застосувань операція іменного заміщення $\nabla$. Специфіка її полягає в тому, що активний і пасивний об'єкти цього типу застосувань – іменні множини.

Під *іменним заміщенням* розуміємо біпольну операцію $\nabla$, що з кожною парою іменних множин $(a,b)$ зіставляє нову іменну множину $a\nabla b = \overline{a} \bigcup b$, де $\overline{a}$ – іменна множина, що складається точно з тих іменних об'єктів іменної множини $a$, імена яких не належать $pr(b)$ (проекції по першій компоненті бінарного відношення $b$).

По суті, дане застосування адекватно підтримує основну властивість фізичної пам'яті – інформація, що надійшла (активний об'єкт), заміщає по адресах, які збігаються, наявну (пасивний об'єкт). Крім того, очевидно, що така операція є іменним розвитком раніше введеної операції абстрактного заміщення $\overline{\nabla}$.

Тепер, виходячи з типів абстракції об'єктів іменного рівня, залишилося розглянути динамічні іменні застосування на об'єктах типу «іменна, зокрема поліарна, функція» і «іменна множина», тобто адекватних уточнень біпольних операцій $Imp$, $Sup$, $+$ і $:=$. Рухаючись, як і раніше, від простого до складного, введемо їх і почнемо з випадку застосувань об'єкта типу «іменна функція» до об'єкта типу «іменна множина». Концептуальний базис таких застосувань становлять операції імплементації $Imp$ і суперпозиції $Sup$.

Під *імплементацією* розуміється біпольна операція $Imp$, що кожній поліарній функції [4] $f$ і будь-якій іменній множині $a$ ставить у відповідність $U \setminus pr(a)$-арну (може бути $\varnothing$-арну) функцію $Imp(a,f)$ ($U$ – схема $Dom(f)$, $Dom(f)$ – область визначення функції $f$, $\setminus$ – звичайна теоретико-множинна різниця, $pr(a)$ – проекція іменної множини $a$ по першій компоненті), що ставить у відповідність довільній $U \setminus pr(a)$-арній іменній множині $\tilde{a} \subseteq \overline{a}$, де $\overline{a} \in Dom(f)$, значення функції $f$ на $\tilde{a} \cup ext(U \setminus pr(a), \overline{a})$.

Ця операція є принциповим розвитком абстрактної аплікації в напрямку враховування глибинної специфіки розглядів іменного рівня. Це виражається в тому, що, зберігаючи всі властивості класичної аплікації, така операція дає принципово нове – можливість застосування функцій до частин об'єктів, а не тільки до об'єкта в цілому як єдиного та неподільного «чорного ящика». Такий підхід істотно розширює можливості даного типу загальнозначущих впливів за рахунок того, що експлікує не тільки засоби аплікативного застосування функцій, а й можливості їх породження. Репрезентативним прикладом тут можуть служити так звані обчислення із затримкою або так звані «ледачі» обчислення, що зовсім природно уточнюються за допомогою операції імплементації.

Нехай $f$ – довільна поліарна функція зі схемою $U = \{u_1,...,u_n\}$, а $a$ – довільна іменна множина, що складається з іменних об'єктів, денотатами яких є поліарні функції. Припустимо для визначеності, що це іменні об'єкти виду $(u_i, g_i)$, де $g_i$ – які-небудь $U_i$-арні функції ($i = \overline{1,n}$).

Під *суперпозицією* розумітимемо бінарну (біпольну) операцію $Sup$, що з кожною парою $(a,f)$ зіставляє $\bigcup_{i=1}^{n} U_i$-арну функцію $Sup(a,f)$, яка задається формулою: $Sup(a,f)(b) = f\left(\left\{(u_1, Imp(b,g_1)),...,(u_n, Imp(b,g_n))\right\}\right)$, де $b$ – кожна $\bigcup_{i=1}^{n} U_i$-іменна множина.

Аналогічно операції $Imp$, суперпозиція розвиває на іменному рівні абстрактне множення функцій. У цьому легко пересвідчитися, поставивши у відповідність іменним об'єктам даної операції їх «граничні» випадки на абстрактному рівні. Це ілюструє досить цікавий факт, що змістовне поняття послідовного застосування функцій не може бути, як дескриптологічний процес, автоматично перенесене з абстрактного рівня розглядів на іменний.

Залишилося розглянути тільки операції додавання $+$ і номінації $:=$. Дані засоби породження нових функцій із заданих є загальнозначущими тільки на іменному рівні і не представлені, аналогічно $\nabla$, $Imp$, і $Sup$, на абстрактному рівні відповідними аналогами.

Під *додаванням* розуміється біпольна операція $+$, що кожній парі $(U_1,T_1)$-, $(U_2,T_2)$-альних функцій $f,g$ (тобто поліарних (конкретно $U$-арних) функцій, областями значень яких є поліарні (конкретно $T$-арні) множини) [5] ставить у відповідність $(U_1 \cup U_2, T_1 \cup T_2)$-альну функцію $f+g$, що задається формулою: $f+g(a) = Imp(a,f)\nabla Imp(a,g)$.

Зауважимо, що на абстрактному рівні ця операція «вироджується» в операцію абстрактного заміщення. Це означає, що на абстрактному рівні механізм паралельних обчислень не може бути експлікований безпосередньо. Тут корисно відзначити дуальність ситуації, що склалася щодо поняття послідовного виконання функцій, яке не експлікується на іменному рівні, але допускає цілком адекватне уточнення на абстрактному. Цей ефект є ще одним підтвердженням принципової самостійної значущості кожного з цих рівнів розгляду процесів побудови об'єктів, з одного боку, і неможливість обмежитись тільки одним з них, з іншого.

Остання операція іменного рівня – номінація. Вона експлікує засоби так званого динамічного іменування, без яких неможливо серйозно говорити про процеси побудови об'єктів. Щоб аргументувати сказане, досить звернутися, наприклад, до процесів побудови програм. Динамічне іменування тут зустрічається на кожному кроці, як тільки в розгляд втягують структуровані дані. Під *номінацією* розумітимемо біпольну операцію $:=$, що з кожною парою $(f,g)$, де $f$ – довільна $U$-арна номінатозначна функція (тобто така, що її значення суть імена (номінати) з $V \subseteq O$), а $g$ – довільна $T$-арна функція, зіставляє нову $T \cup U$-арну функцію $f := g$, що задається формулою $f := g(a) = \{(Imp(a,f), Imp(a,g))\}$, де $a$ – довільна $T \cup U$-іменна множина.

Нарешті, розглянемо дескриптологічні засоби впливу на метаіменном рівні.

**Метаіменні застосування**. Необхідність розгляду метаіменного рівня зумовлена необхідністю використання поряд з безпосереднім і в цьому розумінні статичним іменуванням методів непрямого (динамічного) іменування (метаіменування). Адекватне уточнення останніх досягається введенням біпольної операції генералізації $Gen$.

Нехай $W$ – довільна множина, що індивідуалізує метаімена в множині імен $V$, тобто імена, денотатами яких, у свою чергу, є імена. Іменні множини, іменними об'єктами яких є біполі виду $(w,v)$, де $w \in W$ – метаім'я, а $v \in V$ – ім'я, називаються *метаіменними множинами*. Нехай $a$ – довільна метаіменна множина виду $\{(w_1,v_1),...,(w_n,v_n)\}$, де $w_i \in W, v_i \in V\ (i = \overline{1,n})$, $f$ – довільна $\{w_1,...,w_n\}$-арна функція, $pr_2(a)$ – проекція множини $a$ по другій компоненті.

Під *генералізацією* розуміється біпольна операція $Gen$, що кожній парі $(a,f)$ ставить у відповідність нову $pr_2(a)$-арну функцію $Gen(a,f)$, яка задається формулою: $Gen(a,f)(b) = f\left(\{w_1, (Sel(Sel(w_1,a),b)),...,(w_n, Sel(Sel(w_n,a),b))\}\right)$, де $b$ – кожна $pr_2(a)$-іменна множина.

По суті, ця операція є застосуванням активного об'єкта – функції $f$ до пасивного об'єкта – $a$, як «погоджене перенесення» $f$ з однієї області визначення на іншу. При цьому метаіменна множина строго визначає це «погоджене перенесення».

Цим визначенням завершується експлікація фундаментального поняття дескриптологічного впливу (застосування), а отже, і дескриптологічного середовища побудови об'єктів у цілому. Думається, ті змістовні мотивації, що доповнюють формальні визначення відповідних біпольних операцій як у даній роботі, так і в [2, 3], цілком достатні, щоб аргументувати тезу про те, що дана алгебра *експлікує* логіку середовища побудови об'єктів. І, виходить, становить надійний фундамент для розгляду на його основі дескриптологічного середовища моделювання.

*Дескриптологічне середовище моделювання*

Розгляд такого середовища безпосередньо пов'язаний з експлікацією понять рівняння і системи рівнянь над алгеброю дескриптивних процесів.

Фундаментальне значення для подальших розглядів має нетрадиційне поняття часткової функції як спеціального виду акції і його відношення з традиційними теоретико-множинними поняттями. Це змушує нас розглянути загальні питання формування дескриптологічного середовища моделювання, тобто розглянути його в першому наближенні.

**Середовище моделювання в першому наближенні.** Адекватне уточнення як самих понять рівняння і системи рівнянь, так і їх розв'язків легко може бути задане традиційно, через уточнення поняття рівності процесів, що включають вільні змінні типу акції. При цьому поняття рівності процесів, залежно від прагматики, може бути введене багатьма різними способами. Зокрема, найпростіший випадок рівності процесів пов'язаний з твердженням, що процеси, індуковані рівними акціями, також рівні. З нього, як найпростішого, і варто почати. Це дає змогу застосовувати для дослідження нетрадиційних понять процесу, акції і часткової функції традиційні методи досліджень рівнянь, систем рівнянь і пошуку їх розв'язків. Очевидно, класи таких рівнянь, а тим більше систем рівнянь, можуть бути як завгодно складні. Тому, як і в традиційних дослідженнях, найважливішим завданням є вибір серед усієї сукупності рівнянь і систем рівнянь прагматично обґрунтованих окремих класів, що становлять самостійний інтерес. У цьому сенсі ситуація аналогічна з традиційними областями математики, такими як лінійна алгебра, диференціальні й інтегральні рівняння тощо. З результатів робіт [7, 8], підкріплених розглядом ряду простих і разом з тим репрезентативних прикладів, випливає, що поняття редукції і $h$-редукції експлікують найважливіші декомпозиційні структури специфікації задач, а отже, принципово важливі для розкриття логіки середовища моделювання. Це вагома мотивація для розгляду типів рівнянь індукованих поняттями редукції і $h$-редукції. Тут обмежимося тільки випадком простої редукції. Для цього нагадаємо її визначення. Функцію $g$ називають *редукцією* функції $f$ тоді і тільки тоді, коли $g;f = f$ де ; – операція мультиплікування, що ставить у відповідність упорядкованій парі функцій $(g, f)$ нову функцію $g;f$, що є послідовним виконанням вихідних функцій як узагальнення звичайного множення функцій.

Таке визначення поняття редукції суттєво екстенсіональне, тому що спирається на традиційне поняття функції, зокрема іменної функції, і тому може бути прийняте тут тільки з дуже істотними застереженнями. Останні індуковані в першу чергу тим, що так введене поняття редукції входить у суперечність з прагматикою розглядів, що орієнтована в даному випадку на поняття часткової функції, яка розуміється в широкому сенсі (тобто як *часткова функція* або *акція*). Водночас останнє не може бути експліковане в рамках теоретико-множинної платформи. Пов'язано це з тим, що поняття функції традиційно асоційоване із *законом відповідності* результату даним з її області визначення. У випадку часткової функції про закон відповідності можна говорити лише з великою умовністю, тому що найчастіше ми не тільки не можемо вказати, чи буде конкретний результат виконання функції на даному визначеним, але в загальному випадку не можемо конструктивно описати її область невизначеності. Набагато природніше представляти часткову функцію як *закон спонукання* дії відповідними причинами (побудниками). Адже із самого визначення дії випливає, що основне її призначення в самому процесі її виконання (який об'єктивно існує), а результат (визначений чи не визначений) тут усього лише побічний ефект. Однак зрозуміло, що поняття дії не є теоретико-множинною категорією хоча б тому, що основою теоретико-множинної платформи є принцип екстенсіональності (об'ємності).

Зазначені протиріччя виявляються скрізь у традиційній математиці у зв'язку з використанням так званих функціональних термів чи типових виразів як форм представлення функцій, що залежать від змінних. Але найповніше ця проблема постала з розвитком інформатики і залученням до розгляду природно-наукового поняття програми або алгоритму і декларованої тези про те, що семантика програми – суть функція. Адже в цьому випадку маємо справу з класом істотно нетрадиційних часткових функцій, для яких проблема знаходження ОДЗ принципово нерозв'язна.

Уже цих мотивацій достатньо, щоб зробити висновок про неможливість адекватного вирішення проблем, пов'язаних з експлікацією категорії процесу в рамках теоретико-множинної платформи і, як наслідок, необхідності залучення до розгляду інтенсіонального поняття *часткової функції*, що розуміється в широкому сенсі. Дескриптологічне середовище побудови об'єктів, базуючись на інтенсіональних поняттях власне часткової функції та акції, дає змогу зовсім природно виключити виникнення зазначених проблем шляхом мотивованого винесення їх за межі логіки середовища. Отже, середовище моделювання об'єктів може бути ефективно побудоване тільки на дескриптивній платформі. У зв'язку з цим таке середовище називають *дескриптологічним середовищем моделювання об'єктів* або просто *дескриптологічним середовищем моделювання*.

Проілюструємо сказане на тлі простих, але репрезентативних прикладів. Однак попередньо зауважимо: якщо явно не обумовлено інше, під функцією, і зокрема іменною функцією, мається на увазі часткова функція і, зокрема, часткова іменна функція, що розуміється в широкому сенсі. Це повною мірою стосується і вищенаведеного поняття редукції.

**Редукційні аспекти середовища моделювання.** Тепер розглянемо рівняння виду $X;Y=Y$, де $X$ та $Y$ – вільні змінні в множині іменних функцій, а ; – операція мультиплікування. Очевидно, що дане рівняння, крім того, що має нескінченну множину розв'язків, ще й мало змістовне через свою загальність. Справді, практично кожен процес, за винятком, може, найпростіших, використовує механізм послідовного застосування. Звідси логічним бачиться шлях подальшої конкретизації даного типу рівнянь. У першу чергу, за аналогією з уже викладеним, доцільно класифікувати рівняння за рівнями абстракції. Причому, виходячи з виду рівнянь, що розглядаються, природно обмежиться тільки абстрактним та іменним випадками. Наступний крок у напрямку конкретизації – це подальша специфікація найзагальніших властивостей суб'єктів рівняння – $X$, $Y$ та ;. Перші два є змінними. Кожна з них у конкретний момент часу може набувати, як відомо, довільного, але фіксованого значення. Фіксуючи одну із змінних, приходимо до наступних типів рівнянь: $f;Y=Y$, $X;f=f$, де $f$ – довільна, але фіксована іменна функція. Що ж до операції мультиплікування, то мова йде про необхідність її експлікації в термінах визначених вище операцій. Причому це питання є першорядним, тому що тільки відповівши на нього, можна строго визначити, про які класи рівнянь іде мова.

На абстрактному рівні мультиплікування як послідовне застосування абстрактних функцій адекватно уточнюється біпольною операцією множення $\cdot$, введеною раніше. Тому тут класи згаданих рівнянь представлені кожний єдиним екземпляром $f\cdot Y=Y$ і $X\cdot f=f$ відповідно. З огляду на прагматику, саме останнє рівняння становить найбільший інтерес, тому що адекватно розкриває логіку процесу побудови наперед заданої іменної функції $f$ на основі методу редукцій. Це в свою чергу забезпечує автоматичне одержання різних реалізацій такої логіки у вигляді тих або інших процедур, різноманітних алгоритмів, моделей, програм та ін. з коректністю, що випливає із самої побудови. Змістовно це означає, що, розв'язавши дане рівняння, ми зводимо задачу подальшої щодо наявної конкретизації іменної функції $f$ до специфікації її редукції. Мотивацією такого шляху розв'язання вихідної задачі (розкриття логіки процесу побудови наперед заданої іменної функції $f$) може служити, наприклад, неадекватність форми чи глибини вихідної специфікації функції $f$ прагматиці її використання.

Наведемо приклад використання методу редукцій, розв'язавши задачу обчислення $\sqrt{x}$ з наперед заданою точністю $\varepsilon$, де $x,\varepsilon$ – позитивні дійсні числа. Вона зводиться до конкретизації іменної функції $f$, що перетворює іменну множину $S_1\equiv\{(u,x),(v,\varepsilon),(w,0)\}$ в іменну множину $\{(w,y_n)\}$, де $y_n$ – перший член згаданої послідовності, для якого виконується умова $\left|y_n^2-y_{n-1}^2\right|<\varepsilon$, тобто до знаходження розв'язку рівняння $X\cdot f=f$. Розв'язком, очевидно, є редукція функції $f$. Специфікація її тісно пов'язана з характеристичною властивістю задачі обчислення $\sqrt{x}$ – послідовність $y_0$, $y_1$, $y_2$, ... , де $y_0=a$, $y_{i+1}=\frac{1}{2}(y_i+\frac{x}{y_i})$, ($i=0, 1, 2, ...$, $a$ – певне позитивне дійсне число) незалежно від $a$ збігається до $\sqrt{x}$. Розглянемо іменну множину $S_2\equiv\{(w_{pr},x),(w,y)\}$ і функцію $g$ на ній:

$$w_{pr}\Leftarrow sel(w,S_1);$$
$$w\Leftarrow\frac{1}{2}\left(sel(w_{pr},S_2)+\frac{sel(u,S_1)}{sel(w_{pr},S_2)}\right).$$

У більш звичній нотації ця функція може бути записана так: $g\equiv w_{pr}:=w;w:=\frac{1}{2}\left(w_{pr}+\frac{u}{w_{pr}}\right)$. Зрозуміло, що в даному випадку $g$ є шуканим розв'язком рівняння. Справді, вона перетворює іменну множину $\{(u,x),(v,\varepsilon),(w,a)\}$ в іменну множину $\{(u,x),(v,\varepsilon),(w,a+\frac{x}{a})\}\equiv\{(u,x),(v,\varepsilon),(w,y_1)\}$. Але, виходячи з характеристичної властивості задачі, $f(\{(u,x),(v,\varepsilon),(w,y_1)\})=f(\{(u,x),(v,\varepsilon),$

$(w,a)\}) = \{(w, y_n)\}$, якщо, звісно, $|y_0 - y_1| \geq \varepsilon$. Інакше, просто $y_1 = y_n$. Таким чином, функція $g$ дійсно є редукцією функції $f$ і, відповідно, розв'язком рівняння $X \cdot f = f$. Тобто $X = g$. Знайшовши розв'язок рівняння, автоматично отримуємо розв'язок вихідної задачі. Запишемо його в традиційній нотації:

$$f \equiv repeat\ w_{pr} := w; w := \frac{1}{2}(w_{pr} + \frac{u}{w_{pr}})$$

$$until \left|w^2 - w_{pr}^2\right| < v.$$

Якщо нас не влаштовує рівень специфікації функції $g$, наприклад, ми не знаємо, що таке додавання та (або) ділення, конкретизацію можна продовжити за рахунок пошуку відповідних редукцій для операцій + та \. Процес завершується, коли рівень конкретики стане задовільним.

Що ж до рівняння $f \cdot Y = Y$, то, очевидно, розв'язками його виступає клас іменних функцій, редукцією яких є сама функція $f$. Це зовсім не узгоджується з цілями, заради яких власне і вводилося поняття редукції – денотативно підтримати логіку процесу побудови конкретних об'єктів (зокрема програм, іменних функцій та ін.), які нас цікавлять. Тому, хоча апріорі розгляд таких рівнянь можливий, у даний момент із прагматичної точки зору він не становить для нас інтересу ні на абстрактному, ні на іменному рівнях.

Перейдемо тепер до розгляду іменного рівня абстракції і сконцентруємо основну увагу на класі рівнянь виду $X; f = f$. Істотна відмінність цього випадку від попереднього в тім, що, як уже відзначалося, на іменному рівні операція мультиплікування не може розглядатись як логічна чи загальнозначуща. Пов'язано це із залученням до розгляду понять імені, іменованого об'єкта та іменної множини, а отже, з можливістю застосування функцій до частини об'єкта. А це істотно урізноманітнює можливості послідовних застосувань іменних функцій. Тому будь-яке уточнення операції мультиплікування буде, у цьому сенсі, занадто конкретним. Більш того, можна стверджувати, що клас іменних мультиплікувань потенційно нескінченний, а значить, вираз $X; f = f$ є *схемою* нескінченного класу рівнянь. Причому конкретне рівняння може бути отримане з цієї схеми конкретизацією операції ;. Тепер можна перейти до розгляду прикладів.

**Середовище моделювання на тлі прикладів.** Для початку визначимо кілька варіантів біпольних операцій мультиплікування. Зафіксуємо множини імен $A = \{a_1, ..., a_n\}$, $B = \{b_1, ..., b_k\}$, $C = \{c_1, ..., c_m\}$ та дві іменні функції: $C$-арну функцію $g$ та $(A, B)$-альну – $f$ [8]. Зазначимо, що в подальших побудовах $g$ відіграє роль активного об'єкта впливу типу мультиплікування, а $f$ – пасивного. Розглянемо, наприклад, варіанти таких впливів:

1. Функції $f$ і $g$ ніяк не зв'язані ані за входом, ні за виходом, тобто $B \cap C = \varnothing$ і $A \cap C = \varnothing$.
2. Функція $f$ точно формує вхід функції $g$, тобто $B = C$.
3. Функція $f$ частково формує вхід функції $g$, тобто $B \cap C \neq \varnothing$.

Уже на цих простих прикладах видно, що ми маємо справу з принципово різними біпольними операціями. Не говорячи про те, що дані операції мають різні області визначення, з інтенсіональної точки зору зумовлені ними процеси впливу активного об'єкта на пасивний у кожному випадку строго індивідуальні. На підтвердження сказаного дамо строгу експлікацію згаданих типів впливів у рамках операцій алгебри дескриптивних процесів.

З інтенсіонольної точки зору в першому випадку фактично маємо справу з паралельним виконанням функцій $f$ і $g$, з тією, однак, умовою, що вихід активного об'єкта має пріоритет перед виходом пасивного у розумінні заміщення результатів. Тому даний тип впливів експлікується операцією додавання функцій, тобто $f; g = f + g$.

Характерним для інших прикладів є наявність зв'язку між активним і пасивним об'єктами за областями визначення і значень відповідно. А ступінь «жорсткості» цього зв'язку і спосіб його реалізації (процес) індивідуалізує кожен тип впливів.

З цієї точки зору другий випадок характерний тим, що в реалізації впливу специфіка іменного рівня абстракції використовується мінімально (практично ніде в реалізації механізму послідовного застосування суттєво не використовуються іменні структури), тобто в цьому сенсі на функції, з деякими застереженнями, можна дивитися як на абстрактні. Тому тут $f; g$ може бути представлена у вигляді $A$-арної функції таким виразом: $f; g(a) = f(a)\overline{\nabla} f \cdot g(a)$, де $a \in Dom(f)$.

У третьому випадку на рівні як самого процесу впливу, так і на рівні формування його результату істотно втягується специфіка іменного рівня абстракції. Операція мультиплікування тут може бути експлікована як

Л-арна функція: *f;g(a)= f(a)VImp(f(a),g),* де $\alpha \in$ *Dom(f).*

Звичайно, цими прикладами різноманіття класу операцій мультиплікування не вичерпується. Очевидно, що тут ми маємо справу з надзвичайно багатим класом рівнянь. Цілком природно, що різні типи мультиплікувань як впливів активного об'єкта на пасивний накладають свою специфіку і на методи розв'язання, і на самі розв'язання таких рівнянь. Тому на рівні логіки неможливо залучити ці методи до розгляду через їх надмірну конкретику. У цьому сенсі знаходження алгоритмів розв'язання таких рівнянь, як і самих розв'язків, повинно бути віднесеним до відповідних предметних теорій. При цьому з вищесказаного випливає, що на логічному рівні залишаються питання використання (інтеграції) отриманих у різних предметних теоріях розв'язків конкретних рівнянь з метою автоматичного одержання за ними розв'язків вихідної задачі.

Таким чином, введення поняття дескриптологічного середовища моделювання специфікує собою підхід до розв'язання задач, суть якого полягає в тому, що побудова адекватної моделі розв'язання індукує розгляд двох типів абстракцій специфікацій: як специфікацій підзадач, так і засобів їхньої інтеграції. Що ж до першого, то основу його становить дескриптологічне середовище побудови об'єктів. Що ж до сигнатурних операцій, тобто дескриптологічних відношень, то їхню основу становлять декомпозиційні структури, що базуються на поняттях рівняння і системи рівнянь над алгеброю дескриптивних процесів. Згадані типи абстракцій не є незалежними. Навпаки, перший тип абстракції підлеглий другому. Іншими словами, абстракції засобів інтеграції індукують типи абстракцій підзадач. Усе це робить первинним міжзадачний інтерфейс (зокрема, міжмодульний інтерфейс) стосовно задач (модулів) як складових порівняно складніших задач. У цьому принципова значущість досліджень згаданих класів рівнянь і систем рівнянь як інструментів розкриття декомпозиційних структур задач.

На закінчення відзначимо, що викладене є основою прикладних досліджень, які ведуться в напрямку створення спеціалізованих середовищ інтеграції *типу* REFERNET у *рамках* СКІф-технологій (Система Комплексної Інформатизації) [7], що є системою інструментальних засобів специфікацій і ядром предметно-системної інтеграції в цілому.

1. *Фреге Г.* Логика и логическая семантика- М.: Аспект пресс, 2000.-512 с.
2. *Редько И. В.* Дескриптологическая среда моделирования предметных областей // Труды международной научно-практической конференции по программированию УкрПРОГ'2002 (доклад).- К., 2002.- С. 61-68.
3. *Редько В. Н.* Дескриптологические основания программирования // Кибернетика и системный анализ-2002-№ 1 - С. 3 И 9.
4. *Редько В. Н., Гришко Н. В., Редько И. В.* Дескриптологическая среда программирования // Труды международной научно-практической конференции по программированию УкрПРОГ'2002 (доклад).- К., 2002.-С. 32-38.
5. *Редько В. Н.* Экспликативное программирование: ретроспективы и перспективы // Труды Первой Международной научно-практической конференции по программированию УкрПРОГ'98.-К.: Кибцентр НАНУ, 1998-С. 3-24.
6. *Барендрегт X.* Ламбда-исчисление. - М.: Мир, 1985. - 606 с.
7. *Редько И. В.* Экспликативное моделирование в среде интеграции // Вестник Международного Соломонова университета.-2000.-№ 1.- С. 43—48.
8. *Редько И. В., Гришко И. В.* Экспликативное программирование в среде интеграции // Труды Первой международной научно-практической конференции по программированию УкрПРОГ'98 (доклад).-К., 1998.-С. 191-196.

*I. V. Redko*

## PROCESS-LOGICAL ASPECTS OF ENVIRONMENT OF MODELING

*Some process-logical aspects of modeling of knowledge domains are studied. The conception of partial function, action and execution of them in descriptive-logical environment of modeling is defined. The conception of descriptive-logical environment of programming is defined too. Then the representative classes of equation are researched in this environment.*